

Динамика

Первый закон Ньютона утверждает, что существуют такие системы отсчета, в которых любое тело, не взаимодействующее с другими телами, движется равномерно и прямолинейно. Системы отсчета, существование которых постулирует этот закон, называются инерциальными.

Из закона сложения скоростей видно, что любая система отсчета, движущаяся с постоянной скоростью относительно инерциальной, также является инерциальной. Действительно, ускорения материальной точки в таких системах отсчета одинаковы.

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V} \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}'$$

Следовательно, ускорение «свободного» тела, на которое не действуют другие тела, будет равно нулю в обеих системах отсчета.

Практически точно инерциальной можно считать гелиоцентрическую систему, связанную с Солнцем и удаленными звездами. Земля является инерциальной системой только приближенно, вследствие суточного вращения ускорение точек ее поверхности достигает 0,034 м/с². Кроме того, Земля движется вокруг Солнца, но соответствующее ускорение на три порядка меньше.

Масса. Импульс. Из первого закона Ньютона следует, что в инерциальных системах отсчета ускорение тела возникает только в результате его взаимодействия с другими телами. Опыт показывает, что это ускорение зависит от инертности тела, т. е. его способности сопротивляться изменению скорости, а также от интенсивности и направления действия на него других тел.

Масса тела m — это скалярная положительная величина, характеризующая инертность тела. Эксперименты показывают, что при взаимодействии двух тел их ускорения \vec{a}_1 и \vec{a}_2 в инерциальной системе отсчета направлены в противоположные стороны, а отношение модулей ускорений a_1/a_2 не зависит от характера и интенсивности взаимодействия. Это позволяет определить отношение масс двух произвольных тел как величину, обратную отношению ускорений, возникающих при их взаимодействии друг с другом:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}$$



В показанном на рисунке опыте тележки взаимодействуют посредством нити, которая их связывает. Нити наматываются на катушки за счет вращения моторчиков, расположенных на тележках. Если можно пренебречь силами трения качения и силами сопротивления воздуха, то отношение ускорений тележек всегда будет оставаться постоянным: 1) при вращении одного моторчика или сразу обоих, 2) при жесткой нити или растяжимой, 3) при наличии дополнительного взаимодействия, например, электростатического или магнитного. Во всех случаях отношение ускорений тележек будет одним и тем же:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}$$

Чтобы определить абсолютную величину массы m , необходимо определить эталон массы. В системе СИ за эталон массы принимают 1 килограмм (1 кг). Масса обладает свойством аддитивности: сумма масс частей, на которые можно разделить тело, равна массе всего тела. Как показывает теория относительности, это свойство является приближенным и нарушается при сильном взаимодействии между частями тела. Например, масса ядра оказывается меньше суммы масс образующих его нуклонов.

Импульсом частицы называют векторную величину, равную произведению массы частицы на ее скорость:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Это определение справедливо только при $v \ll c$, где c — скорость света.

Сила. Второй закон Ньютона. Сила – это физическая величина, являющаяся мерой механического действия на данную материальную точку других тел. Это действие в инерциальной системе отсчета вызывает ускорение материальной точки. Формальное определение силы дается выражением:

$$\vec{F} = m\vec{a}, \quad (1)$$

где \vec{a} - ускорение материальной точки под действием силы \vec{F} , m - масса материальной точки.

Опыт показывает, что сила \vec{F} зависит от положения материальной точки относительно окружающих тел и, в некоторых случаях, от скорости точки. Если установлен вид зависимости силы \vec{F} от этих величин, то формулу (1) называют вторым законом Ньютона или уравнением движения материальной точки.

Более общее определение силы имеет вид:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (2)$$

В ньютоновской динамике оба определения эквивалентны, но в динамике теории относительности определение импульса изменяется, и оказывается верным только второе определение. Изменение импульса точки за время t под действием силы \vec{F} равно интегралу от силы:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}(t) - \vec{p}(0) = \int_0^t \vec{F} dt.$$

Эту величину называют импульсом силы. Средняя (по времени) сила равна

$$\vec{F}_{cp} = \Delta\vec{p} / \Delta t.$$

В системе СИ сила измеряется в ньютонах ($1 \text{ Н} = \text{кг}\cdot\text{м}/\text{с}^2$).

Если на материальную точку одновременно действуют N тел с силами $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N$, то ускорение тела \vec{a} определяется векторной суммой этих сил:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{1}{m} \sum_j \vec{F}_j \quad \text{или} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_j \vec{F}_j$$

Силу \vec{F} называют равнодействующей (или результирующей) сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N$. Второй закон Ньютона называют уравнением движения тела, так как он позволяет (в принципе) рассчитать движение тела или системы тел, но только в том случае, если известна зависимость сил взаимодействия между телами от их взаимного расположения и скоростей. Ниже мы кратко напомним свойства сил, которые возникают при решении механических задач.

Демонстрации:

1. Выдергивание скатерти из-под сосуда с водой.

<http://www.youtube.com/watch?v=xVSWuvZ8aQA> 1:26

Опыт иллюстрирует второй закон Ньютона. На Предмет со стороны скатерти действует сила трения:

$$ma = \mu mg.$$

За время Δt под действием этой силы тело пройдет расстояние

$$\Delta x = a\Delta t^2 / 2 = (\mu g / 2)\Delta t^2.$$

При малом Δt смещение мало. Когда предмет движется вместе со скатертью, ускорение мало, но время движения может быть очень большим.

2. Опыт с инерцией гири.

http://www.youtube.com/watch?v=f7Aahv7_3Is 2:33

При медленном растягивании нижней нити рвется верхняя из-за дополнительной силы – силы тяжести груза.

При коротком ударе нижняя нить быстро рвется и за это время груз не успевает существенно сместиться. Потому верхняя нить остается невредимой.

Третий закон Ньютона утверждает, что силы \vec{F}_{AB} и \vec{F}_{BA} , с которыми действуют друг на друга два взаимодействующих тела A и B , направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны и равны между собой по модулю:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Дальнодействие и близкодействие. Поле. Во многих случаях взаимодействие тел происходит при их непосредственном контакте. В этом случае, как показывает опыт, силы взаимодействия равны по величине и противоположны по направлению - справедлив третий закон Ньютона.

Часто удаленные тела взаимодействуют через некоторую материальную среду, которая переносит контактные взаимодействия от одной точки к другой на большие расстояния. Так происходит, например, взаимодействие тел, связанных упругой нитью (рис.). При смещении тела A , в нити возникает упругое возмущение, которое распространяется с конечной скоростью вдоль нити. Поэтому третий закон Ньютона для упругих сил, действующих на A и B , выполняется не сразу, а лишь после того, как упругая волна достигнет тела B и колебания затухнут. Однако третий закон Ньютона не нарушается при рассмотрении контактного взаимодействия соседних участков нити.



Демонстрации

Волна в пружинке – близкодействие и дальнодействие (натурный)

Гравитационное и электромагнитное взаимодействия осуществляются без непосредственного контакта тел и без среды-переносчика взаимодействий. Как осуществляются эти взаимодействия?

Если взаимодействия распространяются мгновенно, то справедлив третий закон Ньютона. Такую концепцию называют дальнодействием.

Если взаимодействия распространяются с конечной скоростью, то третий закон Ньютона может нарушаться. Такую концепцию называют близкодействием.

В конце 19 века появились убедительные доказательства того, что взаимодействия распространяются с конечной скоростью. Был обнаружен новый участник взаимодействия - материальное силовое поле (электрическое, гравитационное и др.), заполняющее все пространство. На тело в данной точке пространства действуют не удаленные тела, а поле в окрестности этой точки. А само поле создается удаленными телами (источниками поля). Изменение поля передается от точки к точке и распространяется с конечной скоростью.

Ньютоновская механика верна только при малых скоростях $v \ll c$, в этом нерелятивистском пределе можно пользоваться как далекодействующими силами, так и полем. Удобно изучать движение точки (или системы точек) во внешнем стационарном поле, создаваемом неподвижными источниками (пример: поле тяжести Земли).

Силовое поле называется центральным, если сила, действующая со стороны поля на помещенную в него материальную точку, направлена в сторону центра поля (силового центра), а модуль силы зависит только от расстояния r до этого центра:

$$\vec{F}(\vec{r}) = F_r(r) \frac{\vec{r}}{r}.$$

Здесь $F_r(r)$ — проекция силы на радиальное направление; $F_r > 0$ соответствует отталкиванию, $F_r < 0$ — притяжению. Электростатическое поле точечного заряда, гравитационное поле однородного шара являются примерами центрального поля.

Поле называется однородным в некоторой области пространства, если сила одинакова во всех точках этой области: $\vec{F} = const$.

Силы природы. Все разнообразие действующих в природе сил можно свести к нескольким фундаментальным взаимодействиям (гравитационному, слабому, электромагнитному и сильному). Однако для практических целей такой подход непригоден, и кроме фундаментальных далекодействующих сил (в механике это сила тяготения), надо знать свойства различных сил, возникающих при контакте макроскопических тел. Перечислим кратко силы, возникающие при решении механических задач.

1. Сила тяжести $m\vec{g}$ (сила тяготения у поверхности Земли).
2. Сила упругости при продольной деформации тела пропорциональна деформации: $F_{упр} = -kx$, где k — жесткость тела (закон Гука). В пределе бесконечной жесткости возникают сила (нормальной) реакции N или сила натяжения нити T , которые определяются из самих уравнений движения.
3. Сила сухого трения. Сила трения скольжения: $F_{мп} = \mu_1 N$, где μ_1 — коэффициент трения скольжения. Сила трения покоя $F_{мп} \leq \mu_2 N$, где μ_2 — коэффициент трения покоя (при решении задач обычно считают, что $\mu_1 = \mu_2$).
4. Сила сопротивления движению в жидкости или газе зависит от скорости и размеров тела. При малых скоростях и малых размерах тела сила пропорциональна скорости (сила вязкого трения), при больших скоростях сила пропорциональна площади поперечного сечения и квадрату скорости (сила лобового сопротивления).

Принцип относительности Галилея. Принцип относительности Галилея утверждает, что все законы механики имеют одинаковый вид во всех инерциальных системах отсчета.

Пусть система K' движется относительно системы K поступательно с постоянной скоростью \vec{V} . Время будем отсчитывать от момента, когда начала K и K' систем отсчета совпадают. Тогда координаты и время некоторого события в системе K' будут выражаться через координаты и время в K с помощью преобразований Галилея:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{V}t, \quad t = t'.$$

Отсюда следует закон сложения скоростей

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$$

и неизменность ускорения

$$\vec{a} = \vec{a}'.$$

При преобразованиях Галилея остаются неизменными расстояние между двумя любыми точками и их относительная скорость:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}_2' - \vec{r}_1', \quad \Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}_2' - \vec{v}_1'$$

Следовательно, не меняются силы взаимодействия между материальными точками. Кроме того, преобразования Галилея не меняют ускорения точки. Поэтому не изменяются обе части равенства, выражающего второй закон Ньютона, т. е. уравнение движения имеет одинаковый вид в разных системах отсчета (уравнение движения инвариантно относительно преобразований Галилея).

Преобразования Галилея основаны на утверждениях о независимости хода времени и длины отрезков от системы отсчета, которые считались неотъемлемыми свойствами пространства и времени. Теория относительности пересматривает представления о пространстве и времени и показывает, что преобразования Галилея верны только при $V \ll c$.

