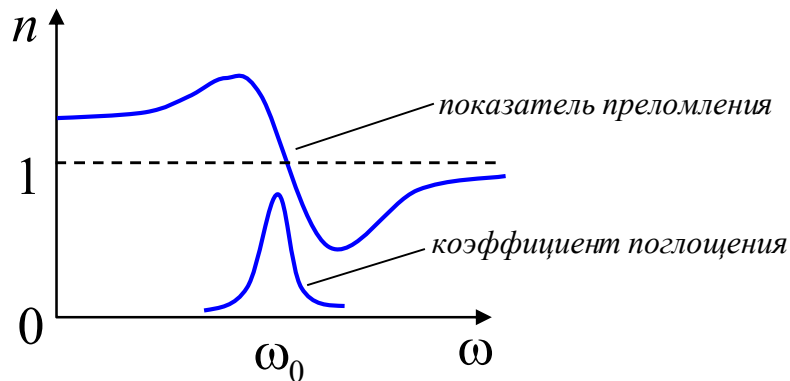


Дисперсия света

1. Дисперсия - зависимость показателя преломления электромагнитных волн от их частоты или от длины волны

$$n = f(\omega) \text{ или } n = F(\lambda)$$

Все среды, за исключением абсолютного вакуума обладают дисперсией. Для большинства прозрачных бесцветных веществ зависимость показателя преломления от частоты имеет вид, показанный на рисунке.



2. Если $dn/d\omega > 0$, то дисперсию называют нормальной, в противном случае – аномальной. При нормальной дисперсии белого света наиболее сильно в призме преломляются фиолетовые лучи. При частотах, соответствующих аномальной дисперсии, происходит сильное поглощение света средой.

3. Дисперсия света возникает в результате вынужденных колебаний заряженных частиц - электронов и ионов - под действием переменного поля электромагнитной волны. Строго говоря, поведение электронов в атоме подчиняется законам квантовой физики. Однако для качественного понимания дисперсии света достаточно ограничиться классическими представлениями, которые, как это ни удивительно, приводят к тем же результатам, что и квантовая теория.

4. Итак, наша задача - объяснить ход зависимости $n(\omega)$. Из уравнений Максвелла следует, что в изотропной немагнитной среде

$$n = \sqrt{\epsilon}.$$

В свою очередь диэлектрическую проницаемость ϵ можно найти из соотношения

$$\epsilon = 1 + \chi,$$

где χ - диэлектрическая восприимчивость, которая является коэффициентом пропорциональности в соотношении

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E},$$

где \vec{P} - вектор поляризации. Таким образом,

$$\epsilon = 1 + \frac{P_x(t)}{\epsilon_0 E_x(t)}$$

где P_x - проекция вектора \vec{P} на ось X, вдоль которой совершаются колебания вектора \vec{E} .

Вектор поляризации \vec{P} равен дипольному моменту единицы объема, поэтому

$$P_x = n_0 p_x,$$

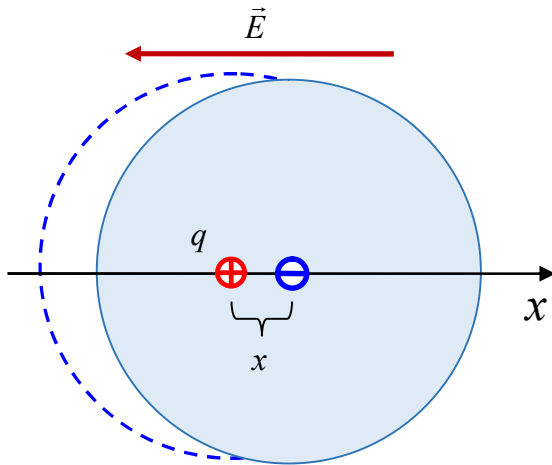
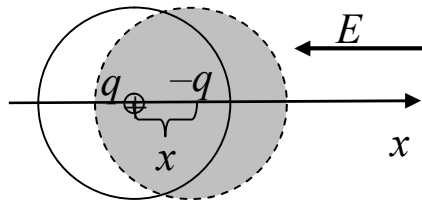
где n_0 – концентрация диполей, p_x - проекция дипольного момента отдельного диполя.

5. В дальнейшем будем рассматривать простейшую модель вещества, состоящего из не взаимодействующих друг с другом атомов. Каждый атом представляет собой ядро, окруженное быстро движущимися электронами, которые в совокупности как бы «размазаны» по сферически симметричной области вокруг ядра. Поэтому принято говорить, что ядро с зарядом q окружено электронным облаком с зарядом $(-q)$.

В отсутствие внешнего поля \vec{E} центр электронного облака совпадает с ядром, и дипольный момент атома равен нулю. При наличии внешнего поля \vec{E} электронное облако смещается относительно практически неподвижного ядра, расположенного при $x = 0$, и возникает дипольный момент $\vec{p} = q\vec{l}$, где \vec{l} - вектор, проведенный из центра облака к ядру. Проекция вектора \vec{p} на ось X равна

$$p_x = ql_x = q(-x) = -qx,$$

где x – смещение центра облака из положения равновесия. Заметим, что центр «облака» ведет себя как точечный заряд $(-q)$.



Выражение для диэлектрической проницаемости можно переписать в виде

$$\varepsilon = 1 + \frac{n_0(-qx)}{\varepsilon_0 E_x}. \quad (1)$$

Как видно задача сводится к определению $x(t)$ под воздействием поля

$$E_x(t) = -E_m \cos \omega t.$$

Для этого запишем уравнение движения электронного облака

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + qE_m \cos \omega t,$$

где m – масса электронного облака, а справа записаны проекции на ось X квазиупругой силы, силы «сопротивления» и вынуждающей силы $(-q)E_x$ со стороны электромагнитной волны частоты ω . Магнитной силой, действующей на электрон, мы пренебрегли, так как скорость электрона значительно меньше скорости света. Приведем уравнение к виду:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_m \cos \omega t, \quad (2)$$

где $\omega_0^2 = k/m$, $2\beta = r/m$, $f_m = qE_m/m$.

На самом деле никаких квазиупругих сил и сил трения в атомах и молекулах нет. Правильная теория дисперсии должна принимать во внимание только реально существующие силы и основываться на квантовых законах. Такую теорию дает квантовая механика. Однако она приводит к поразительному результату, что в отношении дисперсии и поглощения света атомы и молекулы ведут себя так, как если бы среда представляла собой набор осцилляторов с различными собственными частотами и коэффициентами затухания, подчиняющихся классическим уравнениям Ньютона.

Собственные частоты и коэффициенты затухания не могут быть вычислены на основе классической модели. В классической теории на них надо смотреть как на формально введенные постоянные. Вычисление этих постоянных и раскрытие их истинного смысла возможно только в квантовой механике.

6. Мы получили дифференциальное уравнение вынужденных колебаний. Решение для установившихся колебаний имеет вид

$$x = a \cos(\omega t - \varphi).$$

Подстановка этого решения в уравнение (2) позволяет с помощью метода векторных диаграмм найти значения амплитуды a и разности фаз φ :

$$a = \frac{f_m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (4)$$

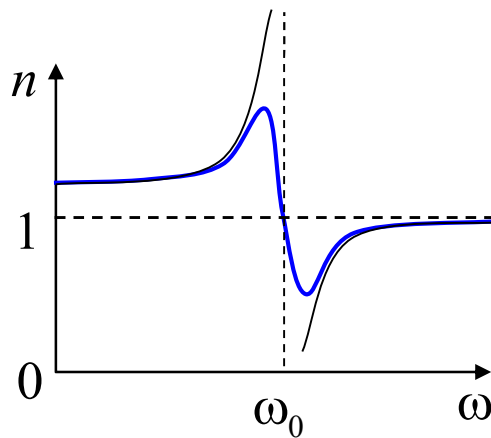
7. Рассмотрим сначала случай, когда затухания нет $\beta = 0$. Тогда при $\omega_0 > \omega$

$$x(t) = \frac{f_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega t. \quad (5)$$

(такой же результат будет и при $\omega > \omega_0$, когда $\varphi = \pi$). Остается подставить (5) в уравнение (1). В результате получим

$$\varepsilon = 1 + \frac{b}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (6)$$

где $b = n_0 q^2 / \varepsilon_0 m$.



Разрыв функции $\varepsilon(\omega)$ при $\omega = \omega_0$ не имеет физического смысла. Это получилось вследствие игнорирования затухания. Если же его учесть, то ход кривой будет иным и достаточно хорошо подтверждается экспериментально.

При $\omega > \omega_0$ показатель преломления меньше 1, а это означает, что фазовая скорость электромагнитной волны оказывается больше c ! Подобное имеет место в плазме и для рентгеновского излучения. Никакого противоречия с теорией относительности здесь нет. ТО утверждает, что скорость сигнала (импульса) не может превышать c . Понятие же показателя преломления применимо к монохроматическим волнам, бесконечным в пространстве и во времени. Такие волны не могут служить для передачи сигнала, а кроме того, их в принципе нельзя осуществить.

Заметим, что собственных частот может быть несколько. Соответственно будет несколько областей аномальной дисперсии.

Из выражения (6) вытекает еще одно неожиданное следствие для случая, когда $\omega_0 = 0$ (например, в плазме). В этом случае при достаточно низких частотах $\varepsilon < 0$. Следовательно, показатель преломления становится мнимым. В этом случае волна не может пройти через среду и происходит ее полное отражение в пограничном слое.

Плазма есть ионизированный газ, в котором электроны и ионы могут рассматриваться как свободные частицы с собственными частотами, равными нулю. Полагая в формуле (6) $\omega_0 = 0$, получим

$$\varepsilon = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2,$$

где введено обозначение $\omega_p^2 = n_0 e^2 / m \varepsilon_0$. Величину ω_p называют плазменной частотой. При $\omega = \omega_p$ диэлектрическая проницаемость обращается в ноль. При $\omega > \omega_p$ диэлектрическая проницаемость положительна, но меньше 1. При $\omega < \omega_p$ диэлектрическая проницаемость отрицательна, а показатель преломления чисто мнимый. Поэтому такие низкочастотные волны в плазме распространяться не могут. Они проникают в тонкий приповерхностный слой плазмы и испытывают от него полное отражение. Это играет важную роль при осуществлении на Земле дальней радиосвязи.

Поглощение света.

Интенсивность света при прохождении через вещество обычно уменьшается – свет поглощается в веществе. Поглощение света в веществе можно описать с энергетической точки зрения, не вникая в подробности взаимодействия света с атомами вещества.

Пусть через однородное вещество распространяется параллельный световой пучок. Выделим мысленно в этом в этом веществе бесконечно тонкий плоский слой толщины dx . При прохождении этого слоя интенсивность уменьшится. В большинстве случаев изменение интенсивности света $dI \sim I dx$:

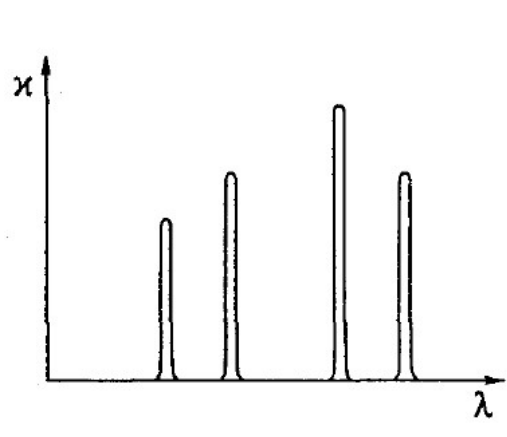
$$dI = -\kappa I dx,$$

где κ - коэффициент поглощения. После интегрирования получим

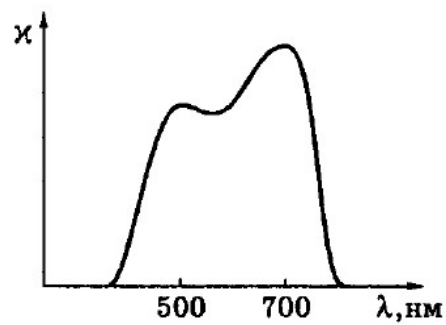
$$I = I_0 e^{-\kappa x}.$$

Это и есть закон Бугера, сформулированный в 1729 г. Коэффициент поглощения зависит от частоты. Для разреженных газов эта зависимость имеет характер резких пиков в некоторых узких диапазонах длин волн. Эти максимумы соответствуют резонансным

частотам колебаний электронов внутри атомов, которые практически не взаимодействуют друг с другом.



Для жидких и твердых веществ зависимость $\kappa(\lambda)$ имеет вид, подобный изображенному на рисунке, то есть сильное поглощение обнаруживается в достаточно широком интервале длин волн



Заметим, что можно создать такое состояние атомов вещества, при котором коэффициент «поглощения» становится отрицательным, и прохождение света через вещество в таком состоянии сопровождается усилением его интенсивности. Это осуществляется в лазерах.