

"Углубленное изучение физики на базе решения задач
повышенного уровня сложности"

Занятие 7 (среда 15.11.2023, 15:40, аудитория 4304)

Динамика твердого тела

Предлагаем к семинару решить следующие задачи:

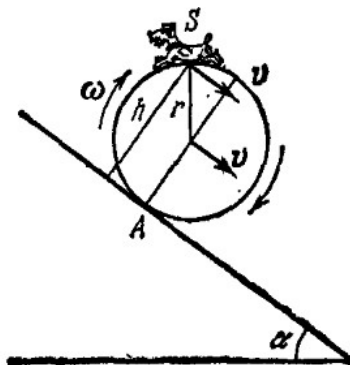
1. Сплошному однородному цилиндру массы m и радиуса R сообщили вращение вокруг его оси с угловой скоростью ω_0 , затем его положили боковой поверхностью на горизонтальную плоскость и предоставили самому себе. Коэффициент трения равен k . Найти:
а) время, в течение которого движение цилиндра будет происходить со скольжением;
б) полную работу силы трения скольжения.

1.329. а) $t = \omega_0 R / 3kg$; б) $A = -m \omega_0^2 R^2 / 6$.

2. Сплошной однородный цилиндр радиуса R катится по горизонтальной плоскости, которая переходит в наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом (под уклон). Найти максимальное значение скорости v_0 цилиндра, при котором он перейдет на наклонную плоскость еще без скачка. Скольжения нет.

1.331. $v_0 = \sqrt{gR(7 \cos \alpha - 4) / 3}$.

3. По наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, скатывается массивный полый цилиндр массы M и радиуса r . По поверхности цилиндра бежит собака таким образом, что она все время занимает наивысшее положение на поверхности цилиндра. Определить, с каким ускорением a скатывается цилиндр, если масса собаки m .



4. Определить ускорение a , с которым цилиндрическая бочка, целиком заполненная жидкостью, скатывается без скольжения с наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом (рис. 137). Трение между жидкостью и стенками бочки считать пренебрежимо малым.

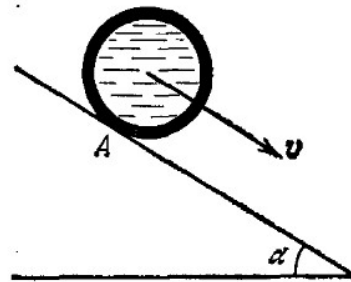


Рис. 137.

5. Каким местом шашки следует наносить удар по лозе, чтобы при рубке не ощущалась неприятная отдача? Шашку считать однородной полосой длины l , которую при ударе держат за конец.

6. Два одинаковых бильярдных шара катятся без скольжения навстречу друг другу с одной и той же скоростью v_0 и претерпевают упругий удар. Предполагая, что удар центральный и за время соударения шаров угловые скорости не изменяются, вычислить скорость каждого шара после столкновения, когда установится чистое качение.

Две полезные задачи с решениями

12. Твердый цилиндр или шар, положенный на твердую горизонтальную плоскость, катится по ней со скольжением. Показать, что во время качения поступательная и вращательная скорости этого тела связаны соотношением

$$mrv + I\omega = \text{const}, \quad (48.7)$$

где I — момент инерции относительно геометрической оси тела.

Решение. Уравнения движения центра масс и моментов имеют вид

$$m \frac{dv}{dt} = \pm F, \quad I \frac{d\omega}{dt} = \mp M = \mp rF.$$

Верхний знак относится к случаю, когда сила трения F направлена вперед (поступательное движение ускоряется, вращение замедляется), нижний — когда F направлена назад (поступательное движение замедляется, вращение ускоряется). Исключая F и dt , найдем в обоих случаях $mr dv = -I d\omega$, откуда и следует (48.7).

10. На каком расстоянии l от оси баллистического маятника должно находиться место попадания горизонтально летящего снаряда, чтобы ось маятника при ударе снаряда не испытывала добавочной нагрузки?

Решение. Пусть F — горизонтальная сила, с которой ударяющий снаряд действует на маятник (рис. 139). Уравнение моментов относительно точки подвеса O дает

$$I \frac{d\omega}{dt} = Fl.$$

Так как при ударе ось маятника не испытывает дополнительной нагрузки, то на основании теоремы о движении центра масс можно написать

$$m \frac{dv}{dt} = F,$$

где v — скорость центра масс, m — масса маятника. Массой снаряда пренебрегаем. Почленным делением из этого и предыдущего уравнений исключаем силу F и получаем

$$l = \frac{I}{m} \frac{d\omega}{dv}.$$

Если a — расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника, то $v = \omega a$. В результате находим

$$l = \frac{I}{ma}.$$