

Лабораторная работа № 3

Изучение магнитного поля на оси соленоида

Цель работы: исследование распределения индукции магнитного поля вдоль оси соленоида.

Приборы и оборудование: генератор синусоидального тока, вольтметр, соленоид, зондовая катушка, компас.

Продолжительность работы: 4 часа.

Теоретическая часть

Рассмотрим проводник, намотанный по винтовой линии на поверхность цилиндра. Такой обтекаемый током цилиндр называют соленоидом. Если шаг винтовой линии мал по сравнению с радиусом витка, то магнитное поле соленоида можно рассматривать как результат сложения полей, создаваемых круговыми токами, расположенными рядом и имеющими общую ось.

Величина индукции магнитного поля в некоторой точке A на оси кругового тока i радиуса R (рис.1) определяется выражением

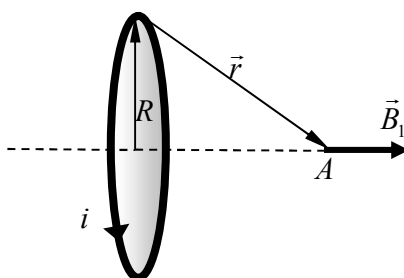


Рис.1. Круговой виток

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2} \frac{iR^2}{r^3}, \quad (1)$$

которое можно получить, воспользовавшись законом Био и Савара и принципом суперпозиции (см. Приложение к лабораторной работе № 2), где μ_0 - магнитная постоянная; r - модуль вектора \vec{r} , определяющего положение точки A .

Если соленоид имеет длину l и содержит N витков, то малая часть соленоида длиной dl (рис.2,а) содержит $(N/l)dl$ витков и может рассматриваться как круговой ток величиной $di = i(N/l)dl$. С учетом соотношения

$$dl \sin \varphi = r d\varphi,$$

вытекающего из рис.2,б (где $d\varphi$ - бесконечно малое приращение угла φ), получим для индукции магнитного поля в точке A на оси такого «элементарного» соленоида

$$dB = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2 n i d\varphi}{r^2 \sin \varphi},$$

где $n = N/l$ - число витков, приходящихся на единицу длины соленоида. Так как $R = r \sin \varphi$, то

$$dB = \frac{\mu_0}{2} i n \sin \varphi d\varphi. \quad (2)$$

Проинтегрировав выражение (2) в пределах от φ_1 до $\pi/2$ (рис.2,в), получим индукцию магнитного поля в точке A_1 , лежащей на торце соленоида:

$$B = \frac{\mu_0 i n}{2} \cos \varphi_1 = \frac{\mu_0 i n}{2} \frac{l}{\sqrt{l^2 + R^2}}.$$

Магнитное поле в произвольной точке A , лежащей на оси соленоида внутри него, может быть вычислено как сумма полей, создаваемых соленоидами C_1 и C_2 (см. рис.2,в), а в точке A' , лежащей вне соленоида, магнитное поле равно разности полей, создаваемых соленоидами C_3 и C_4 . В результате получим:

$$B = \frac{\mu_0 n i}{2} \left[\frac{l+x}{\sqrt{(l+x)^2 + R^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right], \quad (3)$$

где $x > 0$ вне соленоида и $-l < x < 0$ внутри соленоида.

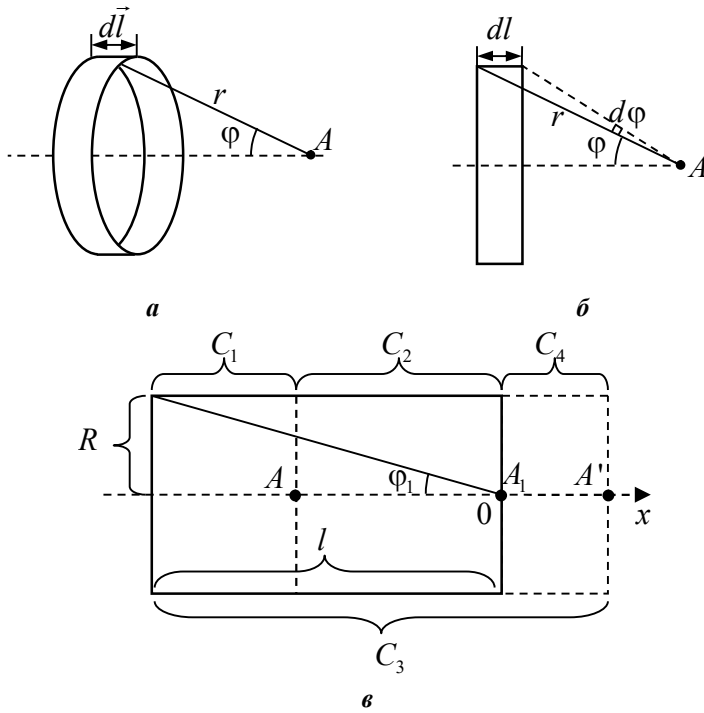


Рис.2. К выводу формулы (3)

Из выражения (3) следует, что в центре соленоида ($x = -l/2$) индукция магнитного поля равна

$$B_0 = \frac{\mu_0 n i}{\sqrt{1 + (2R/l)^2}}. \quad (4)$$

В случае длинного соленоида ($4R^2/l^2 \ll 1$) магнитное поле в его центральной части слабо зависит от x ($B \approx \mu_0 n i$) и начинает заметно уменьшаться лишь на расстояниях $(2...3)R$ от торцов соленоида. На торце длинного соленоида индукция магнитного поля становится равной $\mu_0 n i / 2$.

Формула (3) справедлива не только для постоянных i и B , но и для мгновенных значений изменяющихся во времени тока и магнитного поля, если только их изменения не происходят слишком быстро (для квазистационарных токов). В частности, если ток через соленоид меняется по закону $i = I_m \cos \omega t$, то по такому же закону меняется и магнитное поле $B = B_m \cos \omega t$, причем амплитудные значения тока I_m и магнитного поля B_m на оси соленоида связаны формулой (3), в которой $i = I_m$, $B = B_m$.

Описание эксперимента

Измерения магнитного поля в данной работе проводятся на переменном токе и основаны на законе электромагнитной индукции. Электрическая схема установки приведена на рис.3.

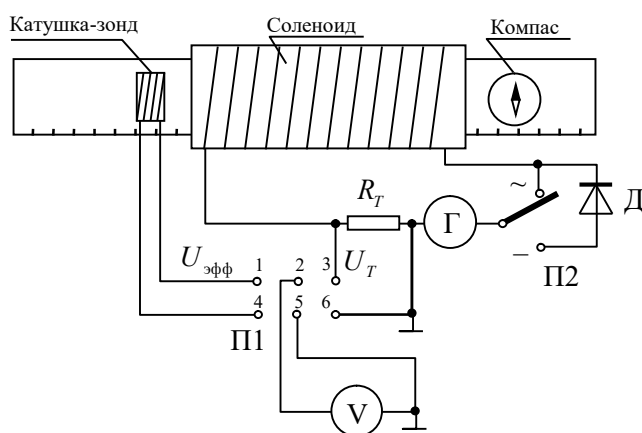


Рис.3. Электрическая схема установки

Магнитное поле в соленоиде создается переменным током $i = I_m \cos \omega t$ известной частоты $\omega = 2\pi\nu$ (на рис.3: Г - генератор переменного напряжения). В этом случае магнитное поле в соленоиде также зависит от времени: $B = B_m \cos \omega t$.

На оси соленоида располагается специальный зонд, который представляет собой маленькую катушку, подключенную к входу вольтметра. По закону электромагнитной индукции в катушке-зонде возникает ЭДС (электродвижущая сила) индукции

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где Φ - магнитный поток через витки зондовой катушки. Если магнитное поле, пронизывающее витки катушки, можно считать однородным и перпендикулярным плоскости ее витков, то $\Phi = BS_K N_K$, где $S_K = \pi d_K^2 / 4$ - площадь одного витка; N_K - число витков в катушке; d_K - диаметр витка, тогда

$$\mathcal{E}_i = \frac{\pi d_K^2 N_K \omega}{4} B_m \sin \omega t.$$

Вольтметр, подключенный к зондовой катушке, измерит эффективное значение напряжения на ней $U_{\text{эфф}} = \mathcal{E}_{im} / \sqrt{2}$, где $\mathcal{E}_{im} = \pi d_K^2 N_K \omega B_m / 4$ - максимальное значение ЭДС индукции. Следовательно,

$$U_{\text{эфф}} = \frac{(\pi d_K)^2 N_K \nu}{2\sqrt{2}} B_m, \quad (5)$$

где $\nu = \omega / 2\pi$ - частота переменного тока через соленоид. Зная диаметр катушки, число витков, частоту и измерив напряжение на зондовой катушке, можно рассчитать значение индукции магнитного поля B_m , созданного током I_m соленоида в том месте, где расположена зондовая катушка. Перемещая катушку вдоль оси соленоида, можно снять зависимость $B_m(x)$ и сравнить ее с теоретической. Амплитуда тока I_m рассчитывается по закону Ома

$$I_m = \sqrt{2} U_T / R_T,$$

где U_T - эффективное значение напряжения на резисторе R_T , который включен последовательно с соленоидом (см. рис.3).

Переключатель П1 имеет два положения. Когда он находится в положении « $U_{\text{эфф}}$ », замкнуты контакты 1 - 2, 4 - 5, и вольтметр измеряет напряжение на зондовой катушке. Когда переключатель находится в положении « U_T », замкнуты контакты 2 - 3, 5 - 6, и вольтметр измеряет напряжение на резисторе R_T . Переключатель П2 позволяет питать со-

леноид либо синусоидальным током, либо током, выпрямленным с помощью диода Д (такой режим питания используется в упражнении 3).

Эксперимент

Запишите в табл.1 заданные в лабораторной работе величины (параметры) и марки используемых приборов.

Таблица 1

Параметры и приборы

$I_m = \dots$ мА (из расчетного задания), $\nu = 1$ кГц	
<i>Параметры:</i>	<i>Приборы:</i>
$I = (\dots \pm \dots)$ мА, $R = (\dots \pm \dots)$ Ом	Генератор
$R_T = (\dots \pm \dots)$ Ом, $d_K = (\dots \pm \dots)$ мм	Вольтметр V ...
$N = \dots$, $N_K = \dots$	

Упражнение 1. Измерение магнитного поля в центре соленоида.

Переключатель П1 установите в положение « U_T », а переключатель П2 - в положение « \sim ». Переведите вольтметр в режим измерения синусоидального напряжения. Установите частоту генератора $\nu = 1$ кГц, а выходное напряжение генератора выставите таким, чтобы амплитудное значение тока через соленоид было равно принятому в расчетном задании значению I_m . При этом вольтметр должен показывать напряжение $U_T = I_{эфф} R_T$, где $I_{эфф} = I_m / \sqrt{2}$.

Поместите катушку-зонд в центр соленоида. Переключатель П1 установите в положение « $U_{эфф}$ », измерьте напряжение на катушке и с помощью формулы (5) определите индукцию $B_{эксп} = B_m$ магнитного поля в центре соленоида. Сравните полученное значение $B_{эксп}$ с рассчитанным теоретически $B_{теор} = B_0$ по формуле (4). Если вычисленные значения $B_{эксп}$ и $B_{теор}$ отличаются более, чем на 20 %, то обратитесь к преподавателю или инженеру. Результаты измерений и расчетов представьте в рабочей тетради, как показано в табл.2. В последней строке таблицы запишите формулы для $B_{эксп}$ и $B_{теор}$, числовые выражения,

полученные после подстановки в формулы численных значений, результаты вычислений и размерности (п. 6 Приложения 2 на с. 105). Так же поступайте при вычислении других величин.

Таблица 2

К упражнению 1

Упражнение 1. Измерение магнитного поля в центре соленоида		
	Предел измерений	Измеренная величина
U_T , В		
$U_{эфф}$, мВ		
$B_{эксп} = \dots$		
$B_{теор} = \dots$		

Упражнение 2. Измерение распределения магнитного поля на оси соленоида.

Перемещая катушку вдоль оси соленоида, снимите зависимость напряжения $U_{эфф}$ от координаты x , результаты измерений запишите в соответствующие строки табл.3. Строка $B_{теор}$ заполняется при выполнении расчетного задания, остальные строки - при обработке экспериментальных данных. Напомним, что координата $x = 0$ соответствует положению зондовой катушки у торца соленоида, $x < 0$ - внутри соленоида, $x > 0$ - вне соленоида.

Таблица 3

К упражнению 2

Упражнение 2. Измерение распределения магнитного поля на оси соленоида										
x , мм	-90	-80	-70	-60	...	20	30	40	50	60
$B_{теор}$, мТл					...					
$U_{эфф}$, мВ					...					
$B_{эксп}$, мТл					...					
$\delta B_{эксп}$, %					...					
$\Delta B_{эксп}$, мТл					...					

Упражнение 3. Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.

Переключатели П1 и П2 установите в положения « U_T » и «-», вольтметр переведите в режим измерения постоянного напряжения. На расстоянии x (3...6 см) от торца соленоида разместите компас (см. рис.3). Подберите такую ориентацию соленоида, чтобы при выключенном токе стрелка компаса была направлена перпендикулярно оси соленоида. Плавно увеличивая выходное напряжение генератора, добейтесь поворота стрелки компаса на 45° , зафиксируйте соответствующее напряжение U_T на резисторе R_T . При этом токе $I_1 = U_T / R_T$ величина индукции магнитного поля соленоида в месте расположения компаса будет равна величине горизонтальной составляющей магнитного поля Земли B_3 . Учитывая, что магнитное поле соленоида в любой точке пространства пропорционально току, можно записать

$$B_3 = B_{\text{эксп}}(x) \frac{I_1}{I_m},$$

где $B_{\text{эксп}}(x)$ и I_m определены в упражнении 2. Повторите измерения и расчеты B_3 еще для двух положений компаса. Запишите в табл.4 измеренные значения U_T , остальные величины можно рассчитать позже при обработке экспериментальных данных.

Таблица 4

К упражнению 3

Упражнение 3. Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли			
x , мм			
U_T , В			
$I_1 = U_T / R_T$, мА			
$B_{\text{эксп}}(x)$, мТл			
B_3 , мТл			

Обработка экспериментальных данных

1. По результатам измерений в упражнении 1 рассчитайте приборные погрешности δv , δU_T , $\delta U_{эфф}$, а также относительную $\delta B_{эксп}$ и абсолютную $\Delta B_{эксп}$ погрешности индукции магнитного поля в центре соленоида. Определите также относительную $\delta B_{теор}$ и абсолютную $\Delta B_{теор}$ погрешности индукции $B_{теор}$, рассчитанной по формуле (4). Расчеты приведите в тетради. Для каждой величины запишите формулу, числовое выражение, результат вычислений, размерность. Округлите значения индукции и запишите результат в виде $B_{эксп} = (\dots \pm \dots)$ мТл, $B_{теор} = (\dots \pm \dots)$ мТл.

2. По результатам измерений в упражнении 2 рассчитайте и занесите в табл.3 величины $B_{эксп}$, $\delta B_{эксп}$, $\Delta B_{эксп}$. Нанесите на построенный при выполнении расчетного задания график зависимости $B_{теор}$ от x экспериментальные точки $B_{эксп}$ и поля погрешности $\Delta B_{эксп}$. Убедитесь, что теоретическая кривая не выходит за пределы полей погрешностей экспериментальных точек. График (размером примерно с тетрадный лист) вклейте в тетрадь.

3. Используя данные, полученные в упражнении 3, рассчитайте ток I_1 и горизонтальную составляющую магнитного поля Земли B_3 для каждого положения компаса. Вычислите среднее значение B_3 и его погрешность (среднее отклонение от среднего значения). Результат запишите в виде $B_3 = (\dots \pm \dots)$ мкТл. Приведите также справочные данные о горизонтальной составляющей магнитного поля Земли на широте Москвы со ссылкой на источник информации.

4. Сформулируйте выводы по работе, укажите формулы, проверенные экспериментально.

Подготовка к работе

1. Физические величины, явления, законы, знание которых необходимо для успешного выполнения работы:

- вектор магнитной индукции, закон Био и Савара;

- магнитный поток, закон электромагнитной индукции.
- 2. Приведите в рабочей тетради подробный вывод формул (1) - (5).
- 3. Изучите экспериментальную часть работы. Приведите в рабочей тетради электрическую схему измерений.

Расчетное задание.

По формуле (3) рассчитайте зависимость индукции $B_{\text{теор}} = B$ магнитного поля на оси соленоида от координаты x . При вычислениях примите длину соленоида равной $l = 182$ мм, радиус соленоида $R = 27$ мм. Число витков соленоида N и значение силы тока $I_m = i$ возьмите из табл.5.

Таблица 5

К расчетному заданию

Номер бригады		1 - 6			7 - 12	
Комната А		$N = 2745$			$N = 2855$	
Комната Б		$N = 2845$			$N = 2680$	
Номер бригады	1 и 12	2 и 11	3 и 10	4 и 9	5 и 8	6 и 7
I_m , мА	110	100	90	80	70	60

Результаты расчетов запишите в соответствующую строку табл.3. Постройте график зависимости $B_{\text{теор}}$ от x .

Литература

1. **Иродов И.Е.** Электромагнетизм. Основные законы. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. - 319 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/94160> (дата обращения 21 июня 2019). §§ 6.1 - 6.7, 9.1, 9.2.
2. **Савельев И.В.** Курс общей физики: в 3 т. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика / *под общ. ред. И.В. Савельева.* - СПб.: Лань, 2008. - 500 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/113945> (дата обращения 21 июня 2019). §§ 39 - 42.