

Изучение магнитного поля на оси соленоида

Цель работы: исследование распределения индукции магнитного поля вдоль оси соленоида.

Приборы и оборудование: генератор синусоидального тока, цифровой вольтметр, соленоид, зондовая катушка, компас.

Теоретическая часть

Рассмотрим проводник, намотанный по винтовой линии на поверхность цилиндра. Такой обтекаемый ток цилиндр называют соленоидом. Если шаг винтовой линии мал по сравнению с радиусом витка, то магнитное поле соленоида можно рассматривать как результат сложения полей, создаваемых круговыми токами, расположенными рядом и имеющими общую ось.

Величина индукции магнитного поля в некоторой точке A на оси кругового тока i радиуса R (рис.1) определяется выражением

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2} \frac{iR^2}{r^3}, \quad (1)$$

которое можно получить, воспользовавшись законом Био - Савара и принципом суперпозиции (см. Приложение к работе), где μ_0 - магнитная постоянная; r - модуль вектора \vec{r} , определяющего положение точки A .

Если соленоид имеет длину l и содержит N витков, то малая часть соленоида длиной dl (рис.2,а) содержит $(N/l)dl$ витков и может рассматриваться как круговой ток величиной $di = i(N/l)dl$. С учетом того, что

$$dl \sin \varphi = r d\varphi$$

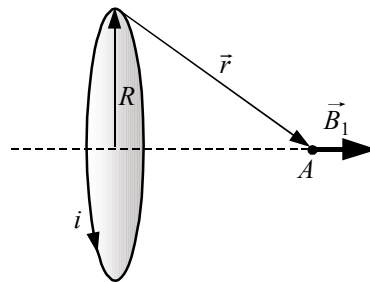


Рис.1. Круговой ток

(рис.2,б, $d\varphi$ - бесконечно малое приращение угла φ), получим для индукции магнитного поля в точке A на оси такого "элементарного" соленоида

$$dB = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2 n i d\varphi}{r^2 \sin \varphi},$$

где $n = N/l$ - число витков, приходящихся на единицу длины соленоида. Так как $R = r \sin \varphi$, то

$$dB = \frac{\mu_0}{2} i n \sin \varphi d\varphi. \quad (2)$$

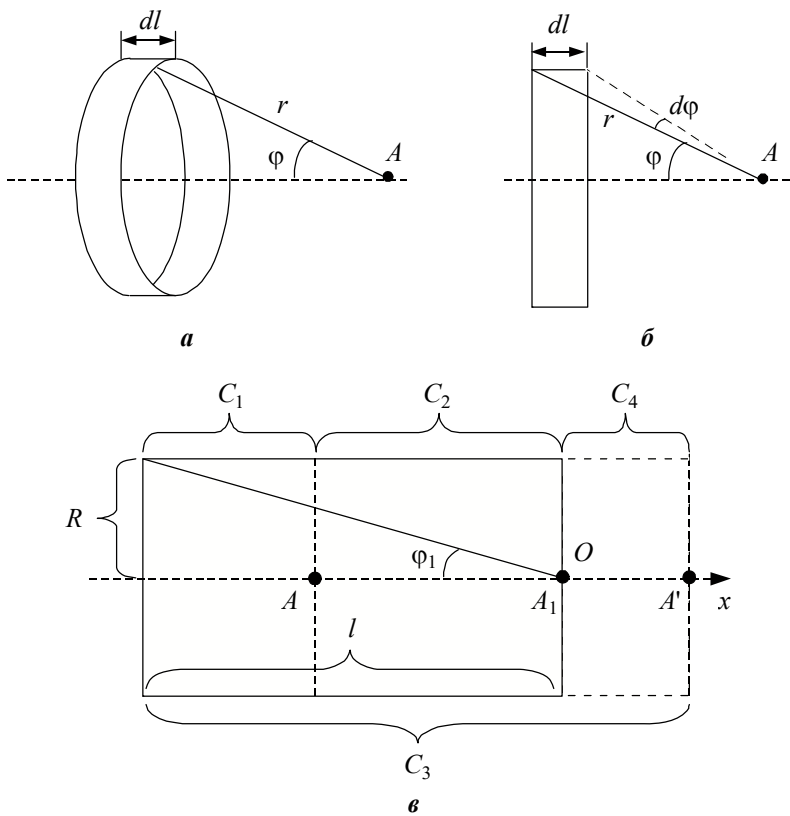


Рис.2. К выводу формулы (3)

Проинтегрировав выражение (2) в пределах от φ_1 до $\pi/2$ (рис.2,б), получим индукцию магнитного поля в точке A_1 , лежащей на торце соленоида:

$$B = \frac{\mu_0 i n}{2} \cos \varphi_1 = \frac{\mu_0 i n}{2} \frac{l}{\sqrt{l^2 + R^2}}.$$

Магнитное поле в произвольной точке A , лежащей на оси соленоида внутри него, может быть вычислено как сумма полей, создаваемых соленоидами C_1 и C_2 (рис.2,б), а в точке A' , лежащей вне соленоида, магнитное поле равно разности полей, создаваемых соленоидами C_3 и C_4 . В результате получим:

$$B = \frac{\mu_0 n i}{2} \left[\frac{l+x}{\sqrt{(l+x)^2 + R^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right], \quad (3)$$

где $x > 0$ вне соленоида и $-l < x < 0$ внутри соленоида.

Из выражения (3) следует, что в центре соленоида ($x = -l/2$) индукция магнитного поля равна

$$B_0 = \frac{\mu_0 n i}{\sqrt{1 + (2R/l)^2}}. \quad (4)$$

В случае длинного соленоида ($4R^2/l^2 \ll 1$) магнитное поле в его центральной части слабо зависит от x ($B \approx \mu_0 n i$) и начинает заметно уменьшаться лишь на расстояниях $(2...3)R$ от торцов соленоида. На торце длинного соленоида индукция магнитного поля становится равной $\mu_0 n i / 2$.

Формула (3) справедлива не только для постоянных i и B , но и для мгновенных значений изменяющихся во времени тока и магнитного поля, если только их изменения не происходят слишком быстро (для квазистационарных токов). В частности, если ток через соленоид меняется по закону $i = I_m \cos \omega t$, то по такому же закону меняется и магнитное поле $B = B_m \cos \omega t$, причем амплитудные значения тока I_m и магнитного поля B_m на оси соленоида связаны формулой (3), в которой $i = I_m$, $B = B_m$.

Описание эксперимента

Измерения магнитного поля в данной работе проводятся на переменном токе и основаны на законе электромагнитной индукции. Электрическая схема установки приведена на рис.3. Магнитное поле в соленоиде создается переменным током $i = I_m \cos \omega t$ известной частоты $\omega = 2\pi\nu$ (на рис.3 Г - генератор переменного напряжения; К - компас). В этом случае магнитное поле в соленоиде также зависит от времени: $B = B_m \cos \omega t$.

На оси соленоида располагается специальный зонд, который представляет собой маленькую катушку, подключенную ко входу электронного вольтметра. По закону электромагнитной индукции в катушке-зонде возникает ЭДС индукции

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где Φ - магнитный поток через витки зондовой катушки. Если магнитное поле, пронизывающее витки катушки, можно считать однородным и

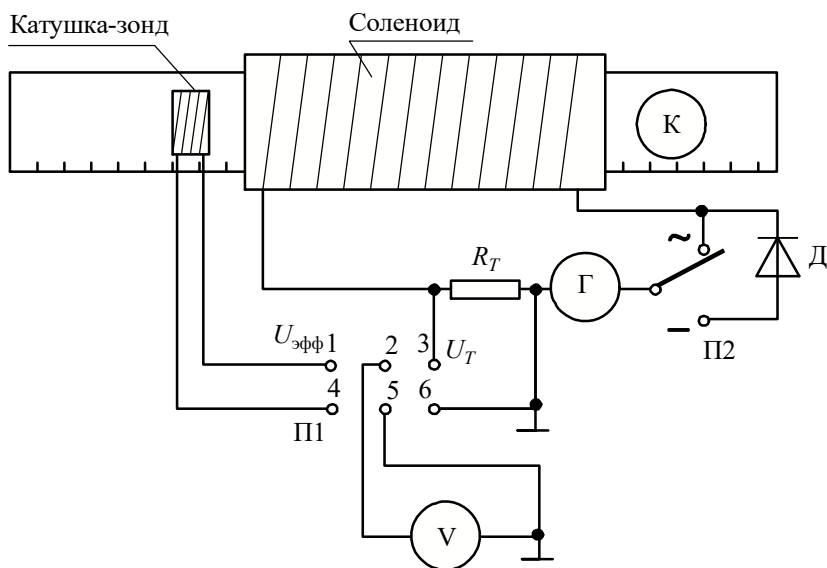


Рис.3. Электрическая схема установки

перпендикулярным плоскости ее витков, то $\Phi = BS_K N_K$, где $S_K = \pi d_K^2 / 4$ - площадь одного витка; N_K - число витков в катушке; d_K - диаметр витка. Тогда

$$E_i = \frac{\pi d_K^2 N_K \omega}{4} B_m \sin \omega t.$$

Вольтметр, подключенный к зондовой катушке, измерит эффективное значение напряжения на ней $U_{\text{эфф}} = E_{im} / \sqrt{2}$, где $E_{im} = \pi d_K^2 N_K \omega B_m / 4$ - максимальное значение ЭДС индукции. Следовательно,

$$U_{\text{эфф}} = \frac{(\pi d_K)^2 N_K \nu}{2\sqrt{2}} B_m, \quad (5)$$

где $\nu = \omega / 2\pi$ - частота переменного тока через соленоид. Зная диаметр катушки, число витков, частоту и измерив напряжение на зондовой катушке, можно рассчитать значение индукции магнитного поля B_m , созданного током I_m в соленоиде в том месте, где расположена зондовая катушка. Перемещая катушку вдоль оси соленоида, можно снять зависимость $B_m(x)$ и сравнить ее с теоретической. Амплитуда тока I_m рассчитывается по закону Ома

$$I_m = \sqrt{2} U_T / R_T,$$

где U_T - эффективное значение напряжения на резисторе R_T , который включен последовательно с соленоидом (см. рис.3).

Переключатель П1 имеет два положения. Когда он находится в положении " $U_{\text{эфф}}$ ", замкнуты контакты 1-2, 4-5, и вольтметр измеряет напряжение на зондовой катушке. Когда переключатель находится в положении " U_T ", замкнуты контакты 2-3, 5-6, и вольтметр измеряет напряжение на резисторе R_T . Переключатель П2 позволяет питать соленоид либо синусоидальным током, либо током, выпрямленным при помощи диода Д (такой режим питания используется в упражнении 2).

Выполнение работы

Упражнение 1. Исследование распределения магнитного поля вдоль оси соленоида.

1. Переключатель П1 установите в положение " U_T ", а переключатель П2 - в положение "~". Переведите вольтметр в режим измерения синусоидального напряжения. Установите частоту генератора $\nu = 1$ кГц. Регулируя выходное напряжение генератора и контролируя напряжение U_T , установите значение амплитуды тока через соленоид I_m , для которого выполнялось расчетное задание - вольтметр должен показывать напряжение $U_T = I_m R_T / \sqrt{2}$.

2. Поместите катушку-зонд в центр соленоида. Переключатель П1 установите в положение " $U_{эфф}$ ", измерьте напряжение на катушке и при помощи формулы (5) определите индукцию магнитного поля в центре соленоида. Сравните полученное значение B_m с рассчитанным теоретически по формуле (4).

3. Перемещая катушку вдоль оси соленоида, снимите зависимость $B_m(x)$, постройте график этой зависимости на том же листе миллиметровки, на котором построен график, рассчитанный по формуле (3) при выполнении расчетного задания.

Упражнение 2. Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.

Переключатели П1 и П2 установите в положения " U_T " и "-", вольтметр переведите в режим измерения постоянного напряжения. На некотором расстоянии x (3...10 см) от торца соленоида разместите компас (см. рис.3). Подберите такую ориентацию соленоида, чтобы при выключенном токе стрелка компаса была направлена перпендикулярно оси соленоида. Плавно увеличивая ток через соленоид, добейтесь поворота стрелки компаса на 45° , зафиксируйте соответствующее значение тока I_1 . При этом ток величина индукции магнитного поля соленоида $B_m(x)$ в месте расположения компаса будет равна величине горизонтальной составляющей магнитного поля Земли B_3 . Учитывая, что магнитное поле соленоида в любой точке пространства пропорционально току, можно записать

$$B_3 = B_m(x) \frac{I_1}{I_m},$$

где $B_m(x)$ и I_m определены в упражнении 1. Повторите измерения и расчеты B_3 еще для двух-трех положений компаса.

Подготовка к работе

1. Физические величины, явления, законы, знание которых необходимо для успешного выполнения работы:

- вектор магнитной индукции; закон Био - Савара;
- магнитный поток; закон электромагнитной индукции.

2. Приведите в рабочей тетради подробный вывод формул (1) - (5).

3. Изучите экспериментальную часть работы. Приведите в рабочей тетради электрическую схему измерений.

Расчетное задание.

По формуле (3) рассчитайте зависимость индукции магнитного поля на оси соленоида от координаты x . Постройте график зависимости $B(x)$ для $-l/2 < x < l/2$. При вычислениях примите длину соленоида равной $l = 182$ мм, радиус соленоида $R = 27$ мм. Число витков соленоида N и значение силы тока I возьмите из таблицы:

Номер бригады	1 - 6			7 - 12		
Комната А	$N = 2745$			$N = 2855$		
Комната В	$N = 2845$			$N = 2680$		
Номер бригады	1 и 12	2 и 11	3 и 10	4 и 9	5 и 8	6 и 7
I_m , мА	120	110	100	90	80	70

Литература

1. **Иродов И.Е.** Электромагнетизм. Основные законы. - М.-СПб.: Физматлит, 2001. - §§ 6.1 - 6.4; 9.1; 9.2.

2. **Савельев И.В.** Курс общей физики. Электричество и магнетизм. - М.: Астрель, 2001. - §§ 6.1 - 6.3; 6.11; 6.12; 8.1; 8.2.

Приложение к лабораторной работе № 3

На рис. III показан круговой виток с током в разрезе. В сечении провода M ток i течет из плоскости чертежа "на нас", в сечении N ток втекает в плоскость чертежа.

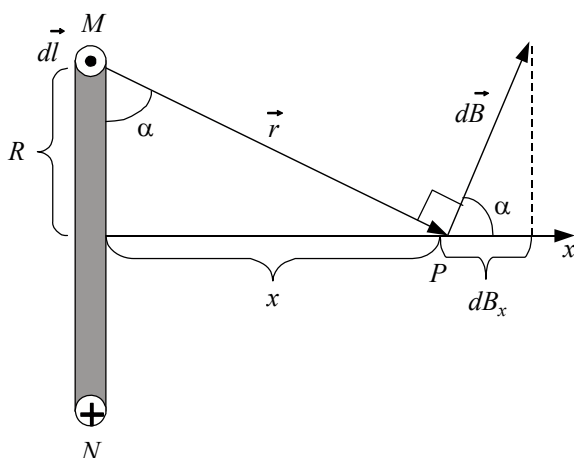


Рис. III. К выводу формулы (1)

Вектор $d\vec{B}$ - индукция магнитного поля, созданного в точке P элементом тока idl ($d\vec{l}$ - бесконечно малый элемент провода с током в сечении M). Заметим, что в соответствии с законом Био - Савара векторы $d\vec{l}$, \vec{r} и $d\vec{B}$ взаимно перпендикулярны и образуют правую тройку векторов. Вектор $d\vec{B}$ изображен в "точке наблюдения", расположенной на расстоянии x от плоскости витка. От всех элементов тока будет образовываться конус векторов $d\vec{B}$. Легко понять, что результирующий вектор \vec{B} в "точке наблюдения" будет направлен вдоль оси x . Это означает, что для нахождения модуля вектора \vec{B} достаточно сложить проекции векторов $d\vec{B}$ на ось x . Каждая такая проекция имеет вид:

$$dB_x = dB \cos \alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{idl r \sin 90^\circ}{r^3} \cos \alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{idl}{r^2} \cos \alpha .$$

Проинтегрировав это выражение по всем dl (это дает $2\pi R$) и приняв во внимание, что $\cos \alpha = R/r$ и $r^2 = R^2 + x^2$, получим:

$$B_x = \frac{\mu_0}{2} \frac{iR^2}{r^3} = \frac{\mu_0}{2} \frac{iR^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}.$$

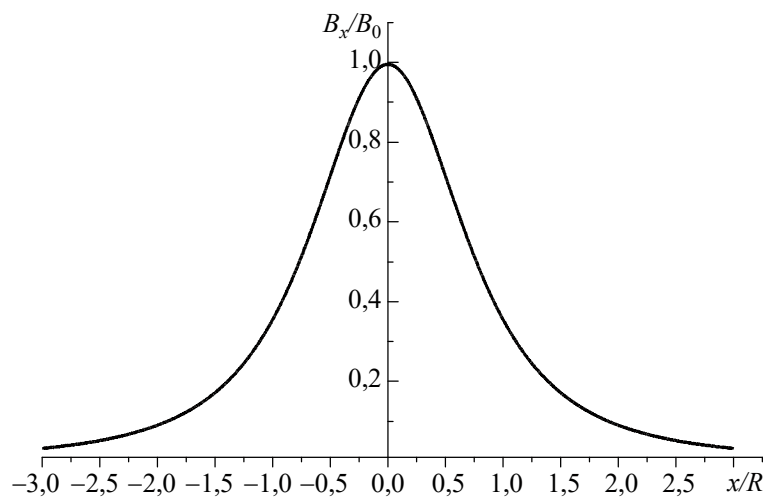


Рис.П2. Магнитное поле на оси кругового тока

Рассчитанный по этой формуле график зависимости B_x от x в относительных единицах приведен на рис.П2 ($B_0 = \mu_0 i / 2R$ - магнитное поле в центре витка).