

Лабораторная работа № 4

Процессы установления тока при зарядке и разрядке конденсатора

Цель работы: исследование зависимостей от времени тока и напряжения на конденсаторе при его зарядке и разрядке через активное сопротивление.

Приборы и оборудование: коммутационная плата с конденсаторами, сопротивлениями, полупроводниковым диодом и переключателями, источник постоянного напряжения, генератор прямоугольных импульсов, вольтметр, амперметр, осциллограф, секундомер.

Продолжительность работы: 4 часа.

Теоретическая часть

Пусть в некоторый момент времени обкладки *заряженного* конденсатора соединяют проводником, например, переводят ключ из положения «1» в положение «2» в схеме, изображенной на рис.1. Конденсатор начинает разряжаться и через резистор $R1$ течет ток i_1 .

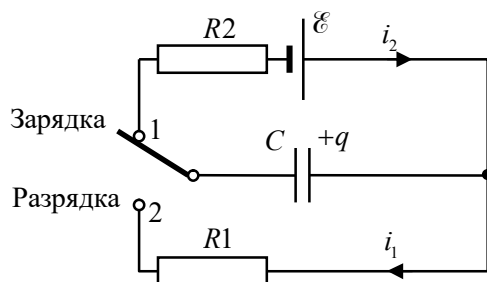


Рис.1. Электрическая схема для изучения процессов зарядки-разрядки конденсатора

Считая ток i_1 положительным, когда он течет от «положительной» обкладки конденсатора, записываем:

$$i_1 = -\frac{dq}{dt}, \quad i_1 = \frac{u}{R_1}, \quad q = Cu,$$

где i_1 , q и u - мгновенные значения тока, заряда «положительной» обкладки и разности потенциалов между обкладками; R_1 - сопротивление резистора R_1 ; C - емкость конденсатора. Знак «минус» в формуле для тока означает уменьшение заряда конденсатора при протекании положительного тока. Исключая из этих уравнений i_1 и u , получаем:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{R_1 C} = 0.$$

Разделяя переменные

$$\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{R_1 C}$$

и интегрируя, находим:

$$\ln \frac{q}{q_0} = -\frac{t}{R_1 C},$$

где q_0 - начальное значение заряда конденсатора. Следовательно, заряд конденсатора уменьшается со временем по экспоненциальному закону:

$$q = q_0 e^{-t/\tau}.$$

Постоянная $\tau = R_1 C$, имеющая размерность времени, называется временем релаксации. Понятен физический смысл этой величины: через время, равное τ , заряд конденсатора убывает в e раз.

Дифференцируя приведенную выше формулу, находим закон изменения тока во времени:

$$i_1 = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{\tau} e^{-t/\tau} = i_0 e^{-t/\tau},$$

где $i_0 = q_0 / \tau = Cu_0 / \tau = u_0 / R_1$ - начальное значение тока; u_0 - начальное значение напряжения на конденсаторе. Зависимость напряжения от времени при разрядке конденсатора определится формулой

$$u = \frac{q}{C} = u_0 e^{-t/\tau}. \quad (1)$$

В процессе разрядки конденсатора в резисторе выделяется тепло. Количество теплоты, выделившейся при полной разрядке конденсатора, равно его начальной энергии:

$$Q = \int_0^{\infty} i_1^2 R_1 dt = \left(\frac{q_0}{\tau} \right)^2 R_1 \int_0^{\infty} e^{-2t/\tau} dt = \frac{q_0^2}{2C}.$$

Отметим, что с увеличением сопротивления R_1 разрядка конденсатора будет происходить медленнее, однако общее количество выделившейся на резисторе теплоты при полной разрядке конденсатора не зависит от сопротивления R_1 .

Аналогично решается задача о зарядке конденсатора. Пусть в некоторый начальный момент времени к *незаряженному* конденсатору подключают источник электродвижущей силы (ЭДС) \mathcal{E} , например, переводят ключ из положения «2» в положение «1» в схеме, изображенной на рис.1. Конденсатор начинает заряжаться через резистор R_2 . Протекающий через источник ток i_2 приводит к накоплению положительного заряда на обкладке, подключенной к положительному полюсу источника питания, на другой обкладке накапливается отрицательный заряд. Считая ток в проводнике положительным, когда он направлен от положительного полюса источника ЭДС, записываем:

$$i_2 = \frac{dq}{dt}.$$

Напряжение на конденсаторе $u = q / C$ в процессе его зарядки увеличивается, а напряжение на резисторе R_2 соответственно уменьшается. По закону Ома

$$i_2 = \frac{\mathcal{E} - u}{R_2}$$

(предполагается, что внутреннее сопротивление источника ЭДС пренебрежимо мало). Из этих уравнений следует

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{R_2 C} = \frac{\mathcal{E}}{R_2}.$$

Полученное неоднородное дифференциальное уравнение сведется к однородному, если его записать в виде

$$\frac{d}{dt}(q - \mathcal{E}C) + \frac{(q - \mathcal{E}C)}{R_2 C} = 0.$$

Решая это уравнение, находим:

$$q - \mathcal{E}C = B e^{-t/\tau},$$

где $\tau = R_2 C$. Значение постоянной интегрирования B определяем из условия, что в начальный момент времени конденсатор не заряжен: $q = 0$ при $t = 0$. Это дает $B = -\mathcal{E}C$, и, следовательно,

$$q = \mathcal{E}C(1 - e^{-t/\tau}).$$

Для тока получаем:

$$i_2 = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}C}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{\mathcal{E}}{R_2} e^{-t/\tau}.$$

В начальный момент времени ток максимален и равен $i_0 = \mathcal{E} / R_2$. При $t \rightarrow \infty$ ток стремится к нулю, а заряд - к предельному значению $q_\infty = \mathcal{E}C$.

В процессе зарядки конденсатора источник ЭДС совершает работу

$$A = \int_0^\infty \mathcal{E} dq = \mathcal{E} q_\infty = \mathcal{E}^2 C,$$

а на резисторе выделяется количество теплоты

$$Q = \int_0^\infty i_2^2 R_2 dt = \frac{C \mathcal{E}^2}{2}.$$

В результате энергия конденсатора возрастает на величину

$$W = A - Q = \frac{C \mathcal{E}^2}{2}.$$

Приведенные решения получены в предположениях, что мгновенное значение силы тока одно и то же во всех поперечных сечениях провода, соединяющего обкладки конденсатора, а мгновенное значение электрического поля такое же, как в электростатике при тех же зарядах на обкладках конденсатора. Токи и поля, удовлетворяющие этим условиям, называются квазистационарными. Приближение квазистационарных токов перестает быть справедливым при очень быстрых изменениях тока и электрического поля. Во многих практически важных случаях отклонение от квазистационарности несущественно.

Инерционность процессов зарядки и разрядки конденсатора лежит в основе их широкого практического использования, в частности, в схемах преобразования переменного тока в постоянный, разделения постоянной и быстропеременной составляющих тока, подавления помех и т.д.

Вместе с тем наличие емкости между различными проводниками, входящими в состав электронных приборов (диодов, транзисторов, микросхем на их основе), ограничивает их быстродействие. Для увеличения быстродействия цифровой схемы (например, микропроцессора) необходимо уменьшать длительность импульсов тока и напряжения, которые должна «обрабатывать» схема. Однако продолжительность импульсов не может быть сделана меньше постоянной времени $\tau = RC$ (R и C - эффективные входные сопротивление и емкость схемы), поскольку на очень короткие импульсы схема не будет успевать реагировать.

Описание эксперимента

В работе исследуются зависимости тока и напряжения от времени при зарядке и разрядке конденсатора. Когда постоянная времени τ составляет десятки и сотни секунд, для наблюдения релаксационных процессов используются измерительные приборы постоянного тока. Электрическая схема установки приведена на рис.2.

Когда переключатель П1 находится в положении «1», обкладки конденсатора замкнуты проводником с очень малым сопротивлением («закорочены») и заряд конденсатора равен нулю. После перевода переключателя П1 в положение «2» начинается зарядка конденсатора от источника ЭДС \mathcal{E} через резистор R , сопротивление которого можно менять с помощью переключателя П2.

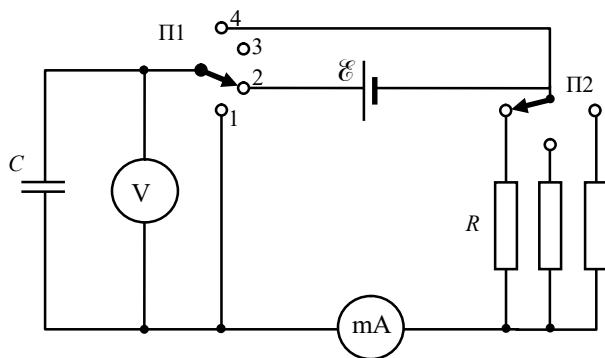


Рис.2. Электрическая схема установки

Зарядка конденсатора прекращается при переводе переключателя $\Pi 1$ в положение «3». После перевода переключателя $\Pi 1$ в положение «4» начинается разрядка конденсатора через резистор R . Напряжение на конденсаторе измеряется вольтметром V , ток зарядки - миллиамперметром mA .

Для наблюдения быстрых релаксационных процессов используются электронный осциллограф $Осц.$ и генератор прямоугольных импульсов Γ (рис.3).

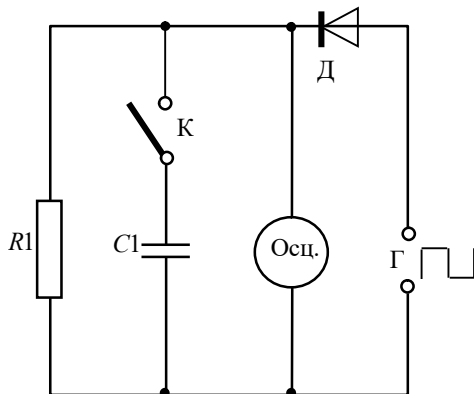


Рис.3. Электрическая схема для наблюдения быстрых релаксационных процессов

При выключенном тумблере К конденсатор отключен, и на экране осциллографа наблюдается зависимость напряжения на резисторе R_1 от времени. Включенный последовательно с генератором прямоугольных импульсов полупроводниковый диод «пропускает» ток только в одном направлении. Поэтому напряжение на резисторе будет однополярным, т.е. будет изменяться «скачком» от нуля до некоторого максимального значения (а не от максимального отрицательного до максимального положительного, как было бы в отсутствие диода).

При включенном тумблере в цепь подключается конденсатор. Он будет периодически заряжаться от генератора импульсов и разряжаться через резистор R_1 (диод пропускает ток только в одном направлении, поэтому конденсатор не может разряжаться через него). На экране осциллографа можно наблюдать, как при этом изменяется напряжение на конденсаторе.

Эксперимент

Запишите в табл.1 указанные на стенде сопротивления резисторов, а также марки используемых приборов.

Таблица 1

Параметры и приборы

| Параметры: | Приборы: |
|--|--|
| R : ...кОм, ...кОм, ...кОм, $R_1 = \dots$ кОм | Миллиамперметр ... Вольтметр ... Осциллограф ... |

Упражнение 1. Наблюдение процессов зарядки-разрядки конденсатора.

1. Установите многопозиционный переключатель П1 в положение «1». Включите вольтметр, настроенный на измерение постоянного напряжения. Его показания должны быть равны нулю, поскольку при данном положении переключателя выводы вольтметра замкнуты и конденсатор полностью разряжен. Включите миллиамперметр. Переключателем П2 установите $R \approx 5$ кОм, включите источник питания, его ЭДС не регулируется и равна $\mathcal{E} = 5$ В.

2. Установите переключатель П1 в положение «2». Конденсатор начнет заряжаться от источника питания через резистор R : напряжение на конденсаторе будет постепенно увеличиваться, а ток зарядки конден-

сатора в момент переключения резко возрастет до максимального значения, а затем будет плавно уменьшаться по мере накопления заряда конденсатора. Переходной процесс завершится, когда напряжение на конденсаторе почти перестанет изменяться, приблизившись к значению, равному ЭДС источника, а ток зарядки практически прекратится. Про-наблюдайте переходной процесс, следя за показаниями вольтметра и миллиамперметра. Оцените длительность переходного процесса, измерив время, за которое напряжение на конденсаторе увеличивается от 0 до 3 В (большая точность при этих измерениях не нужна).

3. Переведите переключатель П1 в положение «3»: источник ЭДС будет отключен от конденсатора, и накопленный на его обкладках заряд будет оставаться практически неизменным. Слабое его уменьшение со временем (уменьшение показаний вольтметра) обусловлено медленной разрядкой конденсатора через очень большое ($\sim 10^6$ Ом) входное сопротивление вольтметра. Установите переключатель П1 в положение «4». Конденсатор начнет разряжаться через резистор R . Обратите внимание на смену направления (знака) тока.

Повторите наблюдения процессов зарядки и разрядки конденсатора при $R \approx 13$ кОм. Обратите внимание на увеличение длительности переходных процессов.

Результаты наблюдений в лабораторную тетрадь можно не записывать, но, если они не согласуются с физически обоснованными прогнозами, обратитесь к преподавателю или инженеру.

Упражнение 2. Определение емкости конденсатора.

Определите емкость конденсатора «прямым методом», воспользовавшись определением электроемкости $C = q / u$. Для этого следует измерить зависимость тока зарядки конденсатора от времени $i(t)$ и затем рассчитать накопленный за время Δt заряд по формуле $q = \int_0^{\Delta t} i(t) dt$. Чтобы упростить расчеты, измерения можно провести в таких условиях, когда ток зарядки $i(t)$ изменяется слабо. В этом случае

$$q = \int_0^{\Delta t} i(t) dt \approx \frac{i_0 + i(\Delta t)}{2} \Delta t .$$

Установите переключатель П1 в положение «1», переключателем П2 выберите $R \approx 50$ кОм. Переведите переключатель П1 в положение «2»,

зафиксируйте начальный ток i_0 , через время $\Delta t = (2...3)$ мин измерьте ток $i(\Delta t)$ и сразу же переведите переключатель П1 в положение «3». Запишите показания вольтметра V . По результатам измерений рассчитайте емкость конденсатора. Результаты измерений и расчетов представьте в рабочей тетради как показано табл.2. В последней строке таблицы запишите расчетную формулу для емкости C , числовое выражение, полученное после подстановки в формулу численных значений, результат вычислений и размерность (см. п. 6 Приложения 2 на с. 105). Так же поступайте при вычислении других величин.

Таблица 2

К упражнению 2

| | |
|---|---------------------|
| Упражнение 2. Определение емкости конденсатора | |
| $R = \dots$ кОм, $\Delta t = \dots$ с | |
| | Измеренная величина |
| i_0 , мА | |
| $i_0(\Delta t)$, мА | |
| U , В | |
| Расчет емкости конденсатора: | |
| $C = \dots$ | |

Упражнение 3. Определение времени релаксации.

Измерьте зависимость $u(t)$ в процессе разрядки конденсатора при $R \approx 50$ кОм (точное значение сопротивления указано на стенде). В случае необходимости следует подзарядить конденсатор до напряжения $u_0 = (2...4)$ В, подключив его на некоторое время к источнику напряжения (переключатель П1 в положении «2»). Переведите П1 в положение «4» и через каждую минуту записывайте показания вольтметра $u(t)$. Измерения следует выполнять в течение 10 минут. После завершения измерений переведите П1 в положение «1». Результаты занесите в табл.3. Величину $\ln(u_0 / u(t))$ и ее погрешность можно рассчитать позже при обработке экспериментальных данных.

Таблица 3

К упражнению 3

| Упражнение 3. Определение времени релаксации $R = \dots$ кОм, $u_0 = \dots$ В | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| $t, \text{с}$ | | | | | | | | | | | |
| $u(t), \text{В}$ | | | | | | | | | | | |
| $\ln \frac{u_0}{u(t)}$ | | | | | | | | | | | |
| $\Delta \left(\ln \frac{u_0}{u(t)} \right)$ | | | | | | | | | | | |

Упражнение 4. Исследование процесса разрядки конденсатора с помощью осциллографа.

В этом упражнении исследуется процесс разрядки конденсатора, емкость которого $C_1 \approx 0,1$ мкФ. Постоянная времени τ для такого конденсатора даже при $R = 1$ МОм $= 10^6$ Ом составляет доли секунды. Поэтому процессы зарядки и разрядки происходят настолько быстро, что исследовать их визуально с помощью обычных вольтметров и амперметров, как это сделано в упражнениях 1 - 3, не удастся. Для наблюдения быстропротекающих процессов в электрических цепях используется осциллограф.

Вольтметр и миллиамперметр выключите. Установите тумблер К на измерительном стенде в положение «Выкл». Включите осциллограф. С выхода « $f = 1000$ Гц» источника питания (генератора) на схему, показанную на рис.3 (она смонтирована на правой половине коммутационной платы), подаются прямоугольные импульсы напряжения с частотой 1000 Гц. Амплитуда импульсов регулируется ручкой на источнике питания. На экране осциллографа должны наблюдаться прямоугольные импульсы напряжения на резисторе R_1 (значение сопротивления R_1 указано на стенде). Зная масштаб по оси времени на экране осциллографа, измерьте период повторения импульсов. Он должен совпасть со значением, вычисленным по формуле $T = 1/f$, где $f = 1000$ Гц. Меняя масштаб по оси времени на экране осциллографа, можно «растянуть» картинку и более детально пронаблюдать передний или задний фронт импульса.

Тумблер К на стенде переведите в положение «Вкл.» При этом в схему подключается конденсатор. Полупроводниковый диод обладает малым сопротивлением при одном направлении тока, когда происходит зарядка конденсатора, и очень большим сопротивлением - при противоположном направлении тока. Поэтому конденсатор разряжается не через диод, а через резистор R1. На экране вы будете наблюдать зависимость напряжения на конденсаторе от времени при зарядке-разрядке конденсатора.

По наблюдаемой осциллограмме определите время τ , за которое напряжение на конденсаторе уменьшается в $e \approx 2,7$ раз, определите погрешность $\Delta\tau$ измерения этой величины. Результаты запишите в тетрадь. Зарисуйте по возможности точно в тетради наблюдаемую осциллограмму разрядки конденсатора, укажите на рисунке масштаб по осям X ($a_x = \dots$ мкс/дел) и Y ($a_y = \dots$ В/дел).

Обработка экспериментальных данных

1. По результатам измерений в упражнении 3 рассчитайте величину $\ln(u_0 / u(t))$ и погрешность этой величины. Напомним, что абсолютная погрешность натурального логарифма некоторой величины f равна относительной погрешности δf :

$$\Delta(\ln f) = |(\ln f)'| \Delta f = \Delta f / f = \delta f ,$$

поэтому

$$\Delta(\ln(u_0 / u(t))) = \delta u_0 + \delta u(t) .$$

В расчетах можно принять $\delta u_0 \approx \delta u(t) \approx 5\%$. Результаты расчетов занесите в табл.3.

2. Постройте график зависимости $\ln(u_0 / u(t))$ от t , нанесите поля погрешности. Из формулы (1) следует

$$\ln \frac{u_0}{u(t)} = \frac{t}{RC},$$

поэтому экспериментальные точки зависимости $\ln(u_0/u(t))$ от t должны лежать на прямой с угловым коэффициентом $\gamma = 1/RC$.

3. Проведите через поля погрешностей две прямые, с минимальным и максимальным наклонами, определите угловые коэффициенты γ_{\min} , γ_{\max} этих прямых, рассчитайте минимальное C_{\min} и максимальное C_{\max} значения емкости конденсатора. Найдите среднее значение емкости конденсатора и погрешность этой величины:

$$C = \frac{C_{\max} + C_{\min}}{2}, \quad \Delta C = \frac{C_{\max} - C_{\min}}{2}.$$

Округлите значения емкости и ее погрешности и запишите результат в виде $C = (... \pm ...) \text{ мкФ}$. График (размером примерно с тетрадный лист) вклейте в тетрадь. Для каждой величины запишите формулу, числовое выражение, результат вычислений, размерность.

4. По результатам упражнения 4 рассчитайте емкость конденсатора C_1 и его погрешности δC_1 и ΔC_1 . После округления запишите результат в виде $C_1 = (... \pm ...) \text{ мкФ}$.

5. Основные результаты работы сведите в табл.4.

Таблица 4

Основные результаты работы

| | |
|------------------------|-----------------------------------|
| Емкость в упражнении 2 | $C = ... \text{ мкФ}$ |
| Емкость в упражнении 3 | $C = (... \pm ...) \text{ мкФ}$ |
| Емкость в упражнении 4 | $C_1 = (... \pm ...) \text{ мкФ}$ |

6. Сформулируйте выводы по работе, укажите формулы, проверенные экспериментально.

Подготовка к работе

1. Физические понятия, величины, явления, законы, знание которых необходимо для успешного выполнения работы:

- электрический ток, сила тока, электрическое напряжение, закон Ома;

- закон Джоуля - Ленца;
- электродвижущая сила;
- емкость конденсатора;
- энергия заряженного конденсатора.

2. Приведите в рабочей тетради подробный вывод всех соотношений теоретической части работы.

3. Изучите экспериментальную часть работы. Приведите в рабочей тетради электрические схемы измерений.

Расчетное задание.

1. В схеме, изображенной на рис.2, переключатель П1 сначала находится в положении «1». В момент $t = 0$ его переводят в положение «2», а через 100 с - в положение «4». Рассчитайте и постройте на миллиметровке графики зависимостей $u(t)$ и $i(t)$ для данного процесса в диапазоне $0 \leq t \leq 200$ с. Значение ЭДС источника примите равным $\mathcal{E} = 5$ В, сопротивление резистора для первого (по алфавиту) члена бригады $R = 5$ кОм, для второго - $R = 4$ кОм, для третьего - $R = 3$ кОм. Значение емкости C выберите из табл.5:

Таблица 5

К расчетному заданию

| | | | | | | |
|---------------|-------|-------|-------|------|------|------|
| Номер бригады | 1, 12 | 2, 11 | 3, 10 | 4, 9 | 5, 8 | 6, 7 |
| C , мкФ | 4000 | 4500 | 5000 | 5500 | 6000 | 6500 |

2. На рис.4 изображена осциллограмма (изображение на экране осциллографа), полученная в упражнении 4 (тумблер на рис.3 в поло-

жении «Вкл.», $R_1 = 1$ кОм). Рассчитайте емкость конденсатора в данном эксперименте.

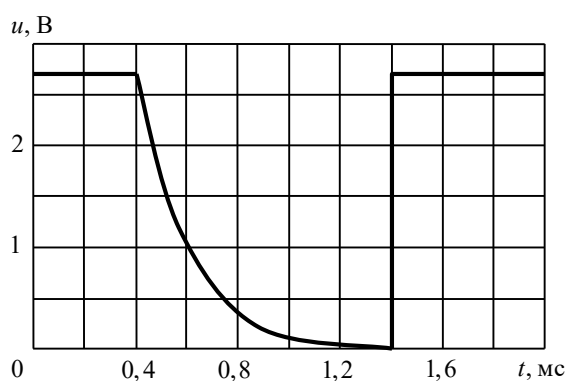


Рис. 4. Осциллограмма - зависимость напряжения на конденсаторе от времени

Литература

1. **Иродов И.Е.** Электромагнетизм. Основные законы. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. - 319 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/94160> (дата обращения 21 июня 2019). §§ 5.1 - 5.6.

2. **Савельев И.В.** Курс общей физики: в 3 т. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика / *под общ. ред. И.В. Савельева*. - СПб.: Лань, 2008. - 500 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/113945> (дата обращения 21 июня 2019). §§ 24 - 27.