

## Свободные колебания в колебательном контуре

**Цель работы:** изучение затухающих колебаний в колебательном контуре при различных значениях емкости, индуктивности, активного сопротивления.

**Приборы и оборудование:** катушка с обмоткой возбуждения и электронным ключом, набор конденсаторов, магазин сопротивлений, генератор прямоугольных импульсов, электронный осциллограф.

### Теоретическая часть

На рис.1 изображена цепь, называемая последовательным колебательным контуром ( $C$  - емкость конденсатора;  $L$  - индуктивность катушки;  $R$  - суммарное активное сопротивление контура). В этой цепи могут возникать электрические колебания - циклические изменения протекающего в контуре тока  $i$  и падений напряжения на элементах цепи. При  $R = 0$  эти колебания являются гармоническими и запасенная в контуре энергия

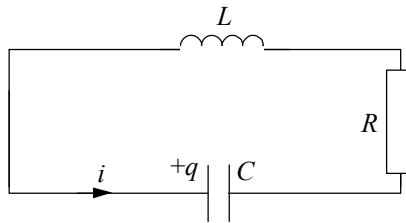


Рис.1. Последовательный колебательный контур

$$W = \frac{Li^2}{2} + \frac{Cu^2}{2} \quad (1)$$

остается постоянной ( $u$  - напряжение на конденсаторе). В процессе колебаний происходит лишь перераспределение этой энергии между электрическим полем конденсатора и магнитным полем катушки индуктивности.

Если же сопротивление контура  $R$  отлично от нуля, то запасенная в контуре энергия  $W$  уменьшается во времени вследствие выделения тепла на сопротивлении  $R$ :

$$\frac{dW}{dt} = -i^2 R. \quad (2)$$

Одно из направлений тока примем за положительное (оно показано на рис.1 стрелкой). Обозначим через  $q$  заряд той из обкладок конденсатора, направление от которой к другой обкладке совпадает с положительным направлением тока. Из определений силы тока и емкости следует

$$i = \frac{dq}{dt}, \quad u = \frac{q}{C}. \quad (3)$$

После несложных преобразований из (1) - (3) получим следующее уравнение относительно неизвестной функции времени  $u = u(t)$ :

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2\beta \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0, \quad (4)$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad \beta = \frac{R}{2L}. \quad (5)$$

При  $\omega_0^2 > \beta^2$  уравнение (4) имеет решение

$$u = U_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (6)$$

описывающее затухающие колебания напряжения (рис.2,а). Частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad (7)$$

зависит от параметров контура ( $L$ ,  $C$  и  $R$ ), а постоянные  $U_0$  и  $\alpha$  определяются начальными условиями (значениями напряжения  $u$  и тока  $i$  при  $t = 0$ ). Множитель

$$U_m = U_0 e^{-\beta t}, \quad (8)$$

стоящий перед периодической функцией в формуле (6), называется амплитудой затухающих колебаний. Она экспоненциально убывает во времени, причем время, за которое амплитуда уменьшается в  $e$  раз, равно  $1/\beta$ . Величина  $\beta$ , таким образом, характеризует скорость затухания амплитуды колебаний и называется коэффициентом затухания.

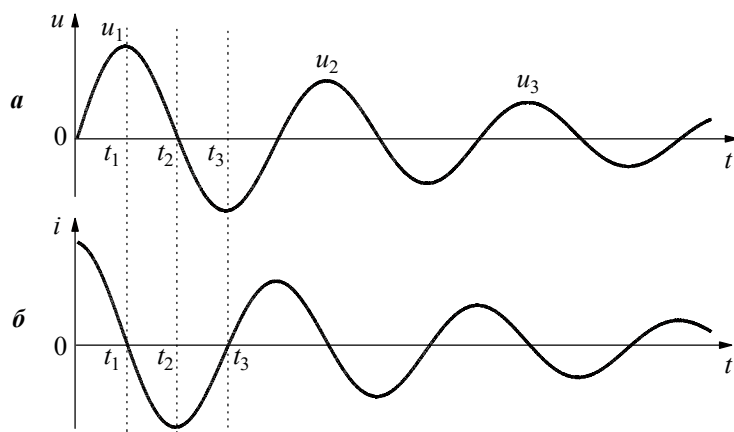


Рис.2. Затухающие колебания напряжения на конденсаторе (а) и тока в колебательном контуре (б)

За каждый период колебаний  $T = 2\pi/\omega$  амплитуда  $U_m$  убывает в

$$\frac{U_m(t)}{U_m(t+T)} = e^{\beta T}$$

раз. Логарифм этого отношения

$$\lambda = \ln \frac{U_m(t)}{U_m(t+T)} = \beta T \quad (9)$$

называется логарифмическим декрементом затухания.

Затухание колебаний в контуре характеризуют также добротностью контура  $Q$ , которая определяет относительные потери энергии за один период колебаний:

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W} = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}. \quad (10)$$

При малом затухании, когда

$$\beta^2 \ll \omega_0^2 \quad (11)$$

и

$$T \approx 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (12)$$

из формулы (10) после ряда преобразований следует

$$Q \approx \pi/\lambda. \quad (13)$$

Зависимость тока  $i$  от времени также имеет вид затухающих колебаний, что вытекает из формул (3), (6). Причем в случае слабого затухания ( $\beta^2 \ll \omega_0^2$ ) колебания тока  $i(t)$  опережают по фазе колебания напряжения  $u(t)$  на  $\pi/2$ :

$$i = I_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha + \pi/2),$$

где  $I_0 = \omega C U_0$ . График  $i(t)$  для этого случая приведен на рис.2,б.

При  $\beta^2 \geq \omega_0^2$  вместо колебаний в контуре происходит аperiodический (непериодический) процесс установления стационарных значений тока  $i = 0$  и напряжения  $u = 0$ . Условие прекращения колебаний  $\beta^2 \geq \omega_0^2$  можно также записать в виде неравенства  $R \geq R_{кр}$ , где  $R_{кр} = 2\sqrt{L/C}$  - так называемое критическое сопротивление контура.

### Описание эксперимента

Колебательный контур образуют последовательно соединенные конденсатор  $C$ , катушка индуктивности  $L$ , магазин сопротивлений  $R_M$  и резистор  $R_T$ . Переключатель П позволяет подавать на вход  $Y$  осциллографа либо напряжение  $u(t)$  на конденсаторе (когда переключатель находится в положении " $U_C$ " и замкнуты контакты 1-2, 4-5 на рис.3), либо напряжение  $u_R(t)$  на резисторе  $R_T$  (когда переключатель П находится в положении " $U_R$ " и замкнуты контакты 2-3, 5-6). При этом на экране осциллографа отображаются графики зависимостей этих напряжений от времени. Масштабы по осям  $Y$  и  $X$  осциллографа можно менять переключателями "Вольт/деление" и "Время/деление" на его па-

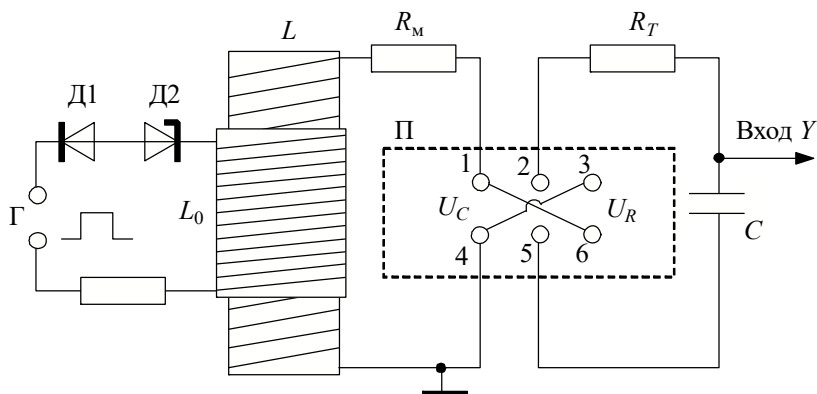


Рис.3. Электрическая схема установки

нели управления (эти переключатели в зависимости от марки осциллографа могут иметь и другие обозначения). Напряжение  $u_R$  на резисторе  $R_T$  пропорционально протекающему в контуре току:

$$u_R = R_T i.$$

Поэтому в режиме " $U_R$ " на экране осциллографа отображается зависимость величины  $R_T i$  от времени  $t$ .

Магазин сопротивлений позволяет менять сопротивление колебательного контура  $R$ . На стенде предусмотрена также возможность изменения величин  $C$  и  $L$ .

Для возбуждения колебаний в контуре служит катушка  $L_0$  и цепь ее питания (см. рис.3). При протекании через  $L_0$  некоторого тока  $i^*$  внутри этой катушки (и, следовательно, внутри катушки  $L$ ) создается магнитное поле. Если ток  $i^*$  "мгновенно" выключить, то в силу закона электромагнитной индукции магнитный поток через катушку  $L$  скачкообразно измениться не может. Магнитное поле будет создаваться теперь током, который возбудится в катушке  $L$  в момент выключения тока  $i^*$ . С этого момента начинается колебательный процесс в  $L - R_m - R_T - C$ -контуре. Начальная энергия колебаний равна энергии магнитного поля катушки  $L$  в момент выключения тока  $i^*$ .

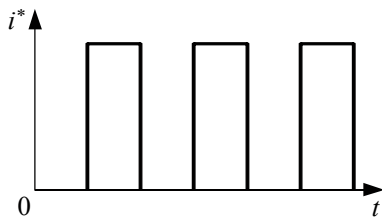


Рис.4. Зависимость тока в катушке  $L_0$  от времени

Скачкообразное изменение тока  $i^*$  через катушку  $L_0$  обеспечивается генератором прямоугольных импульсов Г, диодом Д1 и стабилитроном Д2 (не будем здесь рассматривать технические подробности работы такого электронного ключа). Зависимость тока  $i^*$  от времени представлена на рис.4.

## Выполнение работы

Убедитесь, что схема установки соответствует рис.3. Включите осциллограф и генератор прямоугольных импульсов. Установите указанные на лабораторном стенде параметры прямоугольных импульсов.

**Упражнение 1.** Наблюдение свободных колебаний.

Переключатель П установите в положение " $U_C$ ". Пронаблюдайте на экране осциллографа зависимость  $u(t)$  при различных значениях емкости  $C$ , индуктивности  $L$  и сопротивления  $R_M$ . Основные результаты наблюдений запишите в рабочую тетрадь, продумайте их объяснение.

Отчет по данному упражнению должен содержать экспериментально обоснованные утверждения, например:

1. Период затухающих колебаний увеличивается с ростом емкости  $C$ , что согласуется с формулой (12).
2. Коэффициент затухания  $\beta$  при изменении емкости остается практически неизменным в соответствии с формулой (5).

**Упражнение 2.** Измерение периода затухающих колебаний. Определение индуктивности катушки  $L$ .

При дальнейших измерениях значения  $C$  и  $L$  остаются постоянными, они должны быть выбраны по указанию преподавателя из имеющегося на стенде набора. Сопротивление магазина  $R_M$  установите равным нулю. Измерьте период колебаний  $T$  и при помощи формулы (12) рассчитайте значение индуктивности  $L$  (емкость конденсатора известна).

**Упражнение 3.** Проверка закона сохранения энергии.

При слабом затухании колебания тока и напряжения на конденсаторе сдвинуты по фазе на  $\pi/2$ . Поэтому в моменты времени, когда ве-

личина напряжения на конденсаторе максимальна, ток в контуре равен нулю, и наоборот, когда величина тока максимальна, напряжение равно нулю. Если сопротивление контура равно нулю, то энергия сохраняется, и в соответствии с отмеченным выше фазовым соотношением

$$W = \frac{Cu_m^2}{2} = \frac{Li_m^2}{2},$$

где  $u_m$  и  $i_m$  - максимальные значения напряжения на конденсаторе и тока. Если  $R \neq 0$ , то запасенная в контуре энергия убывает со временем. В частности, для моментов времени  $t_1, t_2, t_3$ , указанных на рис.2, выполняются неравенства

$$W_1 > W_2 > W_3, \quad (14)$$

где

$$W_1 = \frac{C}{2}[u(t_1)]^2, \quad W_2 = \frac{L}{2}[i(t_2)]^2, \quad W_3 = \frac{C}{2}[u(t_3)]^2.$$

В данном упражнении неравенство (14) проверяется экспериментально.

Напряжения на конденсаторе  $u(t_1), u(t_3)$  и напряжение на резисторе  $u_R(t_2)$  определите при помощи осциллографа. При измерении напряжения на конденсаторе переключатель П должен находиться в положении " $U_C$ ", при измерении напряжения на резисторе - в положении " $U_R$ ". Силу тока  $i(t_2)$  рассчитайте по закону Ома  $i(t_2) = u_R(t_2) / R_T$  (для данной установки  $R_T = 200$  Ом).

**Упражнение 4.** Определение коэффициента затухания и активного сопротивления контура.

Согласно формуле (8) амплитуда затухающих колебаний должна уменьшаться со временем по экспоненциальному закону. Чтобы проверить это экспериментально, можно через каждый период (или половину периода) колебаний измерить амплитудные значения напряжения на конденсаторе  $u_1, u_2, u_3 \dots$  (см. рис.2,а) и построить график зависимости  $\ln(u_1 / u_n)$  от времени  $t$  ( $n = 1, 2, 3 \dots$ ). График должен представлять собой прямую с угловым коэффициентом, равным  $\beta$ . Определите по графику коэффициент затухания  $\beta$ . При помощи формул (5), (9), (13)

рассчитайте сопротивление контура, логарифмический декремент затухания и добротность. Проверьте выполнение неравенства (11).

При помощи магазина сопротивлений увеличьте сопротивление контура в два раза. Убедитесь, что это приводит к двукратному увеличению коэффициента затухания контура.

### Подготовка к работе

1. Физические понятия, величины, явления, законы, знание которых необходимо для успешного выполнения работы:

- электрический ток; сила тока; электрическое напряжение; закон Ома; закон Джоуля-Ленца;
- емкость конденсатора; энергия заряженного конденсатора;
- магнитный поток; закон электромагнитной индукции;
- индуктивность; энергия катушки индуктивности;
- гармонические колебания; затухающие колебания; амплитуда и частота затухающих колебаний; коэффициент затухания; добротность.

2. Приведите в рабочей тетради подробный вывод всех соотношений теоретической части работы.

3. Изучите экспериментальную часть работы. Зарисуйте в конспекте электрическую схему установки.

#### Расчетное задание.

Сопротивление колебательного контура  $R = 300$  Ом, емкость конденсатора  $C = (10 \cdot N)$  нФ, индуктивность катушки  $L = (0,2 \cdot K)$  Гн (где  $N$  - номер бригады;  $K$  - порядковый (по алфавиту) номер студента в бригаде). Рассчитайте  $\omega_0$ ,  $\beta$ ,  $\omega$ ,  $T$ . Приняв  $U_0 = 10$  В,  $\alpha = 0$ , рассчитайте зависимость  $u(t)$  при  $0 \leq t \leq 4T$  и постройте график этой зависимости.

### Литература

1. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы. - М.-СПб.: Физматлит, 2001. - §§ 2.6; 4.2; 5.5; 9.3; 9.5; 11.1; 11.2.

2. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Электричество и магнетизм. - М.: Астрель, 2001. - §§ 3.4; 4.2; 5.8; 8.5; 8.8; 13.2; 13.3.