

## Конденсатор в цепи переменного тока

**Цель работы:** исследование зависимости проводимости конденсатора от частоты синусоидального тока. Определение емкости конденсатора и диэлектрической проницаемости вещества, заполняющего конденсатор.

**Приборы и оборудование:** плоский конденсатор, диэлектрическая пластина, генератор синусоидального напряжения, два цифровых вольтметра.

### Теоретическая часть

В работе исследуется плоский конденсатор, который представляет собой две плоские проводящие пластины (обкладки), расположенные параллельно друг другу, причем заряд одной пластины  $q$ , а другой  $-q$ . Расстояние между пластинами  $d$  предполагается малым по сравнению с линейными размерами пластин. В этом случае распределение зарядов по пластинам можно считать равномерным, а электрическое поле  $\vec{E}$  между пластинами - однородным (рис.1):

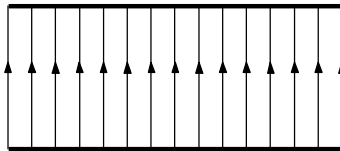


Рис.1. Поле плоского конденсатора без учета краевых эффектов

$$\sigma = \frac{q}{S}, \quad E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \frac{u}{d}, \quad (1)$$

где  $\sigma$  - поверхностная плотность заряда;  $S$  - площадь пластины;  $\varphi_1 - \varphi_2 = u$  - разность потенциалов между пластинами (напряжение на конденсаторе). Для напряженности электрического поля в конденсаторе при помощи теоремы Гаусса можно найти

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}, \quad (2)$$

где  $\epsilon$  - диэлектрическая проницаемость вещества между пластинами;  
 $\epsilon_0$  - электрическая постоянная. Из формул (1), (2) следует, что заряд конденсатора пропорционален приложенному к нему напряжению

$$q = Cu . \quad (3)$$

Коэффициент пропорциональности

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d} \quad (4)$$

называют емкостью (или просто емкостью) конденсатора.

Заметим, что, строго говоря, поверхностная плотность заряда  $\sigma$  не является постоянной по всей поверхности пластины, а увеличивается вблизи ее краев. Вблизи краев нарушается также предположение об однородности электрического поля, поэтому формулы (1), использованные при выводе (4), являются приближенными. Они выполняются тем точнее, чем меньше отношение  $d$  к линейным размерам пластин конденсатора.

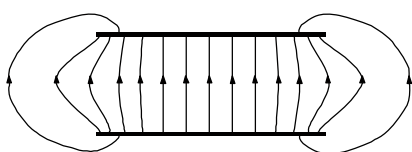


Рис.2. Поле плоского конденсатора с учетом краевых эффектов

Схематически поле плоского конденсатора с учетом отмеченных выше краевых эффектов изображено на рис.2. Как видно из рисунка, линии поля сгущаются вблизи краев конденсатора, что связано с концентрацией заряда у краев пластин. Кроме того, некоторые линии поля начинаются и заканчиваются не на внутренних, а на внешних поверхностях пластин.

Это означает, что некоторая часть заряда располагается на внешних поверхностях пластин конденсатора. Заметим, что общее число линий поля на рис.1 и 2 одинаково, если одинаковы заряды соответствующих пластин на рис.1 и 2.

Строгий расчет емкости плоского конденсатора с учетом краевых эффектов представляет собой сложную задачу. Приведем без вывода приближенную формулу, учитывающую краевые эффекты для плоского конденсатора с *круглыми* пластинами:

$$C = C_\infty \left( 1 + \frac{3d}{4r} + \frac{d}{\pi r} \ln \frac{r}{d} \right), \quad (5)$$

где  $C_\infty = \varepsilon\varepsilon_0 S/d$  - емкость конденсатора без учета краевых эффектов;  $r$  - радиус пластины ( $r \gg d$ ). Второе слагаемое в (5) учитывает неоднородность распределения заряда на внутренних поверхностях пластин, третье слагаемое - частичное вытеснение заряда на внешние поверхности пластин.

Если в пространство между обкладками конденсатора параллельно им ввести плоскую пластину толщиной  $h < d$  из диэлектрика с проницаемостью  $\varepsilon$ , то емкость конденсатора будет равна

$$C' \approx C \frac{\varepsilon d}{\varepsilon d - (\varepsilon - 1)h}, \quad (6)$$

где  $C$  - емкость конденсатора без диэлектрика.

Отметим, что любую пару проводников, независимо от их формы и расположения, можно считать конденсатором. И в этом случае емкостью конденсатора называют коэффициент пропорциональности между зарядом конденсатора (так называют заряд положительной обкладки) и разностью потенциалов между обкладками. Емкость конденсатора зависит от геометрических размеров обкладок, их взаимного расположения и диэлектрической проницаемости среды.

Рассмотрим теперь случай, когда конденсатор включен в цепь переменного тока  $i = I_m \cos \omega t$ , где  $I_m$  - амплитуда тока;  $\omega$  - циклическая частота. Тогда напряжение на конденсаторе

$$u = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{I_m}{\omega C} \sin \omega t.$$

Это выражение можно переписать в виде

$$u = U_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (7)$$

где

$$U_m = \frac{1}{\omega C} I_m - \quad (8)$$

амплитуда напряжения на конденсаторе. Величину  $X_C = 1/\omega C$  называют емкостным сопротивлением.

В цепях переменного тока обычно измеряют не амплитудные, а эффективные значения тока и напряжения:

$$I_{\text{эфф}} = I_m / \sqrt{2}, \quad U_{\text{эфф}} = U_m / \sqrt{2}.$$

Эффективное напряжение на конденсаторе далее будем обозначать  $U_C$ . Тогда вместо (8) запишем

$$I_{\text{эфф}} = \omega C U_C = 2\pi\nu C U_C, \quad (9)$$

где  $\nu = \omega/2\pi$  - частота. Это соотношение проверяется в работе экспериментально.

### Описание эксперимента

Схема измерений показана на рис.3. Переменное напряжение частотой  $\nu = (2 \dots 20)$  кГц подается с выхода генератора  $\Gamma$  на конденсатор и включенный последовательно с ним резистор известного сопротивления  $R$ . Эффективное значение напряжения на выходе генератора измеряется вольтметром  $V_C$ . Резистор  $R$  служит для определения тока через конденсатор:

$$I_{\text{эфф}} = U_R / R;$$

эффективное значение напряжения на резисторе  $U_R$  измеряется вольтметром  $V_R$ .

Величина сопротивления резистора  $R$  выбрана достаточно малой, так что выполняется неравенство

$$R \ll X_C = 1/\omega C.$$

В этом случае измеряемое вольтметром  $V_C$  напряжение можно считать равным напряжению на конденсаторе.

В пространство между пластинами конденсатора может быть введена пластина из диэлектрика. По изменению величины емкости конденсатора определяется диэлектрическая проницаемость диэлектрика  $\epsilon$ .

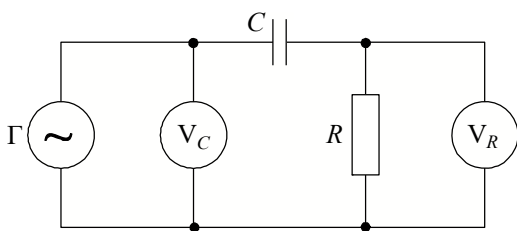


Рис.3. Электрическая схема установки

## Выполнение работы

**Упражнение 1.** Определение емкости конденсатора.

Установите частоту генератора  $\nu$ , равной 20 кГц, а напряжение на выходе генератора (измеряется вольтметром  $V_C$ )  $U_C \approx 50$  В. Определите падение напряжения на сопротивлении  $R$  и рассчитайте величину тока  $I_{\text{эфф}}$ . С помощью формулы (9) найдите емкость конденсатора  $C$ . Полученное значение  $C$  сравните с теоретическим, рассчитанным по формуле (5).

Изменяя частоту переменного тока в пределах (2...20) кГц, снимите зависимость отношения  $I_{\text{эфф}}/U_C$  от частоты  $\nu$ . Постройте график этой зависимости и по угловому коэффициенту полученной прямой определите емкость конденсатора.

**Упражнение 2.** Определение диэлектрической проницаемости диэлектрика.

Установите между пластинами конденсатора диэлектрическую пластину. В диапазоне частот (2...20) кГц измерьте зависимость отношения  $I_{\text{эфф}}/U_C$  от частоты  $\nu$ , постройте график этой зависимости. По угловому коэффициенту графика определите емкость конденсатора  $C'$  с диэлектрической пластиной и рассчитайте величину диэлектрической

проницаемости по формуле  $\varepsilon = \frac{C'h}{Cd - C'(d - h)}$ , которая следует из (6).

## Подготовка к работе

1. Физические понятия, величины, явления, законы, знание которых необходимо для успешного выполнения работы:

- вектор напряженности электрического поля; разность потенциалов;
- теорема Гаусса;
- емкость;
- переменный ток; амплитуда; частота; циклическая частота; период; фаза колебаний;
- эффективные значения переменного тока и напряжения;
- емкостное сопротивление.

2. Приведите в рабочей тетради подробный вывод всех соотношений теоретической части работы. Выведите при помощи теоремы Гаусса формулу (2).

3. При выводе формулы (6) следует предположить, что диэлектрическая пластина расположена параллельно обкладкам конденсатора. Тогда трехслойный конденсатор можно рассмотреть как последовательное соединение трех конденсаторов, один из которых (с расстоянием между обкладками  $h$ ) полностью заполнен диэлектриком, а два других - воздушные. Заметим, что емкость такого трехслойного конденсатора не зависит от того, где конкретно расположена диэлектрическая пластина в зазоре.

4. Изучите экспериментальную часть работы. Приведите в рабочей тетради электрическую схему измерений.

5. Обратите внимание на то, что переменный ток протекает в цепи из-за периодической перезарядки конденсатора. При изменении напряжения на конденсаторе меняется заряд обкладок, поэтому происходит перенос заряда в проводах, подключенных к обкладкам.

6. При подготовке к работе рекомендуем изучить Приложения 2 и 4 учебно-методического пособия.

#### **Расчетное задание.**

1. Рассчитайте по формуле (5) емкость воздушного конденсатора, а также поправку

$$\delta C = (C - C_\infty) / C_\infty = \frac{3d}{4r} + \frac{d}{\pi r} \ln \frac{r}{d},$$

обусловленную учетом краевых эффектов. В расчетах примите  $d = 5$  мм,  $\varepsilon = 1$ ,  $r = (45 + 5N)K$  мм, где  $N$  - номер бригады;  $K$  - номер (по алфавиту) студента в бригаде ( $K = 1, 2$  или  $3$ ).

2. Какой максимальный заряд можно накопить в таком конденсаторе, если пробой воздуха происходит при напряженности электрического поля  $E_{\max} = 30$  кВ/см?

3. Рассчитайте емкостное сопротивление конденсатора при частоте  $\nu = 20$  кГц и эффективное значение тока через конденсатор при напряжении  $U_C = 50$  В.

#### **Литература**

1. **Иродов И.Е.** Электромагнетизм. Основные законы. - М.-СПб.: Физматлит, 2001. - §§ 1.2; 1.3; 2.6; 11.4.

2. **Савельев И.В.** Курс общей физики. Электричество и магнетизм. - М.: Астрель, 2001. - §§ 1.13; 1.14; 3.3; 3.4; 13.5.

3. **Калашиников С.Г.** Электричество. - М.: Наука, 1985. - §§ 217, 218.