

Индуктивность в цепи переменного тока

Цель работы: исследование зависимости сопротивления соленоида от частоты синусоидального тока, определение индуктивности соленоида, а также взаимной индуктивности коаксиальных соленоида и короткой катушки.

Приборы и оборудование: соленоид и короткая катушка на коммутационной плате, генератор синусоидального напряжения, два цифровых вольтметра.

Теоретическая часть

Рассмотрим тонкий замкнутый провод, по которому течет ток i . По закону Био - Савара созданное этим током магнитное поле \vec{B} в каждой точке пространства пропорционально i . Поэтому и поток Φ вектора \vec{B} через замкнутый контур, образованный проводом, пропорционален току i :

$$\Phi = Li.$$

Коэффициент пропорциональности L зависит от геометрических размеров контура и называется его индуктивностью или самоиндукцией.

Для увеличения индуктивности в электротехнике и радиотехнике широко применяются проволочные катушки с достаточно плотной винтовой намоткой - соленоиды (рис.1). Если шаг винтовой линии мал по сравнению с радиусом витка r , а длина соленоида l значительно превышает этот радиус, то магнитное поле внутри такого *длинного соленоида* ($l \gg r$) практически однородно и направлено вдоль его оси (рис.1,*a*). Величина магнитной индукции может быть найдена, например, при помощи теоремы о циркуляции вектора \vec{B} .

$$B = \mu_0 \frac{N_1}{l} i,$$

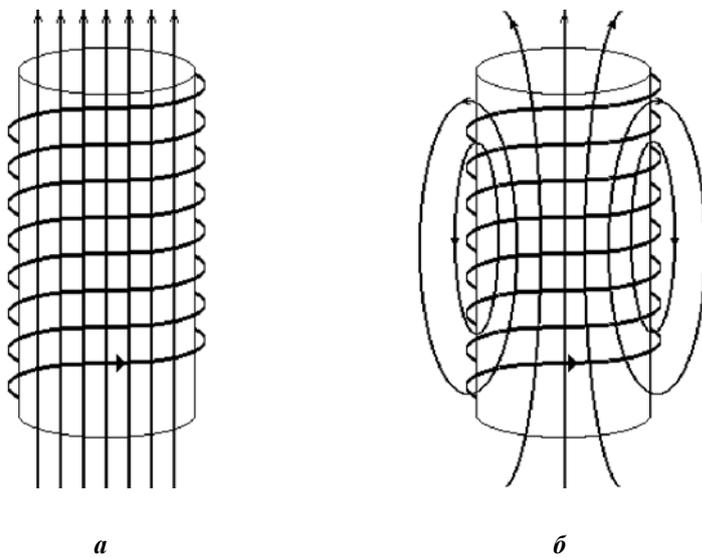


Рис. 1. Линии индукции магнитного поля бесконечно длинного соленоида (а) и соленоида конечной длины (б)

после чего нетрудно вычислить магнитный поток через витки соленоида

$$\Phi = SB N_1 = \frac{\mu_0 N_1^2 S}{l} i$$

и его индуктивность

$$L = \frac{\Phi}{i} = \frac{\mu_0 N_1^2 S}{l}, \quad (1)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м - магнитная постоянная; N_1 - число витков;

$S = \pi r^2$ - площадь каждого витка. Заметим, что соленоид с разомкнутыми выводами не представляет замкнутого контура, но такой контур образуется при включении соленоида в цепь. Поскольку магнитный поток через витки соленоида обычно значительно превышает поток через остальную часть замкнутого проводящего контура, то можно считать, что индуктивность контура определяется индуктивностью включенного в него соленоида.

Строго говоря, индукция магнитного поля в соленоиде не является постоянной, а уменьшается примерно в два раза при приближении к его торцам (см. рис.1,б и лабораторную работу № 3). Поэтому формула (1) дает для индуктивности несколько завышенное значение. Приведем без вывода формулу для расчета индуктивности длинного соленоида с учетом такого краевого эффекта:

$$L \approx \frac{\mu_0 N_1^2 S}{l} \left(1 - \frac{8r}{3\pi l} \right). \quad (2)$$

Рассмотрим теперь случай, когда через соленоид, индуктивность которого L , протекает переменный ток

$$i = I_m \cos \omega t$$

частоты ω и амплитуды I_m . По закону электромагнитной индукции в цепи возникает ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di}{dt} = \omega L I_m \sin \omega t.$$

Напряжение на соленоиде u определим по закону Ома для участка цепи, содержащего эту ЭДС:

$$u = iR - \mathcal{E}.$$

Сопротивление соленоида R во многих случаях целесообразно рассматривать в качестве отдельного элемента цепи. Иными словами, реальный соленоид можно представить в виде последовательно соединенных идеального соленоида индуктивностью L , который не имеет сопротивления, и резистора сопротивлением R , который не обладает индуктивностью. Напряжение на индуктивности (т.е. на идеальном соленоиде)

$$u = -\mathcal{E} = L \frac{di}{dt} = -\omega L I_m \sin \omega t = U_m \cos(\omega t + \pi/2),$$

где $U_m = \omega L I_m$ - амплитуда колебаний напряжения u . Следовательно, эффективные значения напряжения на индуктивности $U_L = U_m / \sqrt{2}$ и тока через нее $I_{\text{эфф}} = I_m / \sqrt{2}$ связаны соотношением

$$U_L = \omega L I_{\text{эфф}}. \quad (3)$$

Это выражение экспериментально проверяется в упражнении 1.

Заметим, что величину

$$X_L = \frac{U_L}{I_{\text{эфф}}} = \omega L$$

называют индуктивным сопротивлением, а сопротивление R - активным или омическим сопротивлением. Индуктивное сопротивление увеличивается с ростом частоты и при достаточно высоких частотах ($\omega L \gg R$) значительно превышает активное сопротивление R . В этом случае формула (3) применима и для реального соленоида, обладающего активным сопротивлением.

Рассмотрим теперь случай, когда вблизи соленоида расположена проволочная катушка. При протекании через соленоид тока i возникает магнитное поле \vec{B} , которое создает магнитный поток Φ_{12} через витки катушки. Из закона Био - Савара следует, что поток Φ_{12} пропорционален току i :

$$\Phi_{12} = L_{12}i.$$

Коэффициент пропорциональности L_{12} зависит от геометрических размеров соленоида, катушки, их взаимного расположения и называется взаимной индуктивностью контуров - соленоида и катушки. Если ток i в соленоиде переменный $i = I_m \cos \omega t$, то в катушке возникает ЭДС

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{di}{dt} = \omega L_{12} I_m \sin \omega t.$$

Напряжение на выводах разомкнутой катушки $u_2 = -\mathcal{E}_2$, а эффективное значение этого напряжения

$$U_{L2} = \omega L_{12} I_{\text{эфф}}. \quad (4)$$

В упражнении 2 выражение (4) используется для экспериментального определения взаимной индуктивности.

Если катушка плотно "надета" на длинный соленоид, то взаимную индуктивность L_{12} можно рассчитать теоретически. В этом случае

$$\Phi_{12} = SBN_2 = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{l} i$$

и, следовательно,

$$L_{12} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{l}, \quad (5)$$

где N_2 - число витков в катушке.

Описание эксперимента

Электрическая схема установки показана на рис.2. Переменный ток, возбуждаемый генератором Γ , протекает через резистор R , соленоид L и резистор R_0 . Для определения эффективного значения $I_{\text{эфф}}$ этого тока используется вольтметр V_R . С его помощью измеряется эффективное значение напряжения U_R на резисторе R , а затем по закону Ома рассчитывается $I_{\text{эфф}}$:

$$I_{\text{эфф}} = U_R / R.$$

Резисторы, специально включаемые в цепь для определения тока, часто называют токовыми сопротивлениями. Резистор R_0 предназначен для ограничения величины протекающего в цепи тока.

Вольтметр V_L измеряет эффективное значение напряжения на соленоиде, когда переключатель находится в положении " U_L ". Если же

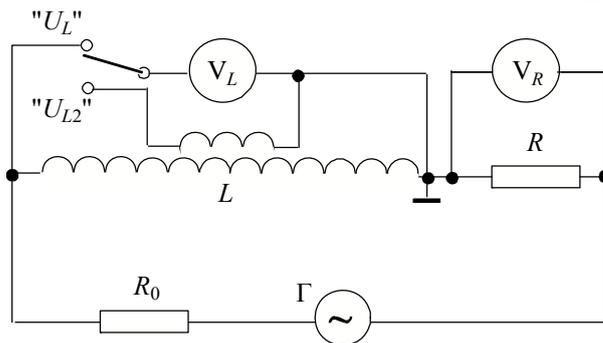


Рис.2. Электрическая схема установки

этот переключатель находится в положении " U_{L2} ", то вольтметр V_L измеряет напряжение на короткой катушке с несколько большим диаметром, чем у соленоида, которая "надета" на соленоид.

Выполнение работы

Упражнение 1. Определение индуктивности соленоида.

Переключатель установите в положение " U_L ". Частоту $\nu = \omega/2\pi$ переменного напряжения, вырабатываемого генератором, установите равной 20 кГц. Выходное напряжение генератора установите близким к максимально возможному. При помощи вольтметров V_L и V_R измерьте эффективные значения напряжения на соленоиде U_L и токовом сопротивлении U_R . Воспользовавшись формулой

$$U_L = \omega LI_{\text{эфф}} = 2\pi\nu LI_{\text{эфф}} = 2\pi\nu L \frac{U_R}{R},$$

рассчитайте индуктивность L соленоида.

По формуле (2) рассчитайте теоретическое значение индуктивности L и сравните его с найденным экспериментально. При расчете погрешностей воспользуйтесь паспортными данными измерительных приборов, учтите также погрешности величин R , l и r , которые указаны на измерительном стенде.

Изменяя частоту ν переменного напряжения в пределах от 2 до 20 кГц, измерьте зависимость $U_L/I_{\text{эфф}}$ от частоты ν . Постройте график этой зависимости и по угловому коэффициенту полученной прямой определите индуктивность L .

Упражнение 2. Определение взаимной индуктивности.

Для двух-трех значений частоты ν в диапазоне (10...20) кГц измерьте напряжения U_{L2} (переключатель в положении " U_{L2} ") и соответствующие значения U_R . При помощи (4) определите взаимную индуктивность L_{12} . Рассчитайте также L_{12} теоретически по формуле (5).

Подготовка к работе

1. Физические понятия, величины, законы, знание которых необходимо для успешного выполнения работы:

- переменный ток; амплитуда; частота; циклическая частота; период; фаза;
- эффективные значения переменного тока и напряжения;
- вектор магнитной индукции; закон Био - Савара;
- магнитный поток; закон электромагнитной индукции;
- самоиндукция; взаимная индукция;
- индуктивное сопротивление.

2. Приведите в рабочей тетради подробный вывод всех соотношений теоретической части работы.

3. Изучите экспериментальную часть работы. Приведите в рабочей тетради электрические схемы измерений в упражнениях 1 и 2.

4. При подготовке к работе рекомендуем изучить Приложения 2 и 4 учебно-методического пособия.

Расчетное задание.

1. Рассчитайте по формуле (2) индуктивность соленоида, а также поправку

$$\delta L = (L - L_{\infty}) / L_{\infty} = \frac{8r}{3\pi l},$$

обусловленную учетом краевых эффектов. В расчетах примите $N_1 = 700$ витков, $r = (10 + N)$ мм, $l = (30 + 10K)$ см, где N - номер бригады; K - номер (по алфавиту) студента в бригаде ($K = 1, 2$ или 3).

2. Рассчитайте индуктивное сопротивление такого соленоида при частоте $\nu = 20$ кГц. Постройте график зависимости индуктивного сопротивления соленоида от частоты ν в диапазоне (2...20) кГц.

Литература

1. **Иродов И.Е.** Электромагнетизм. Основные законы. - М.-СПб.: Физматлит, 2001. - §§ 6.1 - 6.4; 9.1 - 9.4.
2. **Савельев И.В.** Курс общей физики. Электричество и магнетизм. - М.: Астрель, 2001. - §§ 6.1 - 6.3; 6.11; 6.12; 8.1; 8.2; 8.5; 8.7.
3. **Калишников С.Г.** Электричество. - М.: Наука, 1985. - §§ 217, 219.