

Процессы установления тока при зарядке и разрядке конденсатора

Цель работы: исследование зависимостей от времени тока и напряжения на конденсаторе при его зарядке и разрядке через активное сопротивление.

Приборы и оборудование: коммутационная плата с конденсаторами, сопротивлениями, полупроводниковым диодом и переключателями, источник постоянного напряжения, генератор прямоугольных импульсов, цифровой вольтметр, цифровой амперметр, электронный осциллограф, секундомер.

Теоретическая часть

Пусть в некоторый момент времени обкладки *заряженного* конденсатора соединяют проводником, например, переводят ключ из положения 1 в положение 2 в схеме, изображенной на рис.1. Конденсатор начинает разряжаться и через резистор $R1$ течет ток i_1 .

Считая ток i_1 положительным, когда он течет от "положительной" обкладки конденсатора, записываем:

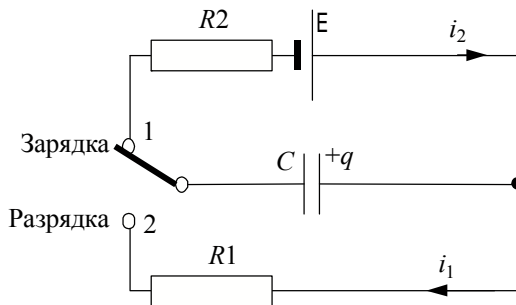


Рис.1. Электрическая схема для изучения процессов разрядки-зарядки конденсатора

$$i_1 = -\frac{dq}{dt}, \quad i_1 = \frac{u}{R_1}, \quad q = Cu,$$

где i_1 , q и u - мгновенные значения тока, заряда "положительной" обкладки и разности потенциалов между обкладками; C - емкость конденсатора; R_1 - сопротивление проводника. Знак "минус" в формуле для тока означает уменьшение заряда конденсатора при протекании положительного тока. Исключая из этих уравнений i_1 и u , получаем:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{R_1 C} = 0.$$

Разделяя переменные

$$\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{R_1 C}$$

и интегрируя, находим:

$$\ln \frac{q}{q_0} = -\frac{t}{R_1 C},$$

где q_0 - начальное значение заряда конденсатора. Следовательно, заряд конденсатора уменьшается со временем по экспоненциальному закону:

$$q = q_0 e^{-t/\tau}.$$

Постоянная $\tau = R_1 C$, имеющая размерность времени, называется временем релаксации. Понятен физический смысл этой величины: через время, равное τ , заряд конденсатора убывает в e раз.

Дифференцируя приведенную выше формулу, находим закон изменения тока во времени:

$$i_1 = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{\tau} e^{-t/\tau} = i_0 e^{-t/\tau},$$

где $i_0 = q_0 / \tau = Cu_0 / \tau = u_0 / R_1$ - начальное значение тока; u_0 - начальное значение напряжения на конденсаторе.

В процессе разрядки конденсатора в резисторе выделяется тепло. Количество теплоты, выделившейся при полной разрядке конденсатора, равно его начальной энергии:

$$Q = \int_0^{\infty} i_1^2 R_1 dt = \left(\frac{q_0}{\tau} \right)^2 R_1 \int_0^{\infty} e^{-2t/\tau} dt = \frac{q_0^2}{2C}.$$

Отметим, что с увеличением сопротивления R_1 разрядка конденсатора будет происходить медленнее, однако общее количество выделившейся на резисторе теплоты при полной разрядке конденсатора не зависит от сопротивления R_1 .

Аналогично решается задача о зарядке конденсатора. Пусть в некоторый начальный момент времени к *незаряженному* конденсатору подключают источник ЭДС E , например, переводят ключ из положения 2 в положение 1 в схеме, изображенной на рис.1. Конденсатор начинает заряжаться через резистор R_2 . Протекающий через источник ток i_2 приводит к накоплению положительного заряда на обкладке, подключенной к положительному полюсу источника питания, на другой обкладке накапливается отрицательный заряд. Считая ток в проводнике положительным, когда он направлен от положительного полюса источника ЭДС, записываем:

$$i_2 = \frac{dq}{dt}.$$

Напряжение на конденсаторе $u = q/C$ в процессе его зарядки увеличивается, а напряжение на резисторе R_2 соответственно уменьшается. По закону Ома

$$i_2 = \frac{E - u}{R_2}$$

(предполагается, что внутреннее сопротивление источника ЭДС пренебрежимо мало). Из этих уравнений следует

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{R_2 C} = \frac{E}{R_2}.$$

Полученное неоднородное дифференциальное уравнение сведется к однородному, если его записать в виде

$$\frac{d}{dt}(q - EC) + \frac{(q - EC)}{R_2 C} = 0.$$

Решая это уравнение, находим:

$$q - EC = Be^{-t/\tau},$$

где $\tau = R_2C$. Значение постоянной интегрирования B определяем из условия, что в начальный момент времени конденсатор не заряжен: $q = 0$ при $t = 0$. Это дает $B = -EC$, и, следовательно,

$$q = EC(1 - e^{-t/\tau}).$$

Для тока получаем:

$$i_2 = \frac{dq}{dt} = \frac{EC}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{E}{R_2} e^{-t/\tau}.$$

В начальный момент времени ток максимален и равен $i_0 = E/R_2$. При $t \rightarrow \infty$ ток стремится к нулю, а заряд - к предельному значению $q_\infty = EC$.

В процессе зарядки конденсатора источник ЭДС совершает работу

$$A = \int_0^\infty E dq = Eq_\infty = E^2 C,$$

а на резисторе выделяется количество теплоты

$$Q = \int_0^\infty i_2^2 R_2 dt = \frac{CE^2}{2}.$$

В результате энергия конденсатора возрастает на величину

$$W = A - Q = \frac{CE^2}{2}.$$

Приведенные решения получены в предположениях, что мгновенное значение силы тока одно и то же во всех поперечных сечениях провода, соединяющего обкладки конденсатора, а мгновенное значение электрического поля такое же, как в электростатике при тех же зарядах на обкладках конденсатора. Токи и поля, удовлетворяющие этим усло-

виям, называются квазистационарными. Приближение квазистационарных токов перестает быть справедливым при очень быстрых изменениях тока и электрического поля. Во многих практически важных случаях отклонение от квазистационарности несущественно.

Инерционность процессов зарядки и разрядки конденсатора лежит в основе их широкого практического использования, в частности, в схемах преобразования переменного тока в постоянный, разделения постоянной и быстропеременной составляющих тока, подавления помех и так далее.

Вместе с тем наличие емкости между различными проводниками, входящими в состав электронных приборов (диодов, транзисторов, микросхем на их основе), ограничивает их быстродействие. Для увеличения быстродействия цифровой схемы (например, микропроцессора) необходимо уменьшать длительность импульсов тока и напряжения, которые должна "обрабатывать" схема. Однако продолжительность импульсов не может быть сделана меньше постоянной времени $\tau = RC$ (R и C - эффективные входные сопротивление и емкость схемы), поскольку на очень короткие импульсы схема не будет успевать реагировать.

Описание эксперимента

В работе исследуются зависимости тока и напряжения от времени при зарядке и разрядке конденсатора. Когда постоянная времени τ составляет десятки и сотни секунд, для наблюдения релаксационных процессов используются измерительные приборы постоянного тока. Электрическая схема установки приведена на рис.2.

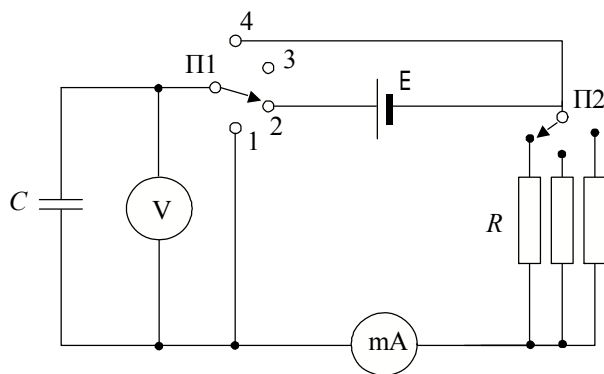


Рис.2. Электрическая схема установки

Когда переключатель П1 находится в положении "1", обкладки конденсатора замкнуты проводником с очень малым сопротивлением ("закорочены") и заряд конденсатора равен нулю. После перевода переключателя П1 в положение "2" начинается зарядка конденсатора от источника ЭДС E через резистор R , сопротивление которого можно менять при помощи переключателя П2. Зарядка конденсатора прекращается при переводе переключателя П1 в положение "3". После перевода переключателя П1 в положение "4" начинается разрядка конденсатора через резистор R . Напряжение на конденсаторе измеряется вольтметром V , ток зарядки - миллиамперметром mA .

Для наблюдения быстрых релаксационных процессов используются электронный осциллограф Осц. и генератор прямоугольных импульсов Г (рис.3).

При выключенном тумблере К конденсатор отключен, и на экране осциллографа наблюдается зависимость напряжения на резисторе $R1$ от времени. Включенный последовательно с генератором прямоугольных импульсов полупроводниковый диод "пропускает" ток только в одном направлении. Поэтому напряжение на резисторе будет однополярным, т.е. будет изменяться "скачком" от нуля до некоторого максимального значения (а не от максимального отрицательного до максимального положительного, как было бы в отсутствие диода).

При включенном тумблере в цепь подключается конденсатор. Он будет периодически заряжаться от генератора импульсов и разряжаться через резистор $R1$ (диод пропускает ток только в одном направлении, поэтому конденсатор не может разряжаться через него). На экране осциллографа можно наблюдать, как при этом меняется напряжение на конденсаторе.

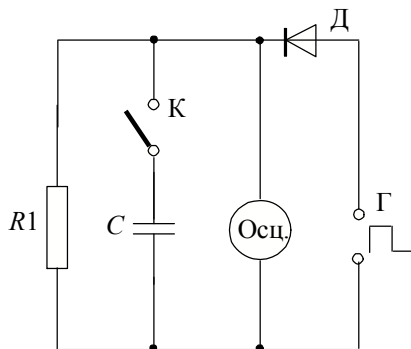


Рис.3. Электрическая схема для наблюдения быстрых релаксационных процессов

Выполнение работы

Упражнение 1. Наблюдение процессов зарядки-разрядки конденсатора.

1. Установите многопозиционный переключатель П1 в положение "1". Включите вольтметр, настроенный на измерение постоянного напряжения. Его показания должны быть равны нулю, поскольку при данном положении переключателя выводы вольтметра замкнуты и конденсатор полностью разряжен. Включите цифровой миллиамперметр. Переключателем П2 установите $R \approx 5 \text{ кОм}$, включите источник питания $E = 5 \text{ В}$.

2. Установите переключатель П1 в положение "2". Конденсатор начнет заряжаться от источника питания через резистор R : напряжение на конденсаторе будет постепенно увеличиваться, а ток зарядки конденсатора в момент переключения резко возрастет до максимального значения, а затем будет плавно уменьшаться по мере накопления заряда конденсатора. Переходной процесс завершится, когда напряжение на конденсаторе почти перестанет меняться, приблизившись к значению, равному ЭДС источника, а ток зарядки практически прекратится. Пронаблюдайте переходной процесс, следя за показаниями вольтметра и миллиамперметра. Оцените длительность переходного процесса, измерив время, за которое напряжение на конденсаторе увеличивается от 0 до 3 В (большая точность при этих измерениях не нужна).

3. Переведите переключатель П1 в положение "3": источник ЭДС будет отключен от конденсатора, и накопленный на его обкладках заряд будет оставаться практически неизменным. Слабое его уменьшение со временем (уменьшение показаний вольтметра) обусловлено медленной разрядкой конденсатора через очень большое (несколько мегаом) входное сопротивление вольтметра. Установите переключатель П1 в положение "4". Конденсатор начнет разряжаться через резистор R . Обратите внимание на смену направления (знака) тока.

4. В рабочей тетради изобразите качественный (примерный) вид кривых $u(t)$ и $i(t)$ при зарядке-разрядке конденсатора.

Повторите наблюдения процессов зарядки и разрядки конденсатора при $R \approx 13 \text{ кОм}$. Обратите внимание на увеличение длительности переходных процессов.

Упражнение 2. Определение емкости конденсатора.

Определите емкость конденсатора "прямым методом", воспользовавшись определением этой величины $C = q/u$. Для этого следует измерить зависимость тока зарядки конденсатора от времени $i(t)$ и затем рассчитать накопленный за время Δt заряд по формуле $q = \int_0^{\Delta t} i(t) dt$.

Чтобы упростить расчеты, измерения можно провести в таких условиях, когда ток зарядки $i(t)$ изменяется слабо. В этом случае

$$q = \int_0^{\Delta t} i(t) dt \approx \frac{i_0 + i(\Delta t)}{2} \Delta t.$$

Установите переключатель П1 в положение "1", переключателем П2 выберите $R \approx 50$ кОм. Переведите переключатель П1 в положение "2", зафиксируйте начальный ток i_0 , через время $\Delta t = (2 \dots 3)$ мин измерьте ток $i(\Delta t)$ и сразу же переведите переключатель П1 в положение "3". Запишите показания вольтметра V. Рассчитайте накопленный заряд q и емкость конденсатора $C = q/u$.

Упражнение 3. Определение времени релаксации.

Измерьте зависимость $u(t)$ в процессе разрядки конденсатора при $R \approx 50$ кОм. В случае необходимости следует подзарядить конденсатор до напряжения $u_0 = (2 \dots 4)$ В, подключив его на некоторое время к источнику напряжения (переключатель П1 в положении "2"). Переведите П1 в положение "4" и через каждые 1 - 2 мин записывайте показания вольтметра $u(t)$. Измерения следует выполнять в течение 10 - 15 мин. После завершения измерений переведите П1 в положение "1".

Постройте график зависимости $\ln[u_0/u(t)]$ от времени. Согласно теории эта зависимость должна быть линейной:

$$\ln[u_0/u(t)] = t/\tau = t/RC.$$

По угловому коэффициенту графика определите емкость конденсатора. Сравните ее с значением, полученным в упражнении 2.

Упражнение 4. Исследование процесса разрядки конденсатора при помощи электронного осциллографа.

В этом упражнении исследуется процесс разрядки конденсатора, емкость которого $C \approx 0,1$ мкФ. Постоянная времени τ для такого конденсатора даже при $R = 1$ МОм $= 10^6$ Ом составляет доли секунды. Поэтому процессы зарядки и разрядки происходят настолько быстро, что исследовать их визуально при помощи обычных вольтметров и амперметров, как это сделано в упражнениях 1 - 3, не удастся. Для наблюдения быстропротекающих процессов в электрических цепях используется электронный осциллограф.

Вольтметр и цифровой миллиамперметр выключите. Установите тумблер К на измерительном стенде в положение "Выкл.". На осциллографе переключатель "Время/деление" установите в положение "0,2 мс". При этом каждое большое деление по горизонтальной оси экрана осциллографа будет соответствовать временному интервалу 0,2 мс. Переключатель "Вольт/деление" установите в положение "0,5 В". Тогда каждое деление по вертикальной оси осциллографа будет соответствовать напряжению 0,5 В (на панели осциллографа переключатели "Время/деление", "Вольт/деление" могут быть обозначены иначе, например, "TIME/DIV", "V/DIV"). Тем самым задается масштаб по координатным осям на экране осциллографа. При необходимости масштаб можно изменить. Включите осциллограф.

С выхода " $f = 1000$ Гц" источника питания (генератора) на схему (рис.3) подаются прямоугольные импульсы напряжения с частотой 1000 Гц. Амплитуда импульсов регулируется ручкой на источнике питания. На экране осциллографа должны наблюдаться прямоугольные импульсы напряжения на резисторе $R1$ (значение сопротивления R_1 указано на стенде). Зная масштаб по оси времени на экране осциллографа, измерьте период повторения импульсов. Он должен совпасть со значением, вычисленным по формуле $T = 1/f$, где $f = 1000$ Гц. Меняя масштаб по оси времени переключателем "Время/деление", можно "растянуть" картинку и более детально пронаблюдать передний или задний фронт импульса.

Тумблер К на стенде переведите в положение "Вкл." При этом в схему подключается конденсатор. Полупроводниковый диод обладает малым сопротивлением при одном направлении тока (происходит зарядка конденсатора) и очень большим сопротивлением - при противо-

положном направлении тока. Поэтому конденсатор разряжается не через диод, а через резистор $R1$. На экране вы будете наблюдать зависимость напряжения на конденсаторе от времени при зарядке-разрядке конденсатора. Постоянную времени разрядки конденсатора следует измерить при помощи осциллографа. Для этого можно определить время, за которое напряжение на конденсаторе уменьшается в e раз. По результатам таких измерений определите емкость конденсатора.

Подготовка к работе

1. Физические понятия, величины, явления, законы, знание которых необходимо для успешного выполнения работы:

- электрический ток; сила тока; электрическое напряжение; закон Ома;

- закон Джоуля - Ленца;
- электродвижущая сила;
- емкость конденсатора;
- энергия заряженного конденсатора.

2. Приведите в рабочей тетради подробный вывод всех соотношений теоретической части работы.

3. Изучите экспериментальную часть работы. Приведите в рабочей тетради электрические схемы измерений.

Расчетное задание.

1. В схеме, изображенной на рис.2, переключатель П1 сначала находится в положении "1". В момент $t = 0$ его переводят в положение "2", а через 100 с - в положение "4". Рассчитайте и постройте на миллиметровке графики зависимостей $u(t)$ и $i(t)$ для данного процесса в диапазоне $0 \leq t \leq 200$ с. Значение ЭДС источника примите равным $E = 5$ В, сопротивление резистора для первого (по алфавиту) члена бригады $R = 5$ кОм, для второго - $R = 4$ кОм, для третьего - $R = 3$ кОм. Значение емкости C выберите из таблицы:

Номер бригады	1, 12	2, 11	3, 10	4, 9	5, 8	6, 7
C , мкФ	4000	4500	5000	5500	6000	6500

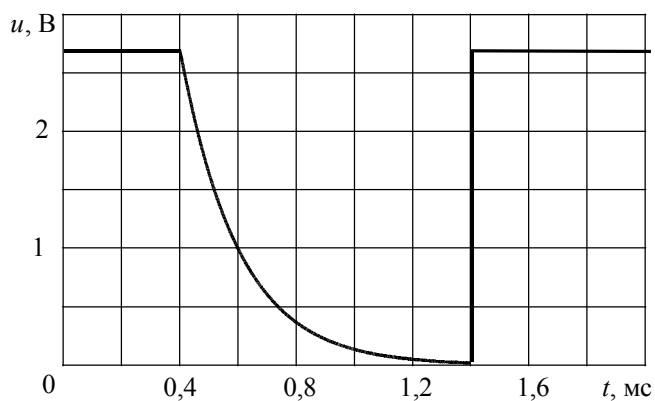


Рис.4. Осциллограмма - зависимость напряжения на конденсаторе от времени

2. На рис.4 изображена осциллограмма (изображение на экране осциллографа), полученная в упражнении 4 (тумблер на рис.3 в положении "Вкл.", $R_1 = 1 \text{ кОм}$, переключатель "Время/деление" на осциллографе в положении "0,2 мс"). Рассчитайте емкость конденсатора в данном эксперименте.

Литература

1. **Иродов И.Е.** Электромагнетизм. Основные законы. - М.-СПб.: Физматлит, 2001. - §§ 2.6; 4.2; 5.5; 5.6.
2. **Савельев И.В.** Курс общей физики. Электричество и магнетизм. - М.: Астрель, 2001. - §§ 3.3; 4.2; 5.7; 5.8.
3. **Калашиников С.Г.** Электричество. - М.: Наука, 1985. - § 74.