

**Пример записи экспериментальных результатов
и их обработки**

Далее рассматривается упрощенный вариант лабораторной работы «Конденсатор в цепи переменного тока».

Теоретическая часть. Известно, что при протекании через конденсатор переменного (синусоидального) тока эффективные значения тока $I_{\text{эфф}}$ и напряжения U_C на конденсаторе связаны соотношением

$$I_{\text{эфф}} = 2\pi\nu CU_C, \quad (\text{П2.1})$$

где ν - частота переменного тока; C - емкость конденсатора. Емкость плоского конденсатора с круглыми обкладками радиуса r , расположенными на расстоянии d друг от друга, определяется формулой

$$C = C_{\infty} \left(1 + \frac{3d}{4r} + \frac{d}{\pi r} \ln \frac{r}{d} \right), \quad (\text{П2.2})$$

где $C_{\infty} = \epsilon\epsilon_0 S / d$; $S = \pi r^2$ - площадь обкладки; $\epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м - электрическая постоянная. Необходимо экспериментально проверить формулы (П2.1) и (П2.2).

Электрическая схема измерений показана на рис.П2.1.

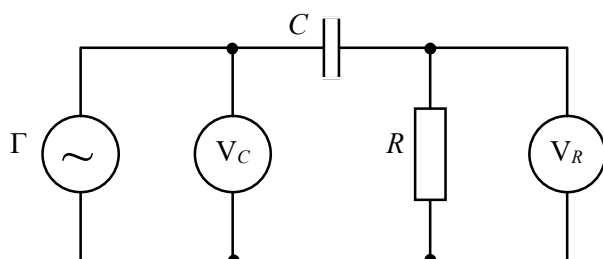


Рис.П2.1. Электрическая схема установки

Переменное напряжение частотой $\nu = \omega / 2\pi = (2 \dots 20)$ кГц подается с выхода генератора Γ на конденсатор и включенный последовательно

с ним резистор известного сопротивления R . Этот резистор служит для определения тока через конденсатор:

$$I_{\text{эфф}} = U_R / R. \quad (\text{П2.3})$$

Эффективные значения напряжения на резисторе U_R и на выходе генератора измеряются вольтметрами V_R и V_C . Сопротивление R выбрано достаточно малым, так что измеряемое вольтметром V_C напряжение можно считать равным напряжению на конденсаторе U_C .

Упражнение 1. Измерения при фиксированной частоте.

Установите частоту генератора ν , равной 20 кГц, а напряжение на выходе генератора (измеряется вольтметром V_C) $U_C \approx 50$ В. Измерьте вольтметром V_R напряжения на резисторе R и с помощью формул (П2.1), (П2.3) найдите емкость конденсатора C . Найденное значение C сравните с рассчитанным по формуле (П2.2).

Упражнение 2. Убедитесь, что емкостная проводимость $Y = I_{\text{эфф}} / U_C$ линейно увеличивается с ростом частоты ν . Для этого, изменяя частоту переменного тока в пределах (2...20) кГц, снимите зависимость отношения $Y = I_{\text{эфф}} / U_C = U_R / (RU_C)$ от частоты ν . Постройте график этой зависимости - точки должны лечь на прямую. Проведите прямую «теоретической» зависимости Y от ν

$$Y = I_{\text{эфф}} / U_C = 2\pi\nu C,$$

используя для емкости значение, рассчитанное по формуле (П2.2).

Выполнение работы. Записи, которые следует делать в рабочей тетради, далее обведены рамками. Остальной текст - наши пояснения.

1. **Не пользуйтесь черновиками.** Первичная запись экспериментальных результатов является самой подробной и достоверной. При переписывании с «черновика» на «чистовик» могут появиться дополнительные ошибки и потеряется важная информация.

2. **Внимательно изучите установку и запишите в рабочую тетрадь значения указанных на установке параметров.**

3. **Запишите марки приборов, которые находятся на стенде.** Может оказаться, что некоторые особенности экспериментальных результатов связаны с характеристиками использованных приборов. Нужно иметь возможность обнаружить такую связь даже по прошествии значительного времени после проведения эксперимента.

<i>Параметры:</i>	<i>Приборы:</i>
$R = (1991 \pm 2) \text{ Ом}$	Генератор: ГЗ-109
$D = 2r = (108,0 \pm 0,1) \text{ мм}$	Вольтметр V_C : В7-37
$d = (3,80 \pm 0,05) \text{ мм}$	Вольтметр V_R : В7-58

4. **Измерения и расчеты для первой экспериментальной точки следует проводить особенно тщательно.** Ошибки чаще всего возникают именно на этом этапе.

Упражнение 1. Измерения при фиксированной частоте $\nu = 20 \text{ кГц}$		
Величина	Предел измерений, В	Измеренная величина, В
U_C	200	50,0
U_R	2	0,303

Пока нет достаточного опыта в проведении электрических измерений, полезно записывать в рабочую тетрадь не только показания приборов, но и значения установленных пределов измерений. Заметим, что, чем больше установленный предел измерений, тем больше абсолютная погрешность. Так, измерения напряжения U_R на пределе «20 В» дадут вместо 0,303 В значение 0,30 В, и погрешность увеличится в этом случае примерно в 10 раз. На используемом вольтметре есть также возможность установить предел измерений «0,2 В». Однако измерять на этом пределе напряжения, превышающие 0,2 В, нельзя - прибор покажет перегрузку. Погрешности напряжений U_R и U_C можно рассчитать несколько позже, когда выяснится, что при измерениях не допущены грубые ошибки. Сначала рассчитаем емкость конденсатора с помощью формул (П2.1), (П2.3).

5. **Небрежные расчеты на листочке-черновике являются пустой тратой времени.** При небрежной записи ошибку найти невозможно, приходится заново выполнять расчеты, и, скорее всего, сделанная ошибка повторится. Дело в том, что чаще всего ошибки возникают не при расчете на калькуляторе, а при записи формул, при подстановке в них численных значений, переводе величин в единую систему единиц.

6. **Сначала запишите расчетную формулу, затем подставьте в нее численные значения (переведите все величины в единую систему единиц) и только затем рассчитайте с помощью калькулятора численное значение.**

Расчет емкости по результатам измерений:

$$C_{\text{эксп}} = \frac{U_R}{2\pi\nu U_C R} = \frac{0,303}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 50 \cdot 1,991 \cdot 10^3} = 24,22 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 24,22 \text{ пФ.}$$

Каждый шаг выполненных действий легко проверяется (формула записана правильно, численные значения величин подставлены в нее верно, вычисления проведены без ошибки), а аккуратная запись результатов в рабочей тетради возможно будет доставлять вам и эстетическое удовольствие. Заметим, что численный результат округлен до четырех значащих цифр. Ошибка округления при этом не превышает 0,1 % и заведомо меньше погрешности измерений.

Расчет емкости по формуле (2):

$$C_{\text{теор}} = \frac{\varepsilon_0 \pi D^2}{4d} \left(1 + \frac{3d}{4r} + \frac{d}{\pi r} \ln \frac{r}{d} \right) = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \pi \cdot 0,108^2}{4 \cdot 3,8 \cdot 10^{-3}} \times \\ \times \left(1 + \frac{3 \cdot 3,8}{2 \cdot 108} + \frac{3,8}{\pi \cdot 54} \ln \frac{54}{3,8} \right) = 21,33 \cdot 10^{-12} (1 + 0,053 + 0,059) = 23,73 \text{ пФ.}$$

Значение емкости, рассчитанное по формуле (П2.2), условно будем называть «теоретическим», имея в виду то, что для определения емкости нам потребовались лишь измерения геометрических размеров конденсатора.

Мы убедились, что формулы (П2.1) и (П2.2) дают для емкости близкие значения. Теперь можно приступить к расчету погрешностей. Для этого потребуется информация о погрешностях используемых приборов (Приложение 3 на с. 110).

Расчет приборных погрешностей:

$$\delta U_C = 1,5 + 0,2 \left(\frac{200}{50} - 1 \right) = (1,5 + 0,6) \% = 2,1 \% ,$$

$$\delta U_R = 1 + 0,1 \left(\frac{2}{0,303} - 1 \right) \approx (1 + 0,6) \% = 1,6 \% ,$$

$$\delta \nu = 1 \% ,$$

$$\delta R = \frac{2}{1991} \cdot 100 \% \approx 0,1 \% .$$

7. **Погрешности - величины приближенные. Их следует округлять до одной или двух значащих цифр.** Расчеты погрешностей можно выполнять без помощи калькулятора. Воспользуемся известным правилом: при умножении и делении величин складываются их относительные погрешности.

Расчет погрешности $C_{\text{эксп}}$:

$$C_{\text{эксп}} = \frac{U_R}{2\pi\nu U_C R} \Rightarrow$$

$$\delta C_{\text{эксп}} = \delta U_R + \delta U_C + \delta\nu + \delta R = (1,6 + 2,1 + 1 + 0,1) \% = 4,8 \% \approx 5 \%,$$

$$\Delta C_{\text{эксп}} = C_{\text{эксп}} \cdot \delta C_{\text{эксп}} = 24,22 \cdot 0,05 \approx 1,2 \text{ пФ},$$

$$C_{\text{эксп}} = (24,2 \pm 1,2) \text{ пФ}.$$

Расчет погрешности $C_{\text{теор}}$:

$$C_{\text{теор}} \approx \frac{\varepsilon_0 \pi D^2}{4d} \Rightarrow$$

$$\delta C_{\text{теор}} \approx 2\delta D + \delta d = \left(2 \frac{0,1}{108} + \frac{0,05}{3,8} \right) \cdot 100 \% \approx 1,5 \%,$$

$$\Delta C_{\text{теор}} = C_{\text{теор}} \cdot \delta C_{\text{теор}} \approx 23,72 \cdot 0,015 \approx 0,4 \text{ пФ},$$

$$C_{\text{теор}} = (23,7 \pm 0,4) \text{ пФ}.$$

Обратите внимание, что при расчете погрешности $C_{\text{теор}}$ мы упростили точную формулу (П2.2), полагая $\left(1 + \frac{3d}{4r} + \frac{d}{\pi r} \ln \frac{r}{d} \right) \approx 1$, и это в данном случае вполне оправдано.

8. **Окончательный результат целесообразно выделить (подчеркнуть, взять в рамку) и записать отдельной строкой.**

Итак, значения емкости, найденные с помощью формул (П2.1) и (П2.2), в пределах погрешности совпадают:

$$C_{\text{теор}} = (23,7 \pm 0,4) \text{ пФ}, \quad C_{\text{эксп}} = (24,2 \pm 1,2) \text{ пФ}.$$

Приступим теперь к измерению емкостной проводимости при различных частотах (упражнение 2). Эти измерения однотипные, повторяющиеся, и их результаты удобно записывать в таблицу. Самое главное - обеспечить максимальную точность и достоверность результатов. Для этого необходимо оптимальным образом выбирать пределы измерений на приборах и очень разборчиво, крупно и аккуратно, без округления записывать показания приборов в таблицу.

9. Показания приборов - самая ценная информация. Показания приборов необходимо записывать в рабочую тетрадь без искажений, преобразований и округлений с обязательным указанием единиц измерений.

К таблице с экспериментальными значениями удобно добавить строки, в которых будут записываться расчетные величины, необходимые для построения графика: емкостная проводимость $Y = I_{эфф}/U_C = U_R/(RU_C)$, относительная погрешность проводимости δY , абсолютная погрешность проводимости ΔY , абсолютная погрешность частоты $\Delta \nu$.

Упражнение 2. Измерения при различных частотах										
ν , кГц	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2
U_R , мВ	303	271	240	211	181,1	152,3	122,3	91,5	61,6	30,6
Y , 10^{-6} Ом $^{-1}$	3,04	2,72	2,41	2,12	1,82	1,53	1,23	0,919	0,619	0,307
δY , %	3,8	3,8	3,9	4,0	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4	3,8
ΔY , 10^{-6} Ом $^{-1}$	0,11	0,10	0,09	0,09	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
$\Delta \nu$, кГц	0,20	0,18	0,16	0,14	0,12	0,10	0,08	0,06	0,04	0,02

Для построения графика обычно достаточно знать три значащие цифры. С учетом этого проводилось округление величины Y .

Относительная погрешность проводимости Y рассчитана по формуле $\delta Y = \delta U_C + \delta U_R + \delta R$.

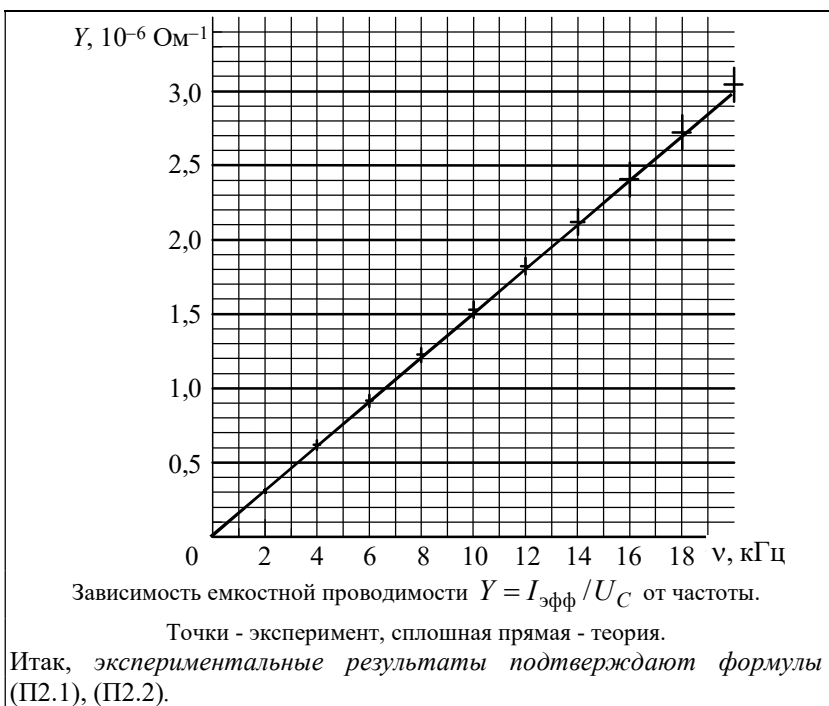
Погрешности приборов определены по формулам, которые приведены в описаниях приборов. Будьте внимательны: эти формулы могут иметь различный вид для разных частотных диапазонов и пределов измерений.

Наносим точки и поля погрешности на график. С помощью формулы (П2.1) строим график теоретической зависимости $Y = 2\pi C_{\text{теор}} \nu$. Для этого достаточно рассчитать одну точку и через нее и начало координат провести прямую.

Теоретическая зависимость: $Y = 2\pi C_{\text{теор}} \nu$.

При $\nu = 20$ кГц имеем $Y = 2\pi \cdot 23,7 \cdot 10^{-12} 20 \cdot 10^3 \approx 2,98 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}^{-1}$.

Если теоретическая прямая проходит через поля погрешностей экспериментальных точек, то можно говорить о согласии теории и эксперимента.



10. **Обратите внимание, все записи в рабочей тетради разделены краткими заголовками. Это позволяет быстро ориентироваться в сделанных записях.**