

Министерство образования и науки Российской Федерации
Национальный исследовательский университет «МИЭТ»

И.Н. Горбатый

Электричество и магнетизм

Сборник вопросов
с ответами и комментариями

Утверждено редакционно-издательским советом университета

Москва 2011

УДК 530.1(075.8)

Рецензент докт. физ.-мат. наук, проф. *В.Б. Яковлев*

Горбатый И.Н.

Электричество и магнетизм: сб. вопросов с ответами и комментариями. - М.: МИЭТ, 2011. - 56 с.: ил.

Сборник содержит около 100 вопросов по курсу общей физики «Электричество и магнетизм». Вопросы относятся к определениям физических величин, основным формулам и законам, акцентируют внимание на характерных ошибках и трудностях. Ко всем вопросам даны ответы и краткие комментарии.

Для студентов МИЭТ и других технических вузов.

Горбатый Игорь Натанович

Электричество и магнетизм. Сборник вопросов с ответами и комментариями

Редактор *А.В. Тихонова*. Технический редактор *Л.Г. Лосякова*. Корректор *Л.Г. Лосякова*. Верстка *Е.А. Смеловой*.

Подписано в печать с оригинал-макета 25.11.2011. Формат 60×84 1/16. Печать офсетная. Бумага офсетная. Гарнитура Times New Roman. Усл. печ. л. 3,25. Уч.-изд. л. 2,8. Тираж 500 экз. Заказ 180.

Отпечатано в типографии ИПК МИЭТ.
124498, Москва, Зеленоград, проезд 4806, д. 5, МИЭТ.

©МИЭТ, 2011

Предисловие

Сборник содержит около 100 вопросов по курсу общей физики «Электричество и магнетизм». Вопросы, приведенные в сборнике, во многом похожи на те, которые преподаватели задают студентам на экзаменах, коллоквиумах, в лаборатории. Отличительной особенностью таких вопросов является возможность получения ответа без трудоемких алгебраических преобразований и вычислений. Вопросы относятся к определениям физических величин, основным формулам и законам, они акцентируют внимание на характерных ошибках и трудностях, затрагивают приемы решения задач. При выборе правильных ответов из нескольких предложенных следует иметь в виду, что таких ответов в каждом тестовом вопросе может быть несколько.

Сборник будет полезен при подготовке к экзамену по курсу «Электричество и магнетизм» с двухуровневой системой контроля. Такой экзамен организован следующим образом. На первом уровне контроля студенту предлагается ответить на 10 - 12 тестовых вопросов. Второй уровень контроля проходят студенты, правильно ответившие более чем на половину вопросов теста. Эти студенты отвечают на теоретический вопрос билета и решают задачу.

При выполнении теста каждый студент заполняет бланк ответов, в котором он должен не только указать правильные ответы, но и привести краткое обоснование сделанного выбора. Правильный ответ без обоснования или с неправильным обоснованием «не засчитывается». После проверки теста студенты в устной беседе с преподавателем должны подтвердить правильную аргументацию выбранных ответов.

Вопросы экзаменационного теста близки к опубликованным в данном сборнике, но в большинстве случаев буквально не повторяют их. Поэтому следует не просто механически запоминать правильные ответы, а уяснять физическую аргументацию их получения.

Студентам можно рекомендовать следующий порядок подготовки к экзамену.

1. Изучить раздел курса по учебникам и лекциям.

2. Ответить на относящиеся к данному разделу тестовые вопросы, приведенные в данном сборнике. Проверить правильность своих ответов и комментариев, при необходимости вновь следует обратиться к лекциям и учебникам.

3. Ответить на вопросы по данному разделу, содержащиеся в задачнике Горбатый И.Н., Овчинников А.С. «Электричество и магнетизм: сб. вопросов и задач по физике». - М.: МИЭТ, 2007.

4. Перейти к изучению следующего раздела.

5. Ответить на вопросы экзаменационного теста, один из вариантов которого приведен в сборнике.

Тестовые задания

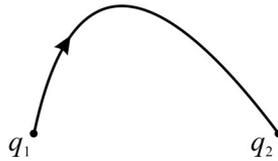
1. Закон Кулона. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции

1. Имеются три неподвижных точечных заряда. В некоторой точке A первый и второй заряды создают электрическое поле суммарной напряженностью \vec{E}_{12} , первый и третий заряды создают в той же точке поле \vec{E}_{13} , а второй и третий - поле \vec{E}_{23} . Вектор напряженности \vec{E} поля, созданного тремя зарядами в точке A , равен:

- А) $\vec{E} = \vec{E}_{12} + \vec{E}_{13} + \vec{E}_{23}$;
- Б) $\vec{E} = (\vec{E}_{12} + \vec{E}_{13} + \vec{E}_{23})/2$;
- В) $\vec{E} = (\vec{E}_{12} + \vec{E}_{13} + \vec{E}_{23})/3$;
- Г) для ответа на вопрос не достаточно данных.

2. Точечные заряды q и $2q$ расположены в вершинах A и B прямоугольного равнобедренного треугольника ABC (C - вершина прямого угла). Во сколько раз уменьшится модуль вектора напряженности электрического поля в точке C , если заряд $2q$ убрать?

3. На рисунке изображена одна из силовых линий электростатического поля двух разноименных точечных зарядов q_1 и q_2 . Какой из зарядов является положительным и абсолютная величина какого заряда больше?



- А) заряд q_1 положительный, его величина больше, чем $|q_2|$;
- Б) заряд q_1 положительный, его величина меньше, чем $|q_2|$;
- В) заряд q_2 положительный, его величина больше, чем $|q_1|$;
- Г) заряд q_2 положительный, его величина меньше, чем $|q_1|$.

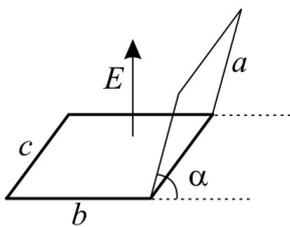
4. Точечный заряд q находится в плоскости XOY в точке, положение которой определяется радиус-вектором $\vec{r} = a\vec{i} + b\vec{j}$, где \vec{i} , \vec{j} - орты осей. Вектор напряженности электрического поля в начале координат равен:

А)
$$\vec{E} = \frac{q(a\vec{i} + b\vec{j})}{4\pi\epsilon_0(a^2 + b^2)^{3/2}};$$

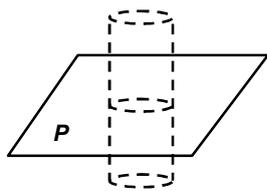
Б)
$$\vec{E} = -\frac{q(a\vec{i} + b\vec{j})}{4\pi\epsilon_0(a^2 + b^2)^{3/2}};$$

В)
$$\vec{E} = \frac{q(a\vec{i} + b\vec{j})}{4\pi\epsilon_0(a^2 + b^2)}.$$

2. Теорема Гаусса



5. Найдите величину $|\Phi|$ потока однородного электрического поля \vec{E} через поверхность, составленную из двух прямоугольников (рисунок), если известны величины a , b , c , α , E .



6. На рисунке изображен плоский лист бумаги P , по которому однородно распределен заряд Q , и воображаемая замкнутая поверхность в виде прямого цилиндра, перпендикулярного плоскости листа. Найдите поток вектора напряженности через эту замкнутую поверхность, если площадь листа S , радиус цилиндра R .

7. Две однородно заряженные сферы имеют общий центр. Их радиусы равны R и $3R$, а заряды соответственно $3Q$ и $(-2Q)$. Найдите модуль вектора напряженности на расстоянии $2R$ от центра сфер. Постоянная в законе Кулона равна k .

8. Теорему Гаусса можно записать в дифференциальном виде. Укажите ошибочную формулу:

А) $\operatorname{div} \vec{E} = \rho / \varepsilon_0$;

Б) $\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$;

В) $\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$;

Г) $\nabla \cdot \vec{E} = \rho / \varepsilon_0$.

3. Потенциал

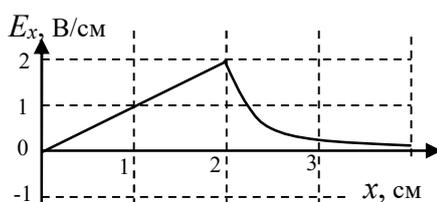
9. Расстояние между точками 1 и 2 однородного электростатического поля напряженностью \vec{E} равно l . Разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ в этих точках:

А) $\varphi_1 - \varphi_2 = El$;

Б) $\varphi_2 - \varphi_1 = El$;

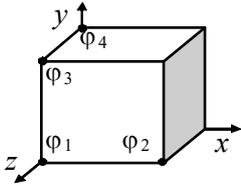
В) $|\varphi_1 - \varphi_2| \leq El$.

10. В точках, расположенных на оси x , проекция вектора напряженности на эту ось зависит от координаты x (рисунок). Найдите разность потенциалов $\varphi(x_1) - \varphi(x_2)$, где $x_1 = 0$, $x_2 = 2$ см.



11. Найдите разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ в точках 1 и 2, которые расположены по разные стороны от бесконечной плоскости, заряженной однородно с поверхностной плотностью σ . Расстояния от точек 1 и 2 до плоскости соответственно равны l_1 и l_2 .

12. Определите модуль вектора напряженности электрического поля, потенциал которого зависит от координат x , y по закону $\varphi = a(x^2 - y^2)$, где a - постоянная.



13. Даны потенциалы φ_1 , φ_2 , φ_3 и φ_4 в четырех вершинах малого кубика с ребром a (рисунок). Вектор напряженности электростатического поля внутри кубика примерно равен:

А) $\vec{E} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{a} \vec{e}_x + \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{a} \vec{e}_y + \frac{\varphi_4 - \varphi_3}{a} \vec{e}_z$;

Б) $\vec{E} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{a} \vec{e}_x + \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{a} \vec{e}_y + \frac{\varphi_4 - \varphi_1}{a} \vec{e}_z$.

14. Два точечных заряда $+q$ и $-3q$ закреплены в точках с координатами $(a, 0, 0)$ и $(-a, 0, 0)$ соответственно. Определите работу A сил электрического поля, создаваемого этими зарядами, при перемещении точечного заряда q из бесконечности в начало координат.

15. Какие из приведенных ниже формул для потенциала соответствуют одному и тому же электростатическому полю?

А) $\varphi = 2A \ln(B / \sqrt{x^2 + y^2})$;

Б) $\varphi = A \ln(B / \sqrt{x^2 + y^2})$;

В) $\varphi = A \ln(2B / \sqrt{x^2 + y^2})$.

16. По поверхности сферы радиусом R однородно распределен заряд Q . Разность потенциалов в точках 1 и 2, расположенных соответственно на расстояниях $R/2$ и $2R$ от центра сферы, равна:

А) $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2R} \right)$;

Б) $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{2R} \right)$;

В) $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{4R^2} \right)$.

4. Диполь

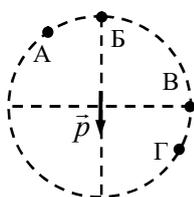
17. Точечные заряды $2q$, q и $(-3q)$ расположены на оси x в точках с координатами 0 , a , $2a$. Считая известными величины q и a , определите модуль p дипольного момента этой системы зарядов.

18. Точечные диполи с дипольными моментами \vec{p} и $3\vec{p}$ расположены на оси X в точках с координатами $x_1 = -0,5$ м и $x_2 = 1$ м. Если проекция вектора \vec{p} на ось X положительна, то потенциал в начале координат:

- А) положительный;
- Б) отрицательный.

19. Точечный электрический диполь развернули в однородном электрическом поле \vec{E} так, что угол между векторами дипольного момента \vec{p} и напряженности поля \vec{E} изменился от $\alpha_1 = 90^\circ$ до $\alpha_2 = 30^\circ$. Во сколько раз уменьшился модуль вектора момента сил, действующих на диполь со стороны электрического поля?

20. Точки А, Б, В и Г расположены на равных расстояниях от точечного диполя (рисунок). Расположите потенциалы φ_A , φ_B , φ_V и φ_G электрического поля в этих точках в порядке возрастания, начиная с наименьшего.

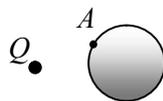


5. Проводники в электростатическом поле

21. Если заряд уединенного заряженного проводника увеличить в 2 раза, то поверхностная плотность заряда:

- А) в каждой точке поверхности проводника увеличится в 2 раза;
- Б) изменится в разных точках поверхности проводника по-разному - наиболее сильно в точках с максимальной кривизной поверхности.

22. Положительно заряженный металлический шар находится на небольшом расстоянии от точечного заряда Q (рисунок). Потенциал в бесконечно удаленной точке как обычно принят равным нулю.

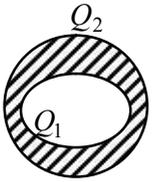


Укажите ошибочные утверждения:

- А) напряженность электрического поля внутри шара равна нулю;
- Б) потенциал электрического поля внутри шара равен нулю;
- В) разность потенциалов в двух любых точках шара равна нулю;
- Г) поверхностная плотность заряда в точке A равна

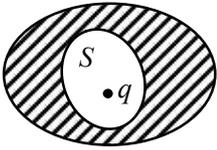
$$|\sigma| = \varepsilon_0 |\vec{E}_A|;$$

Д) в точке A , расположенной на поверхности шара, вектор напряженности \vec{E}_A направлен вдоль нормали к поверхности в этой точке.



23. Вблизи полого металлического шара, заряд которого $2q$, находится точечный заряд $(-q)$. Если Q_1 - заряд на внутренней поверхности, а Q_2 - заряд на внешней поверхности шара (рисунок), то:

- А) $Q_1 = 2q, Q_2 = 0$;
- Б) $Q_1 = 0, Q_2 = 2q$;
- В) $Q_1 = Q_2 = Q/2$;
- Г) Q_1 и Q_2 зависят от формы полости.



24. Если заряд q расположен внутри полости в проводнике (рисунок), то заряд Q_S на внутренней поверхности S полости:

- А) равен нулю;
- Б) равен $-q$;
- В) зависит от положения заряда q и формы полости.

25. Если заряд уединенного заряженного проводника, расположенного в вакууме, увеличить в 2 раза, то:

- А) поверхностная плотность заряда в каждой точке поверхности проводника увеличится в 2 раза;
- Б) вектор напряженности электрического поля в каждой точке, расположенной вне проводника, увеличится в 4 раза;
- В) потенциал электрического поля в каждой точке, расположенной вне проводника, увеличится в 4 раза.

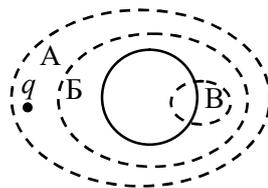
26. Во сколько раз увеличится сила электрического взаимодействия неподвижного незаряженного проводника и расположенного вблизи него точечного заряда, если величину этого заряда увеличить в 2 раза?

27. Металлический шар находится внутри полого металлического шара, не соприкасаясь с ним. Заряд одного шара q_1 , другого q_2 . После соединения шаров тонкой проволокой в установившемся состоянии станут равными:

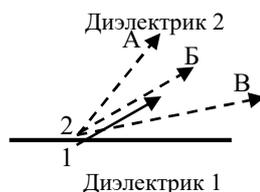
- А) потенциалы шаров;
- Б) заряды шаров;
- В) поверхностные плотности зарядов на шарах;
- Г) напряженности электрического поля вблизи каждого из шаров.

6. Электрическое поле в диэлектриках

28. Вблизи незаряженного стеклянного шара поместили положительный точечный заряд q . Через какую замкнутую поверхность (рисунок) поток вектора электрической индукции \vec{D} равен нулю, а поток вектора напряженности \vec{E} отличен от нуля?

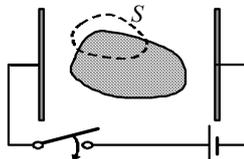


29. Точки 1 и 2 примыкают к границе раздела двух различных диэлектриков и расположены по разные стороны от нее. Вектор напряженности \vec{E}_1 электрического поля в точке 1 показан на рисунке сплошной стрелкой. Укажите вектор напряженности \vec{E}_2 в точке 2 (штриховые стрелки).



30. В однородном изотропном диэлектрике проницаемости ϵ объемные плотности сторонних и связанных зарядов связаны соотношением:

- А) $\rho_{ст} = -\rho_{св}(\epsilon - 1)/\epsilon$;
- Б) $\rho_{св} = -\rho_{ст}(\epsilon - 1)/\epsilon$.



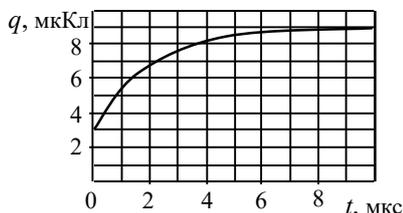
31. Как изменятся потоки векторов напряженности \vec{E} и индукции \vec{D} через замкнутую поверхность S , которая охватывает часть наэлектризованного трением диэлектрика (рисунок), если включить внешнее электрическое поле?

- А) поток вектора \vec{E} изменится, поток вектора \vec{D} не изменится;
- Б) поток вектора \vec{D} изменится, поток вектора \vec{E} не изменится;
- В) оба потока изменятся;
- Г) оба потока не изменятся.

7. Емкость

32. Если радиус каждой обкладки сферического конденсатора уменьшить в 2 раза, то емкость конденсатора:

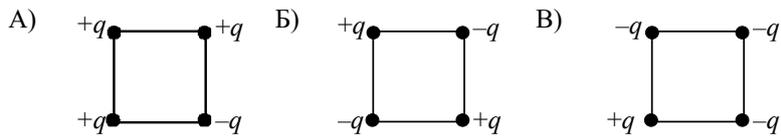
- А) не изменится;
- Б) уменьшится в 2 раза;
- В) уменьшится в 4 раза;
- Г) уменьшится в $\sqrt{2}$ раз.



33. В момент времени $t = 0$ заряженный конденсатор подключают к батарейке с ЭДС $\mathcal{E} = 4,5 \text{ В}$. На рисунке приведен график зависимости от времени заряда конденсатора. Чему равно напряжение на конденсаторе в момент $t = 0$?

8. Энергия электрического поля

34. В вершинах квадрата находятся точечные заряды. В каких случаях электрическая энергия взаимодействия этих зарядов равна нулю?



35. Объемные плотности энергии электрического поля в точках A и B одинаковы. Во сколько раз отличаются величины напряженности электрического поля в этих точках, если точка A расположена в вакууме, а точка B в диэлектрике с проницаемостью ϵ ?

- А) $E_A / E_B = \epsilon$;
- Б) $E_A / E_B = \sqrt{\epsilon}$;
- В) $E_A / E_B = \epsilon^2$;
- Г) $E_A / E_B = 1$.

36. В каком случае запасена большая электрическая энергия?

- А) заряд q сообщен уединенному проводящему шару;
- Б) заряд q сообщен в равных долях двум таким же проводящим шарам, расположенным на большом расстоянии друг от друга.

37. Может ли быть отрицательной электрическая энергия системы заряженных проводников, расположенных в вакууме? В диэлектрике?

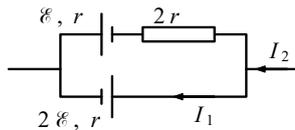
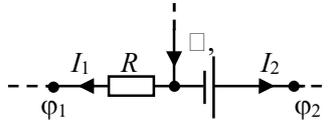
38. Укажите ошибочное утверждение, относящееся к электрической энергии W уединенного заряженного проводника:

- А) электрическая энергия W равна работе, которую следует совершить, чтобы нанести на проводник данный заряд, медленно перемещая его бесконечно малыми порциями из бесконечности;
- Б) $W = q\phi / 2$, где q - заряд проводника, ϕ - его потенциал;
- В) энергия W всегда положительна;
- Г) энергия W совпадает по знаку с зарядом проводника.

9. Электрический ток

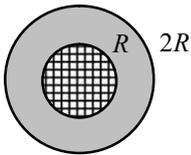
39. Ток в проводе увеличивается со временем t по закону $I = at^3$, где $a = 0,4 \text{ A/c}^3$. Какой заряд (в кулонах) пройдет через сечение провода за время от $t_1 = 0$ до $t_2 = 2 \text{ с}$?

40. На рисунке изображен фрагмент электрической цепи. Известны ЭДС источника $\mathcal{E} = 2 \text{ В}$, его внутреннее сопротивление $r = 1 \text{ Ом}$, сопротивление резистора $R = 10 \text{ Ом}$ и токи $I_1 = 2 \text{ А}$, $I_2 = 3 \text{ А}$. Определите электрическое напряжение $U = \varphi_1 - \varphi_2$.



41. В схеме, изображенной на рисунке, ЭДС $\mathcal{E} = 5 \text{ В}$, сопротивление $r = 1 \text{ Ом}$, ток $I_1 = 3 \text{ А}$. Определите ток I_2 .

42. Незаряженный конденсатор емкостью $C = 2 \text{ мкФ}$ в момент $t_1 = 0$ подключили к источнику с ЭДС $\mathcal{E} = 4 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 2 \text{ Ом}$. Какое количество теплоты выделится в цепи за время полной зарядки конденсатора?



43. На рисунке показано поперечное сечение провода, изготовленного из двух различных проводников: внутреннего цилиндрического проводника радиусом R и внешнего проводника в виде цилиндрического слоя. Если при $r < R$ модуль вектора плотности тока равен j_1 , а при

$R < r < 2R$ равен j_2 (r - расстояние от оси симметрии провода), то сила тока через сечение провода равна:

А) $I = \pi R^2(j_1 + j_2)$;

Б) $I = \pi R^2(j_1 + 2j_2)$;

В) $I = \pi R^2(j_1 + 3j_2)$;

$$\Gamma) I = \pi R^2 (j_1 + 4j_2).$$

10. Закон Био - Савара

44. Электрон движется в вакууме с постоянной скоростью $V = 2 \cdot 10^4$ м/с. Если вектор \vec{r} проведен от точки C к точке D , то в момент времени, когда электрон находится в точке C , индукция магнитного поля в D определяется формулой:

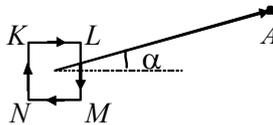
А) $\vec{B} = -\frac{\mu_0 e}{4\pi} \frac{[\vec{V}\vec{r}]}{r^3};$

Б) $\vec{B} = \frac{\mu_0 e}{4\pi} \frac{[\vec{V}\vec{r}]}{r^3};$

В) $\vec{B} = \frac{\mu_0 e}{4\pi} \frac{\vec{V}}{r^2};$

Г) все приведенные формулы не верны.

45. По квадратной рамке $KLMN$ протекает ток. Точка A лежит в плоскости рамки на большом (по сравнению со стороной квадрата) расстоянии от нее. Ток, протекающий в проводнике KL , создает в точке A магнитное поле с индукцией \vec{B}_1 , а ток, протекающий в проводнике LM , - поле с индукцией \vec{B}_2 . Считая известным угол α (рисунок), определите отношение $|\vec{B}_1| / |\vec{B}_2|$:



А) 1;

Б) $\sin \alpha$;

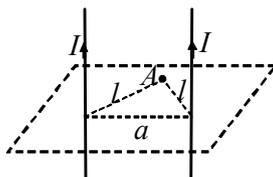
В) $\cos \alpha$;

Г) $\operatorname{tg} \alpha$.

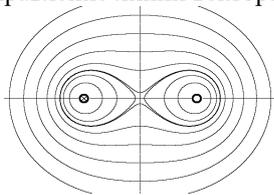
46. Постоянный электрический ток течет в некотором замкнутом проводящем контуре, расположенном в вакууме. Во сколько раз изменится вектор индукции магнитного поля этого тока в произвольной точке поля, если силу тока в контуре увеличить в 2 раза?

- А) в 2 раза;
- Б) в 4 раза;
- В) ответ зависит от положения точки A .

47. Два длинных прямых провода, в которых текут одинаковые токи в одном направлении, расположены параллельно на расстоянии $a = 3$ см друг от друга (рисунок). Во сколько раз уменьшится модуль вектора индукции магнитного поля в точке A , удаленной от каждого провода на расстояние $l = 2,5$ см, если ток в одном из проводов выключить?



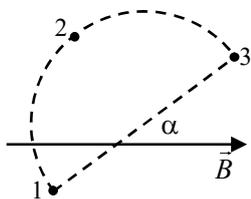
48. На рисунке изображена примерная картина линий поля \vec{B} , созданного токами, протекающими в двух длинных прямых параллельных проводах. По левому проводу ток течет «от нас» перпендикулярно плоскости чертежа. Укажите направление тока в правом проводе и направление линий вектора \vec{B} :



- А) ток течет «от нас», линии поля направлены «по часовой стрелке»;
- Б) ток течет «на нас», линии поля направлены «по часовой стрелке»;
- В) ток течет «от нас», линии поля направлены «против часовой стрелки».

11. Теоремы о циркуляции и потоке вектора магнитной индукции

49. Воображаемый контур, образованный дугой окружности радиусом R и ее диаметром, расположен в вакууме в постоянном однородном магнитном поле, вектор \vec{B} индукции которого составляет угол α с диаметром (рисунок). Криволинейный интеграл $\Gamma = \int \vec{B} d\vec{l}$ вдоль дуги окружности 1-2-3 равен:

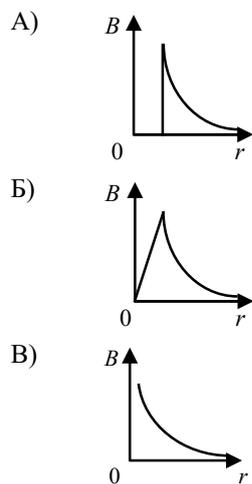


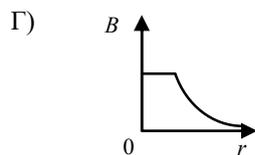
- А) $2\pi RB \cos \alpha$;
- Б) $2RB \cos \alpha$;
- В) $\pi RB \sin \alpha$;
- Г) $2RB \sin \alpha$.

50. В вакууме расположен бесконечно длинный прямой провод круглого сечения радиусом R , по которому течет постоянный ток I , однородно распределенный по сечению. Магнитная проницаемость материала провода $\mu = 1$. Воображаемый замкнутый контур представляет собой окружность радиусом $r < R$, плоскость которой перпендикулярна оси провода, а центр лежит на этой оси. Циркуляция вектора индукции магнитного поля по этому контуру равна:

- А) $\mu_0 I(r/R)$;
- Б) $\mu_0 I(r/R)^2$;
- В) $\mu_0 I(r/R)^3$;
- Г) 0.

51. На каком рисунке изображен график зависимости модуля B вектора индукции магнитного поля тока, однородно распределенного по поверхности длинного прямого цилиндра круглого сечения, от расстояния r до его оси (направление тока параллельно оси цилиндра)?

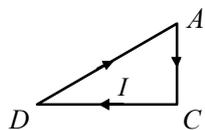




12. Сила Лоренца. Сила Ампера

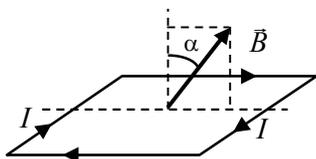
52. В каких случаях силу, действующую на частицу зарядом q , движущуюся со скоростью \vec{V} в электромагнитном поле, можно вычислить по формуле $\vec{F} = q[\vec{V} \vec{B}] + q\vec{E}$?

- А) Поля \vec{B} и \vec{E} не зависят от времени, $V = 1$ м/с ;
- Б) Поля \vec{B} и \vec{E} не зависят от времени, $V = 2 \cdot 10^8$ м/с ;
- В) Поля \vec{B} и \vec{E} зависят от времени, $V = 1$ м/с ;
- Г) Поля \vec{B} и \vec{E} зависят от времени, $V = 2 \cdot 10^8$ м/с .



53. В однородном магнитном поле \vec{B} находится контур с током I (рисунок). Если со стороны магнитного поля \vec{B} на проводник AC действует сила \vec{F} , а на проводник CD сила $(-3\vec{F})$, то на проводник DA со стороны магнитного поля действует сила:

- А) $-4\vec{F}$;
- Б) $4\vec{F}$;
- В) $-2\vec{F}$;
- Г) $2\vec{F}$.



54. Прямоугольный виток с током расположен в однородном магнитном поле \vec{B} (рисунок). \vec{F} - сила Ампера, действующая на контур со стороны магнитного поля, \vec{M} - момент силы Ампера.

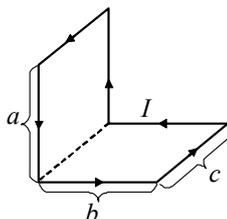
В рассматриваемом случае:

- А) $\vec{F} = 0, \vec{M} \neq 0$;
- Б) $\vec{F} = 0, \vec{M} = 0$;
- В) $\vec{F} \neq 0, \vec{M} = 0$;
- Г) $\vec{F} \neq 0, \vec{M} \neq 0$.

55. Катушку с током развернули в однородном магнитном поле \vec{B} так, что угол между векторами магнитного момента \vec{p}_m катушки с током и индукции \vec{B} изменился от $\alpha_1 = 90^\circ$ до $\alpha_2 = 30^\circ$. Во сколько раз (M_1/M_2) уменьшился модуль вектора момента сил Ампера, действующих на контур?

- А) $\sqrt{3}/2$;
- Б) $\sqrt{3}$;
- В) 2 ;
- Г) $2/\sqrt{3}$.

56. Прямоугольный проволочный контур согнули под прямым углом (рисунок). Если ток в контуре равен I , то модуль вектора магнитного момента контура с током равен:



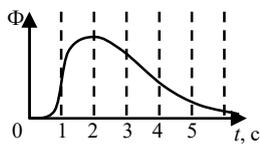
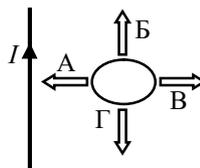
- А) $p_m = Ic\sqrt{a^2 + b^2}$;
- Б) $p_m = I(a + b)c$;
- В) $p_m = I(a + b + c)$.

57. Постоянный ток циркулирует в квадратном контуре из тонкой проволоки длиной $4a$. Если при неизменном токе квадрат растянуть в окружность радиусом $R = 2a/\pi$, лежащую в той же плоскости, что и квадрат, то индукция магнитного поля в точке A , расположенной на большом расстоянии от контура:

- А) не изменится по величине;
- Б) изменится по величине в $2/\pi$ раз;
- В) изменится по величине в $4/\pi$ раз;
- Г) изменится и по величине и по направлению.

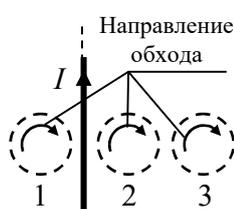
13. Электромагнитная индукция

58. Вблизи длинного прямого проводника с током I находится проволочная рамка, которую поступательно перемещают (рисунок). В каком направлении нужно перемещать рамку, чтобы индукционный ток в ней протекал по часовой стрелке?



59. Замкнутый проволочный виток проносят мимо магнита. При этом магнитный поток Φ через поверхность, ограниченную витком, меняется (рисунок). В какой момент времени ток в контуре максимален?

- А) $t = 0$;
- Б) $t = 1$ с;
- В) $t = 2$ с;
- Г) $t = 4$ с.



60. Длинный прямой провод с током I и три воображаемых контура в виде одинаковых окружностей расположены в одной плоскости. Если ток I линейно возрастает со временем, то для циркуляций $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ вектора напряженности электрического поля по контурам 1, 2, 3 верны соотношения:

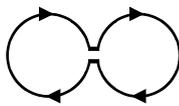
- А) $\Gamma_1 < 0, \Gamma_2 > \Gamma_3 > 0$;
- Б) $\Gamma_1 > 0, \Gamma_2 < \Gamma_3 < 0$;
- В) $\Gamma_1 < 0, \Gamma_3 > \Gamma_2 > 0$;
- Г) $\Gamma_1 > 0, \Gamma_3 < \Gamma_2 < 0$.

14. Самоиндукция. Энергия магнитного поля

61. Если объемные плотности энергии магнитного поля в точках 1 и 2 одинаковы, причем точка 1 расположена в вакууме, а точка 2 - в однородной среде с магнитной проницаемостью μ , то отношение B_1 / B_2 модулей векторов индукции магнитного поля в этих точках равно:

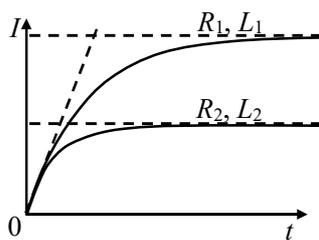
- А) $\sqrt{\mu}$;
- Б) μ ;
- В) $1/\mu$;
- Г) $1/\sqrt{\mu}$.

62. Индуктивность кругового витка, изготовленного из тонкого провода, равна L_0 . Если два таких витка разрезать и соединить (рисунок), то индуктивность L полученного замкнутого контура равна:



- А) $L = 2L_0$;
- Б) $L > 2L_0$;
- В) $L < 2L_0$.

63. На рисунке приведены графики зависимости тока I в катушке от времени t после ее подключения в момент $t=0$ к источнику постоянной ЭДС с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. Один график соответствует катушке индуктивностью L_1 и сопротивлением R_1 , а второй - катушке индуктивностью L_2 и сопротивлением R_2 .



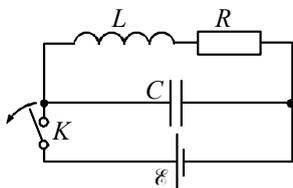
Если ЭДС источника в обоих случаях одинакова, то:

- А) $R_1 < R_2, L_1 = L_2$;
- Б) $R_1 = R_2, L_1 < L_2$;
- В) $R_1 < R_2, L_1 < L_2$;
- Г) $R_1 > R_2, L_1 > L_2$.

64. Катушку, индуктивность которой L , подключили к источнику напряжения с ЭДС \mathcal{E} . Если сопротивление всей замкнутой цепи равно R , то зависимость тока I в цепи от времени t определяется уравнением:

- А) $\mathcal{E} - L(dI/dt) = IR$;
- Б) $\mathcal{E} + L(dI/dt) = IR$;
- В) $L(dI/dt) = IR$.

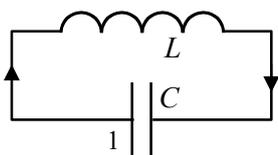
15. Электрические колебания



65. После размыкания ключа K (рисунок) в момент $t = 0$ в контуре возникают затухающие электрические колебания. При этом зависимость от времени заряда конденсатора описывается формулой $q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha)$. Укажите ошибочное утверждение:

б) бочное утверждение:

- А) $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ - частота затухающих колебаний;
- Б) $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ - собственная частота;
- В) $\beta = R/2L$ - коэффициент затухания;
- Г) q_0 - заряд конденсатора в момент $t = 0$.



66. Ток в идеальном колебательном контуре изменяется по закону $I(t) = I_m \sin \omega t$, где $I_m = 0,1 \text{ A}$, $\omega = 1000 \text{ c}^{-1}$. Если направление положительного тока выбрано так, как показано на рисунке, то заряд обкладки «1» конденсатора в момент времени $t = 2 \text{ мс}$:

конденсатора в момент времени $t = 2 \text{ мс}$:

- А) положительный;
- Б) отрицательный;
- В) равен нулю.

67. Дифференциальное уравнение, описывающее свободные колебания заряда конденсатора в колебательном контуре, имеет вид

$A\ddot{q} + B\dot{q} + Cq = 0$, где A и B - положительные постоянные. Коэффициент затухания колебаний β равен:

- А) B ;
- Б) $B/2A$;
- В) C ;
- Г) $C/2A$.

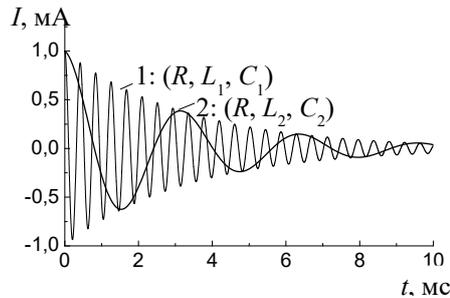
68. За миллисекунду амплитуда колебаний тока в колебательном контуре уменьшилась от $I_0 = 2,7 \text{ мА}$ до $I_1 = 1 \text{ мА}$. Чему равен коэффициент затухания колебаний β ?

69. Конденсатор разряжается через резистор и за время $t_1 = 1 \text{ мс}$ напряжение на нем уменьшается в 3 раза. За какое время t_2 напряжение на конденсаторе уменьшится в 300 раз?

- А) $t_2 = 300 \text{ мс}$;
- Б) $t_2 = t_1 \left(\frac{\ln 300}{\ln 3} \right) \approx 5,2 \text{ мс}$;
- В) $t_2 = t_1 \sqrt{300/3} = 10 \text{ мс}$;
- Г) $t_2 = t_1 \ln \left(\frac{300}{3} \right) = 4,6 \text{ мс}$.

70. На рисунке приведены графики зависимости от времени токов в колебательных контурах 1 и 2. Если активные сопротивления контуров одинаковы, то емкости и индуктивности контуров связаны соотношениями:

- А) $L_1 = L_2, C_1 > C_2$;
- Б) $L_1 < L_2, C_1 = C_2$;
- В) $L_1 = L_2, C_1 < C_2$;
- Г) $L_1 < L_2, C_1 > C_2$.



16. Переменный ток

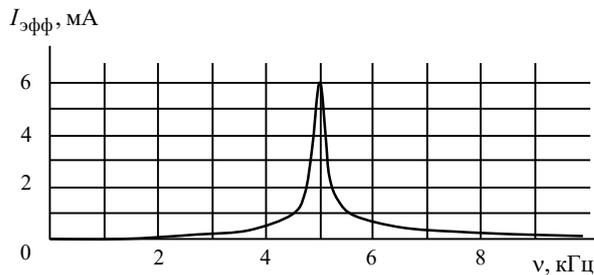
71. К источнику синусоидального напряжения подключены соединенные последовательно катушка с пренебрежимо малым активным сопротивлением, конденсатор и резистор. Если U_R , U_L , U_C и U - эффективные значения напряжений на резисторе, катушке, конденсаторе и клеммах генератора соответственно, то:

- А) $U = U_R + U_L + U_C$;
- Б) $U > U_R + U_L + U_C$;
- В) $U = \sqrt{U_R^2 + (U_C - U_L)^2}$.

72. К генератору переменного напряжения подсоединены соединенные последовательно конденсатор и резистор. Если U_R , U_C и U - эффективные значения напряжений на резисторе, конденсаторе и клеммах генератора соответственно, то:

- А) $U = U_R + U_C$;
- Б) $U > U_R + U_C$;
- В) $U < U_R + U_C$.

73. К источнику синусоидального напряжения подключены соединенные последовательно катушка и конденсатор. На графике (рисунок) приведена зависимость эффективного значения тока в цепи от частоты ν переменного напряжения. Эффективное значение напряжения на клеммах источника при изменении частоты поддерживалось постоянным: $U_{\text{эфф}} = 1,2 \text{ В}$. Определите активное сопротивление катушки.



17. Ток смещения. Система уравнений Максвелла

74. Из теоремы о циркуляции $\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \partial \vec{D} / \partial t$ и теоремы Гаусса $\text{div } \vec{D} = \rho$ следует:

- А) теорема Гаусса для вектора \vec{B} ;
- Б) закон электромагнитной индукции;
- В) закон сохранения электрического заряда.

75. Циркуляция вектора напряженности \vec{E} по неподвижному замкнутому контуру равна нулю в том и только в том случае, если:

- А) поток вектора электрической индукции \vec{D} через поверхность, ограниченную данным контуром, не зависит от времени;
- Б) поток вектора магнитной индукции \vec{B} через поверхность, ограниченную данным контуром, не зависит от времени;
- В) ток проводимости через поверхность, ограниченную данным контуром, равен нулю;
- Г) во всех случаях.

76. Поток вектора магнитной индукции \vec{B} через произвольную замкнутую поверхность равен нулю в том и только в том случае, если:

- А) магнитное поле не зависит от времени;
- Б) электрическое поле не зависит от времени;
- В) отсутствуют токи проводимости;
- Г) во всех случаях.

77. Однородно заряженный стержень движется в продольном направлении с постоянной скоростью V относительно инерциальной K' -системы отсчета. Если собственная длина стержня l_0 , а его заряд q_0 , то линейная плотность заряда стержня в K' -системе отсчета равна:

А) $\lambda' = q_0 / l_0$;

Б) $\lambda' = \frac{q_0 \sqrt{1 - (V/c)^2}}{l_0}$;

В) $\lambda' = \frac{q_0}{l_0 \sqrt{1 - (V/c)^2}}$.

78. При малых скоростях ($V_0 \ll c$) формулы преобразования полей можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \text{А) } \vec{E}'_{\parallel} &= \vec{E}_{\parallel}, & \vec{B}'_{\parallel} &= \vec{B}_{\parallel} \\ \vec{E}'_{\perp} &= \vec{E}_{\perp} + [\vec{V}_0 \vec{B}], & \vec{B}'_{\perp} &= \vec{B}_{\perp} - [\vec{V}_0 \vec{E}] / c^2 \\ \text{Б) } \vec{E}' &= \vec{E} + [\vec{V}_0 \vec{B}_{\perp}], & \vec{B}' &= \vec{B} - [\vec{V}_0 \vec{E}_{\perp}] / c^2; \\ \text{В) } \vec{E}' &= \vec{E} + [\vec{V}_0 \vec{B}], & \vec{B}' &= \vec{B} - [\vec{V}_0 \vec{E}] / c^2. \end{aligned}$$

79. В инерциальной K -системе отсчета заряженная частица покоится вблизи неподвижного проволочного контура, в котором течет постоянный ток. В инерциальной K' -системе отсчета, движущейся относительно K -системы с нерелятивистской скоростью:

- А) на частицу действует магнитная сила;
- Б) на частицу действует электрическая сила;
- В) суммарная сила, действующая на частицу, равна нулю.

18. Электромагнитные волны

80. Электромагнитная волна распространяется в вакууме. Укажите ошибочное уравнение для векторов, характеризующих электромагнитное поле волны (S - произвольная замкнутая поверхность, L - произвольный замкнутый контур):

$$\begin{aligned} \text{А) } \oint_S \vec{D} d\vec{s} &= 0; \\ \text{Б) } \oint_S \vec{B} d\vec{s} &= 0; \\ \text{В) } \oint_L \vec{E} d\vec{l} &= 0; \\ \text{Г) } \oint_L \vec{H} d\vec{l} &= \oint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}. \end{aligned}$$

81. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна, уравнения которой имеют вид: $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$, $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$. Если $\vec{E}_m = (E_m, 0, 0)$, $\vec{k} = (0, k, 0)$, то:

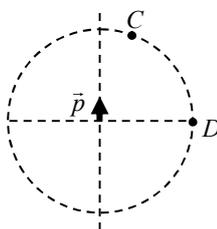
- А) $B_m = (0, 0, -E_m / c)$;
- Б) $B_m = (0, 0, E_m / c)$;
- В) $B_m = (0, E_m / c, 0)$;
- Г) $B_m = (0, -E_m / c, 0)$.

Здесь c - скорость света в вакууме.

82. В любой фиксированной точке электромагнитного поля плоской электромагнитной волны проекция вектора Пойнтинга на направление, в котором распространяется волна:

- А) отрицательна и не зависит от времени;
- Б) положительна и не зависит от времени;
- В) периодически изменяется, принимая неотрицательные значения;
- Г) периодически изменяется, принимая как положительные, так и отрицательные значения.

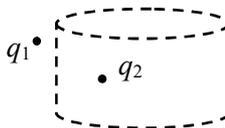
83. Точки C и D расположены на равных расстояниях от точечного диполя, дипольный момент которого меняется по закону $\vec{p} = \vec{p}_m \cos \omega t$. Если E_C и E_D - амплитуды колебаний вектора напряженности в точках C и D , а φ_C и φ_D - фазы колебаний в этих точках, то:



- А) $\varphi_C = \varphi_D$, $E_C = E_D$;
- Б) $\varphi_C < \varphi_D$, $E_C > E_D$;
- В) $\varphi_C > \varphi_D$, $E_C = E_D$;
- Г) $\varphi_C = \varphi_D$, $E_C < E_D$.

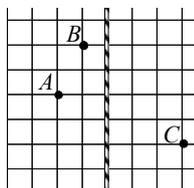
Вариант экзаменационного теста

84. На рисунке изображены воображаемая замкнутая поверхность в виде цилиндра и два точечных заряда q_1 и q_2 , один из которых находит-

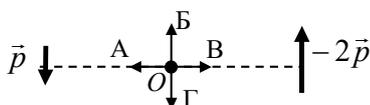


ся внутри цилиндра. Поток Φ_0 вектора напряженности поля этих зарядов через боковую поверхность цилиндра, если потоки через его основания равны Φ_1 и Φ_2 , равен:

- А) $\Phi_0 = 0$;
- Б) $\Phi_0 = q_2 / \epsilon_0$;
- В) $\Phi_0 = (q_2 / \epsilon_0) - \Phi_1 - \Phi_2$;
- Г) $\Phi_0 = -\Phi_1 - \Phi_2$.



85. Точки A , B и C находятся вблизи равномерно заряженной плоскости (показана на рисунке штриховкой). Известна разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B = 10$ В для точек A и B . Определите разность потенциалов $\varphi_B - \varphi_C$ для точек B и C , а также знак заряда плоскости.



86. Укажите направление вектора напряженности электрического поля в точке O , расположенной посередине между точечными диполями с моментами \vec{p} и $-2\vec{p}$ (рисунок).

87. Укажите ошибочные утверждения:

А) если расстояние между обкладками плоского конденсатора, подключенного к источнику напряжения, уменьшить в 2 раза, то его энергия увеличится в 2 раза;

Б) если расстояние между обкладками плоского заряженного и отключенного от источника напряжения конденсатора уменьшить в 2 раза, то его энергия уменьшится в 2 раза;

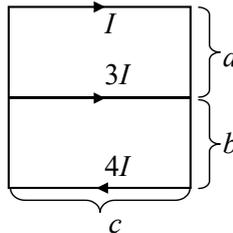
В) если при медленном увеличении расстояния между обкладками плоского конденсатора, заряженного и отключенного от источника напряжения, внешние силы совершили работу A , то энергия конденсатора увеличилась на $\Delta W = A$;

Г) если заряженный конденсатор подсоединить параллельно к такому же, но первоначально незаряженному конденсатору, то через большой промежуток времени после подключения энергия первого конденсатора уменьшится в 2 раза.

88. В длинном прямом проводе круглого сечения радиусом R течет ток I . Воображаемый замкнутый контур представляет собой окружность радиусом r , плоскость которой перпендикулярна оси провода, а центр лежит на этой оси. Циркуляция $C = \oint \vec{B} d\vec{l}$ вектора \vec{B} индукции магнитного поля по этому контуру равна $|C| = 2\pi r |\vec{B}|$, где $|\vec{B}|$ - модуль вектора индукции на расстоянии r от оси провода:

- А) только при однородном распределении тока в сечении провода;
- Б) при симметричном относительно оси провода распределении плотности тока в сечении провода;
- В) при произвольном распределении плотности тока в сечении провода.

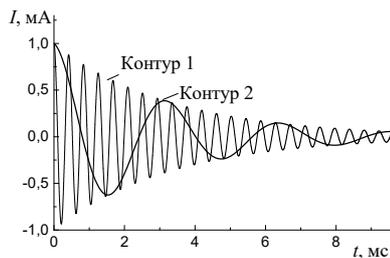
89. Определите модуль вектора магнитного момента токов, протекающих в плоской рамке, изображенной на рисунке



90. При замене в колебательном контуре катушки на другую индуктивность контура и его активное сопротивление увеличились в 2 раза. Во сколько раз увеличился логарифмический декремент затухания контура, если известно, что он значительно меньше единицы?

91. Сравните добротности Q_1 , Q_2 колебательных контуров 1 и 2, колебания тока в которых показаны на рисунке:

- А) $Q_1 = Q_2$;
- Б) $Q_1 < Q_2$;
- В) $Q_1 > Q_2$.



92. Если в некоторой точке пространства вектор электрической индукции зависит от времени t по закону $\vec{D} = (A \sin \omega t, 0, 0)$, где A и ω - постоянные, то вектор плотности тока смещения в этой точке равен:

- А) $\vec{j}_{\text{см}} = (A \omega \sin \omega t, 0, 0)$;
- Б) $\vec{j}_{\text{см}} = (A \omega \cos \omega t, 0, 0)$;
- В) $\vec{j}_{\text{см}} = (A \cos \omega t, A \sin \omega t, 0)$.

93. В вакууме в положительном направлении оси X распространяется плоская монохроматическая электромагнитная волна. В некоторой точке пространства в определенный момент времени вектор напряженности электрического поля равен $(0, 0, E_1)$. Вектор индукции магнитного поля в этой точке в тот же момент времени равен:

- А) $(0, E_1 / c, 0)$;
- Б) $(0, -E_1 / c, 0)$;
- В) $(E_1 c, 0, 0)$;
- Г) $(0, 0, E_1 c)$.

Здесь c - скорость света в вакууме.

94. Точечный диполь расположен в вакууме в начале O прямоугольной системы координат XYZ , а его дипольный момент меняется со временем t по закону $(0, p_m \cos \omega t, 0)$, где p_m и ω - постоянные. В точке A , расположенной в плоскости XY на большом расстоянии от диполя, вектор индукции магнитного поля \vec{B} :

- А) лежит в плоскости XY ;
- Б) перпендикулярен плоскости XY ;
- В) параллелен прямой OA .

95. Укажите ошибочное утверждение:

А) величина электрического заряда тела (частицы) не зависит от выбора системы отсчета и от скорости движения тела;

Б) причины одного и того же явления для наблюдателей в разных инерциальных системах отсчета могут быть различными: например, один наблюдатель обнаружит электрическую силу, другой - магнитную;

В) если магнитное поле в данной инерциальной системе отсчета равно нулю, то оно не обязательно будет равным нулю в другой инерциальной системе отсчета;

Г) уравнения Максвелла справедливы во всех инерциальных системах отсчета: при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую изменяются источники электромагнитного поля (плотности заряда и тока) и сами поля \vec{E} и \vec{B} , но уравнения Максвелла, связывающие поля и источники, сохраняют свой вид.

Ответы и комментарии

1. **Ответ «Б».** Пусть \vec{E}_1 , \vec{E}_2 и \vec{E}_3 - напряженности полей, которые создают в точке A каждый из зарядов в отдельности. Тогда в соответствии с принципом суперпозиции

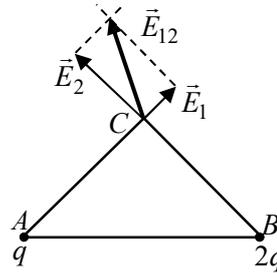
$$\vec{E}_{12} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \quad \vec{E}_{13} = \vec{E}_1 + \vec{E}_3, \quad \vec{E}_{23} = \vec{E}_2 + \vec{E}_3.$$

Складывая эти поля, получаем

$$\vec{E}_{12} + \vec{E}_{13} + \vec{E}_{23} = 2(\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3) = 2\vec{E}.$$

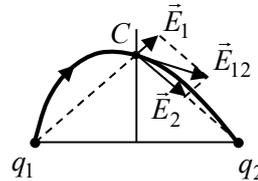
2. **Ответ $\sqrt{5}$.** Согласно принципу суперпозиции вектор напряженности поля в точке C , созданного зарядами q и $2q$, равен

$\vec{E}_{12} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, где \vec{E}_1 и \vec{E}_2 - векторы полей, созданные в точке C каждым из зарядов в отдельности. Учитывая, что \vec{E}_1 и \vec{E}_2 взаимно перпендикулярны (рисунок) и что $E_2 = |\vec{E}_2| = 2E_1$, найдем модуль вектора напряженности суммарного поля двух зарядов $E_{12} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{5E_1^2} = E_1\sqrt{5}$. Если за-



ряд $2q$ убрать, то в точке C поле станет равным \vec{E}_1 и, следовательно, величина напряженности поля уменьшится в $\sqrt{5}$ раз.

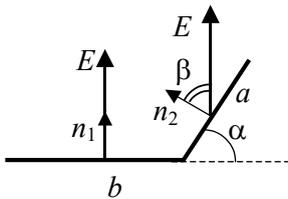
3. **Ответ «Б».** Силовые линии начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных или одним концом «уходят» в бесконечность. Следовательно, заряд q_1 положительный, а заряд q_2 отрицательный. Вектор напряженности направлен по касательной к силовой линии. Построим вектор напряженности в точке C , равноудаленной от зарядов:



$\vec{E}_{12} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, где \vec{E}_1 и \vec{E}_2 - векторы полей, созданные в точке C каждым из зарядов в отдельности. Из рисунка видно, что $E_2 > E_1$. Учитывая, что $E_1 = \frac{kq_1}{r^2}$, а $E_2 = \frac{k|q_2|}{r^2}$, где r - расстояние от точки C до каждого из зарядов, получаем $|q_2| > q_1$.

4. **Ответ «Б».** Точечный заряд q создает в точке A поле напряженностью $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{R}}{R^3}$, где \vec{R} - вектор, проведенный от заряда q в точку A . В данном случае $\vec{R} = -\vec{r} = -(a\vec{i} + b\vec{j})$.

5. Изобразим рисунок «в разрезе». Выбрав направление нормали, как показано на рисунке, и воспользовавшись определением потока вектора, запишем:



$$|\Phi| = Ebc \cos 0 + Eac \cos \beta.$$

Учитывая, что $\beta = \alpha$, найдем

$$|\Phi| = Ec(b + a \cos \alpha).$$

6. По теореме Гаусса поток вектора напряженности через замкнутую поверхность равен $\Phi = q_{\text{внутр}} / \epsilon_0$, где $q_{\text{внутр}}$ - заряд, который попадает внутрь замкнутой поверхности. В данном случае $q_{\text{внутр}}$ равен заряду круга радиусом R , который «вырезает» цилиндр в плоском листе. Так как лист заряжен однородно, то $\frac{q_{\text{внутр}}}{Q} = \frac{\pi R^2}{S}$. Следовательно,

$$\Phi = Q\pi R^2 / \epsilon_0 S.$$

7. Воспользуемся теоремой Гаусса. Выберем замкнутую поверхность в виде сферы радиусом $2R$, центр которой совпадает с общим центром заряженных сфер. Тогда

$$\Phi = E \cdot 4\pi(2R)^2 = q_{\text{внутр}} / \epsilon_0.$$

Учитывая, что $q_{\text{внутр}} = 3Q$, получаем

$$|E| = \frac{3|Q|}{16\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{3k|Q|}{4R^2}.$$

8. **Ответ «В».** В пунктах А), Б) и Г) приведены математически эквивалентные формулы, выражающие теорему Гаусса в дифференциальном виде.

9. **Ответ «В».** Разность потенциалов точек 1 и 2 однородного электростатического поля определяется формулой

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q} = \int_{1 \rightarrow 2} \vec{E} d\vec{l} = \vec{E} \int_{1 \rightarrow 2} d\vec{l} = \vec{E} \vec{l}_{12} = El \cos \alpha,$$

где вектор \vec{l}_{12} проведен из точки 1 в точку 2; α - угол между векторами \vec{l}_{12} и \vec{E} . Учитывая, что $|\cos \alpha| \leq 1$, получаем ответ.

10. **Ответ 2 В.** По определению разность потенциалов в точках 1 и 2 равна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{1-2} \vec{E} d\vec{l},$$

где интегрирование проводится по произвольной кривой, соединяющей точки 1 и 2. В данном случае эти точки лежат на оси x и интегрировать будем вдоль этой оси:

$$\varphi(x_1) - \varphi(x_2) = \int_{x_1}^{x_2} E_x dx.$$

Численное значение этого интеграла определим, вычислив площадь под графиком зависимости $E_x(x)$: $\varphi(x_1) - \varphi(x_2) = 2 \text{ В}$.

11. Если однородно заряженная плоскость перпендикулярна оси X и расположена при $x = 0$, то ее электрическое поле можно выразить формулами:

$$E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \text{ при } x > 0; \quad E_x = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \text{ при } x < 0.$$

Нетрудно убедиться, что эти формулы справедливы при любом знаке поверхностной плотности заряда σ . Принимая координаты начальной и конечной точек равными $x_1 = -l_1$ и $x_2 = l_2$, получаем

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{-l_1}^{l_2} E_x dx = \int_{-l_1}^0 \left(-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \right) dx + \int_0^{l_2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (l_2 - l_1).$$

12. Из формулы $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$ найдем проекции вектора напряженности:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} = -2ax, \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y} = 2ay.$$

Модуль вектора напряженности равен

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 2a\sqrt{x^2 + y^2}.$$

13. **Ответ «А».** Воспользуемся формулой

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{e}_x - \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{e}_y - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{e}_z.$$

Поскольку сторона кубика достаточно мала, то каждую частную производную можно заменить отношением приращения функции (потенциала) к приращению соответствующего аргумента (координаты). При этом остальные аргументы, по которым не проводится дифференцирование, должны оставаться постоянными. Например,

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} \approx \frac{\Delta\varphi}{\Delta z} \Big|_{\substack{\text{при } x=\text{const} \\ y=\text{const}}} = \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{a}.$$

14. При перемещении точечного заряда q из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 электрическое поле совершает работу

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Примем, как обычно, потенциал в бесконечно удаленной точке равным нулю: $\varphi_1 = 0$. Потенциал φ_2 в начале координат найдем, воспользовавшись принципом суперпозиции:

$$\varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} - \frac{3q}{4\pi\varepsilon_0 a} = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 a}.$$

Окончательно получаем

$$A = \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 a}.$$

15. **Ответы «Б», «В».** Известно, что потенциал электростатического поля определен с точностью до произвольной аддитивной постоянной. Переписывая формулу В) в виде

$$\varphi = A \ln \left(\frac{2B}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) = A \ln 2 + A \ln \left(\frac{B}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right),$$

замечаем, что она отличается от формулы Б) на постоянную $A \ln 2$. Ясно, что напряженность поля $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$ в случаях Б) и В) будет одинакова.

16. **Ответ «А».** Потенциал вне однородно заряженной сферы на расстоянии r от ее центра равен:

$$\varphi(r \geq R) = kQ/r,$$

а внутри сферы потенциал такой же, как на ее поверхности:

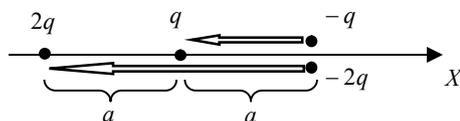
$$\varphi(r \leq R) = kQ/R.$$

Поэтому разность потенциалов в точках 1 и 2 равна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2R} \right).$$

17. Заряд $(-3q)$ представим в виде двух зарядов $(-q)$ и $(-2q)$.

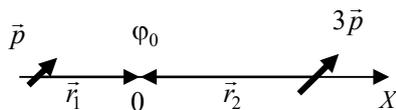
Из рисунка видно, что заданную систему зарядов можно представить в виде системы двух диполей с одинаково направленными дипольными моментами. Модуль дипольного момента системы равен



$$p = |qa + (2q) \cdot (2a)| = 5|q|a.$$

18. **Ответ «А».** Потенциал поля точечного диполя определяется формулой

$$\varphi = \frac{\vec{p}\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3},$$



где \vec{r} - вектор, проведенный от диполя в точку, в которой рассчитывается потенциал. Потенциал в начале координат равен:

$$\varphi_0 = \frac{\vec{p}_1\vec{r}_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^3} + \frac{\vec{p}_2\vec{r}_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^3}.$$

Учитывая, что $\vec{p}_1 = \vec{p}$, $\vec{p}_2 = 3\vec{p}$, $\vec{r}_2 = -2\vec{r}_1$ (рисунок), получаем

$$\varphi_0 = \frac{\vec{p}\vec{r}_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^3} - \frac{3\vec{p}2\vec{r}_1}{4\pi\epsilon_0 8r_1^3} = \frac{\vec{p}\vec{r}_1}{16\pi\epsilon_0 r_1^3}.$$

Угол между векторами \vec{p} и \vec{r}_1 острый, поэтому $\vec{p}\vec{r}_1 > 0$ и, следовательно, $\varphi_0 > 0$.

19. **Ответ 2.** Вектор момента сил, действующих на диполь \vec{p} со стороны внешнего электрического поля \vec{E} , равен $\vec{M} = [\vec{p}, \vec{E}]$, а его величина $M = pE \sin \alpha$, где α - угол между векторами \vec{p} и \vec{E} . Для отнесения величин моментов получаем

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{pE \sin \alpha_1}{pE \sin \alpha_2} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{\sin 90^\circ}{\sin 30^\circ} = 2.$$

20. Потенциал в точке, положение которой определяется вектором \vec{r} , проведенным от диполя в эту точку, определяется формулой $\varphi = \frac{\vec{p}\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$. Из этой формулы следует, что $\varphi_B < \varphi_A < \varphi_V < \varphi_\Gamma$.

21. **Ответ «А».** Внутри проводника напряженность поля равна нулю, а заряд располагается только на его поверхности. Поэтому

$$\vec{E} = \sum_i \frac{\Delta q_i \vec{r}_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^3} = \sum_i \frac{\sigma_i \Delta S_i \vec{r}_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^3} = 0,$$

где σ_i - поверхностная плотность заряда i -й площадки; ΔS_i - ее площадь; \vec{r}_i - вектор, проведенный от этой площадки в точку наблюдения (где вычисляется поле \vec{E}). При увеличении суммарного заряда проводника в 2 раза напряженность поля внутри проводника должна остаться равной нулю. Это возможно в том случае, если поверхностная плотность заряда σ_i каждой малой площадки увеличится в 2 раза. Такое распределение заряда является единственно возможным (в силу теоремы единственности решения задачи электростатики).

22. **Ответ «Б».** Напряженность электростатического поля внутри проводника равна нулю. Поэтому разность потенциалов в двух произвольных точках проводника равна нулю и, следовательно, потенциал всех точек проводника имеет одинаковое значение (не обязательно равное нулю).

23. **Ответ «Б».** Выберем замкнутую поверхность, целиком расположенную в шаре и охватывающую полость. Вектор напряженности электрического поля во всех точках этой поверхности равен нулю. Поэтому и поток вектора напряженности через эту поверхность равен нулю. Из теоремы Гаусса следует, что $Q_1 = 0$. При этом $Q_2 = 2q$.

24. **Ответ «Б».** Выберем замкнутую поверхность, целиком расположенную в проводнике и охватывающую полость. Вектор напряженности электрического поля во всех точках этой поверхности равен нулю. Поэтому и поток вектора напряженности через эту поверхность равен нулю. Из теоремы Гаусса следует, что суммарный заряд внутри поверхности равен нулю: $q + Q_S = 0$.

25. **Ответ «А».** Напряженность поля в любой точке A , расположенной внутри проводника, равна нулю: $\sum \Delta Q_i \vec{r}_i / 4\pi\epsilon_0 r_i^3 = 0$, где \vec{r}_i - вектор, проведенный от бесконечно малой площадки поверхности проводника в точку A ; ΔQ_i - заряд этой площадки. При увеличении в 2 раза суммарного заряда проводника электрическое поле в произвольной точке A внутри проводника останется равным нулю, если заряд каждой малой площадки поверхности проводника увеличится в 2 раза. Следовательно, поверхностная плотность заряда в каждой точке поверхности проводника увеличится в два раза. Опираясь на принцип суперпозиции, можно утверждать, что в каждой точке среды напряженность поля и потенциал также увеличиваются в 2 раза.

26. **Ответ 4.** Внутри проводника напряженность поля равна нулю: $0 = \vec{E}_q + \vec{E}_{\text{инд}}$, где \vec{E}_q - напряженность поля точечного заряда q ; $\vec{E}_{\text{инд}}$ - напряженность поля индуцированных на поверхности проводника зарядов. При увеличении заряда q в 2 раза поле \vec{E}_q увеличивается в 2 раза, следовательно, и поле наведенных зарядов $\vec{E}_{\text{инд}}$ возрастает в 2 раза. Это означает, что заряд каждой малой площадки поверхности проводника должен увеличиться в 2 раза. Опираясь на закон Кулона и принцип суперпозиции, приходим к выводу, что сила взаимодействия точечного заряда и проводника увеличивается в 4 раза.

27. **Ответ «А».** Перераспределение зарядов прекратится, когда потенциалы всех точек проводника (шар - проволока - шар) станут одинаковыми. В этом случае напряженность электрического поля внутри проводника равна нулю, поэтому равна нулю и сила, действующая на свободные носители заряда в проводнике.

28. **Ответ «В».** Поток вектора индукции \vec{D} через замкнутую поверхность определяется суммой сторонних зарядов, охватываемых этой поверхностью. Поскольку шар не заряжен, то потоки вектора \vec{D} через поверхности Б и В равны нулю. Поток вектора напряженности \vec{E} через замкнутую поверхность определяется суммой всех зарядов (сторонних и связанных), охватываемых поверхностью. Внутри поверхности Б суммарный заряд равен нулю, так как диэлектрический шар не заряжен, а суммарный связанный заряд шара равен нулю. Внутри поверхности В, включающей только часть диэлектрика, связанный заряд отличен от нуля.

29. **Ответ «А».** Векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 вблизи границы раздела двух диэлектриков имеют одинаковые тангенциальные составляющие: $E_{1\tau} = E_{2\tau}$.

30. **Ответ «Б».** Воспользуемся уравнениями

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\rho_{\text{ст}} + \rho_{\text{св}}), \quad \operatorname{div}\vec{D} = \rho_{\text{ст}},$$

которые выражают теоремы Гаусса для векторов \vec{E} и \vec{D} . Учитывая, что $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$ и диэлектрическая проницаемость ε однородного диэлектрика не зависит от координаты, получаем

$$\begin{cases} \varepsilon_0 \operatorname{div}\vec{E} = (\rho_{\text{ст}} + \rho_{\text{св}}); \\ \varepsilon\varepsilon_0 \operatorname{div}\vec{E} = \rho_{\text{ст}}. \end{cases}$$

После преобразований получаем $\rho_{\text{св}} = -\rho_{\text{ст}}(\varepsilon - 1)/\varepsilon$.

31. **Ответ «А».** Внутри поверхности S расположены сторонние и связанные заряды. При включении внешнего электрического поля может измениться только величина связанного заряда. Поскольку поток вектора \vec{D} равен стороннему заряду внутри поверхности, то этот поток

при включении поля не изменится. Поток вектора \vec{E} , как это следует из теоремы Гаусса, зависит от суммы стороннего и связанного зарядов.

32. **Ответ «Б».** Пусть заряд внутренней обкладки q , радиус a , заряд внешней обкладки $-q$, радиус b . Тогда потенциал внутренней обкладки (однородно заряженной сферы) равен:

$$\varphi_1 = \frac{kq}{a} - \frac{kq}{b},$$

а потенциал внешней обкладки:

$$\varphi_2 = \frac{kq}{b} - \frac{kq}{b} = 0.$$

Емкость сферического конденсатора равна:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{1}{k(1/a - 1/b)} = \frac{4\pi\epsilon_0 ab}{b - a}.$$

Из этого выражения следует ответ.

33. **Ответ 1,5 В.** Установившийся заряд конденсатора равен $Q = C\mathcal{E}$, а заряд конденсатора при $t = 0$ равен $Q(0) = CU(0)$, где C - емкость конденсатора; $U(0)$ - напряжение при $t = 0$. Из этих уравнений следует

$$\frac{Q(0)}{Q} = \frac{U(0)}{\mathcal{E}}.$$

Из рисунка находим $Q = 9$ мкКл, $Q(0) = 3$ мкКл и рассчитываем $U(0) = \mathcal{E}/3 = 1,5$ В.

34. **Ответы «А», «В».** В системе из четырех точечных зарядов энергия взаимодействия равна сумме энергий парных взаимодействий зарядов системы. Таких пар шесть: четыре пары ближайших зарядов и две пары диагональных. Для заданных конфигураций получаем

$$U_A = \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a} - \frac{kq^2}{a} - \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{\sqrt{2}a} - \frac{kq^2}{\sqrt{2}a} = 0,$$

$$U_B = -\frac{kq^2}{a} - \frac{kq^2}{a} - \frac{kq^2}{a} - \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{\sqrt{2}a} + \frac{kq^2}{\sqrt{2}a} = (\sqrt{2} - 4)\frac{kq^2}{a} < 0$$

$$U_B = \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a} - \frac{kq^2}{a} - \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{\sqrt{2}a} - \frac{kq^2}{\sqrt{2}a} = 0.$$

35. **Ответ «Б».** Приравнявая объемные плотности энергии $\frac{\varepsilon_0 E_A^2}{2} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E_B^2}{2}$, получаем $E_A / E_B = \sqrt{\varepsilon}$.

36. **Ответ «А».** Пусть C - емкость уединенного шара, W_A и W_B - значения электрической энергии для случаев А) и Б). Тогда

$$W_A = \frac{q^2}{2C}, \quad W_B = \frac{(q/2)^2}{2C} \cdot 2 = \frac{W_A}{2}.$$

37. Объемная плотность энергии электрического поля $w = \varepsilon \varepsilon_0 E^2 / 2$ положительна. Поэтому и полная электрическая энергия $W = \int w dV$ всегда положительна ($W = 0$, если электрическое поле отсутствует во всем пространстве).

38. **Ответ «Г».** Электрическая энергия уединенного заряженного проводника определяется формулой $W = q\varphi / 2$. Потенциал проводника φ имеет такой же знак, что и его заряд q , поэтому при любом знаке заряда q энергия $W > 0$.

39. **Ответ: 1,6 Кл.** По определению силы тока: $I = \frac{dq}{dt}$. Интегрируя, получаем

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I dt = \int_0^2 \alpha t^3 dt = \alpha \left. \frac{t^4}{4} \right|_0^2 = 1,6 \text{ Кл}.$$

40. **Ответ: -19 В.** По закону Ома для неоднородного участка цепи запишем: $\varphi_1 + I_1 R + \mathcal{E} - I_2 r = \varphi_2$. Отсюда найдем

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = -19 \text{ В}.$$

41. **Ответ: 9 А.** Выбирая направление обхода замкнутого контура и направление тока I через верхний источник, как показано на рисунке, запишем второе правило Кирхгофа:

$$2rI + rI - I_1r = \mathcal{E} + 2\mathcal{E},$$

откуда

$$I = \frac{3\mathcal{E} + I_1r}{3r} = \frac{3 \cdot 5 + 3 \cdot 1}{3 \cdot 1} = 6 \text{ А.}$$

Для «входного» узла цепи согласно первому правилу Кирхгофа найдем:

$$I_2 = I_1 + I = 9 \text{ А.}$$

42. **Ответ: 16 мкДж.** Установившийся заряд конденсатора равен $q = C \square$. Такой заряд пройдет через источник в процессе зарядки конденсатора. При этом источник совершит работу $A_{\text{ист}} = q\mathcal{E} = \mathcal{E}^2 C$, а энергия конденсатора увеличится от начальной величины $W_1 = 0$ до конечной $W_2 = C\mathcal{E}^2/2$. Из закона изменения энергии $W_1 + A_{\text{ист}} = W_2 + Q$ найдем выделившееся тепло:

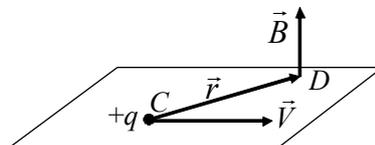
$$Q = W_1 - W_2 + A_{\text{ист}} = C\mathcal{E}^2/2 = 16 \text{ мкДж.}$$

43. **Ответ «В».** Сила тока через сечение провода равна $I = j_1 S_1 + j_2 S_2$, где $S_1 = \pi R^2$ - площадь поперечного сечения первого проводника, а $S_2 = \pi((2R)^2 - R^2) = 3\pi R^2$ - второго. Следовательно,

$$I = \pi R^2 (j_1 + 3j_2).$$

44. **Ответ «А».** Вектор \vec{B} индукции магнитного поля, созданного точечным зарядом q , движущимся с постоянной нерелятивистской скоростью V ($V \ll c$), определяется формулой

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{V}\vec{r}]}{r^3},$$



где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м - магнитная постоянная; \vec{r} - радиус-вектор, проведенный от заряда q к точке, в которой определяется \vec{B} (рисунок). Учитывая, что заряд электрона $q = -e$, получаем ответ.

45. **Ответ «Г».** Используя закон Био - Савара, запишем

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{[\vec{l}_1 \vec{r}]}{r^3},$$

где вектор \vec{l}_1 проведен из точки K в точку L , а вектор \vec{r} - от рамки в точку A . Угол α_1 между векторами \vec{l}_1 и \vec{r} равен α . Поэтому

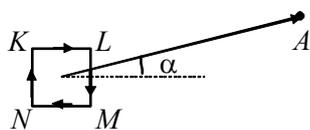
$$|\vec{B}_1| = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi r^2} \sin \alpha.$$

Аналогично найдем

$$|\vec{B}_2| = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi r^2} \sin \alpha_2,$$

где вектор \vec{l}_2 проведен из точки L в точку M , а $\alpha_2 = (\pi/2) + \alpha$ - угол между векторами \vec{l}_2 и \vec{r} . Следовательно,

$$|\vec{B}_2| = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi r^2} \cos \alpha \text{ и } B_1 / B_2 = \operatorname{tg} \alpha.$$



46. **Ответ «А».** По закону Био - Савара индукция магнитного поля постоянного тока I , протекающего в замкнутом контуре L , определяется формулой

$$\vec{B} = \sum \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{[\Delta \vec{l}_i, \vec{r}_i]}{r_i^3},$$

где $\Delta \vec{l}_i$ - бесконечно малый элемент длины контура; \vec{r}_i - вектор, проведенный от данного элемента $\Delta \vec{l}_i$ в точку, где вычисляется магнитное поле. Эта формула обосновывает выбор ответа.

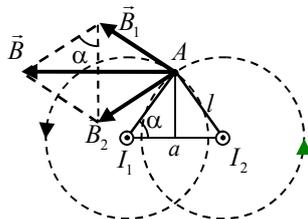
47. **Ответ: 1,6.** Изобразим рисунок в плоскости, перпендикулярной проводам. На рисунке показаны векторы индукции магнитного поля \vec{B}_1

и \vec{B}_2 , созданного в точке A каждым проводом с током. Заметим, что эти векторы направлены по касательным к силовым магнитным линиям (штриховые окружности на рисунке). Поскольку точка A равноудалена от проводников и $I_1 = I_2$, то $B_1 = B_2$ и $B = 2B_1 \sin \alpha$. Из рисунка находим

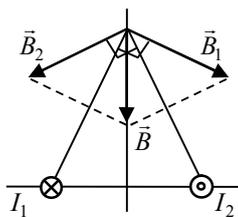
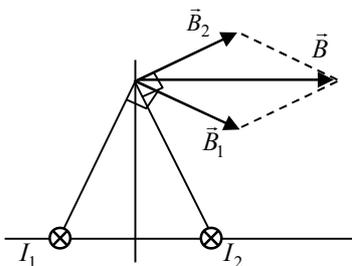
$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{l^2 - (a/2)^2}}{l}.$$

Следовательно, $B = B_1 \frac{2\sqrt{l^2 - (a/2)^2}}{l}$.

Если ток в одном из проводов выключить, то индукция в точке A станет равной B_1 , т.е. уменьшится в $2\sqrt{l^2 - (a/2)^2} / l = 1,6$ раз.



48. **Ответ «А».** Определим направление вектора \vec{B} в одной из точек плоскости симметрии системы (рисунок). Рассмотрим два случая: 1) токи текут в одном направлении; 2) направления токов противоположны. Из рисунков видно, что условию задачи соответствует случай одинаково направленных токов. Только в этом случае вектор \vec{B} направлен по касательной к заданным линиям поля \vec{B} .



49. **Ответ «Б».** Так как $\vec{B} = \text{const}$, то

$$\Gamma = \int_{1-2-3} \vec{B} d\vec{l} = \vec{B} \cdot \int_{1-2-3} d\vec{l} = \vec{B} l_{13},$$

где вектор \vec{l}_{13} проведен из точки 1 в точку 3. Учитывая, что $|\vec{l}_{13}| = 2R$, получаем ответ.

50. **Ответ «Б».** В случае постоянных токов теорема о циркуляции вектора \vec{B} записывается в виде $\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{внутр}}$, где $I_{\text{внутр}}$ - ток через поверхность, ограниченную контуром L . Если ток I распределен по сечению провода однородно, то $\frac{I_{\text{внутр}}}{I} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$. Отсюда получаем ответ.

51. **Ответ «А».** С учетом симметрии распределения токов теорема о циркуляции вектора \vec{B} по замкнутому круговому контуру радиусом r запишется в виде

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} d\vec{l} = 2\pi r B(r) = \mu_0 I_{\Gamma},$$

где I_{Γ} - ток, пронизывающий контур:

$$I_{\Gamma} = \begin{cases} 0, & \text{при } r < R \\ I, & \text{при } r > R \end{cases}.$$

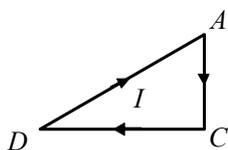
Зависимость

$$B(r) = \begin{cases} 0 & \text{при } r < R, \\ \mu_0 I / 2\pi r & \text{при } r > R \end{cases}$$

графически представлена на рисунке «А».

52. **Ответ «А, Б, В, Г».** Формула $\vec{F} = q[\vec{V} \vec{B}] + q\vec{E}$ для силы Лоренца справедлива для полей \vec{E} и \vec{B} , произвольным образом зависящих от времени, при любых (в том числе релятивистских) скоростях.

53. **Ответ «Г».** Суммарная сила Ампера, действующая со стороны однородного магнитного поля на замкнутый контур с током произвольной формы, выражается интегралом:



$$\vec{F} = \oint_L I[d\vec{l}, \vec{B}] = I[\oint_L d\vec{l}, \vec{B}].$$

Эта сила равна нулю, поскольку интеграл по замкнутому контуру

$$\oint_L d\vec{l} = \sum \Delta\vec{l}_i = 0.$$

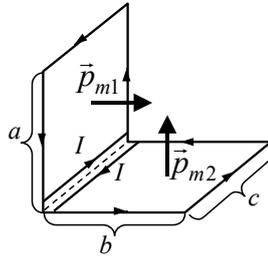
Следовательно,

$$\vec{F}_{AC} + \vec{F}_{CD} + \vec{F}_{DA} = \vec{F} + (-3\vec{F}) + \vec{F}_{DA} = 0 \text{ и } \vec{F}_{DA} = 2\vec{F}.$$

54. **Ответ «А».** Сила Ампера, действующая на замкнутый контур с током со стороны однородного магнитного поля, всегда равна нулю: $\vec{F} = \sum I[\Delta\vec{l}_i, \vec{B}] = I[\sum \Delta\vec{l}_i, \vec{B}] = 0$, так как $\sum \Delta\vec{l}_i = 0$. Момент сил Ампера равен нулю только в том случае, когда вектор магнитного момента контура с током параллелен вектору магнитной индукции.

55. **Ответ «В».** Вектор момента силы Ампера равен $\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$, а модуль этого вектора $M = p_m B \sin \alpha$, где α - угол между векторами \vec{p}_m и \vec{B} . Следовательно, $\frac{M_1}{M_2} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = 2$.

56. **Ответ «А».** Представим данный контур с током как эквивалентную суперпозицию двух плоских контуров, показанных на рисунке. Величины магнитных моментов равны $p_{m1} = Iac$, $p_{m2} = Ibc$, а их направления перпендикулярны. Магнитный момент всего контура равен $\vec{p} = \vec{p}_{m1} + \vec{p}_{m2}$. Учитывая перпендикулярность его составляющих, получаем



$$|\vec{p}| = \sqrt{p_{m1}^2 + p_{m2}^2} = Ic\sqrt{a^2 + b^2}.$$

57. **Ответ «В».** На большом расстоянии от контура с током индукция магнитного поля при произвольной форме контура определяется выражением

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left(3 \frac{\vec{r}}{r^2} (\vec{p}_m \vec{r}) - \vec{p}_m \right),$$

где $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ - магнитный момент контура; I - ток в контуре; S - его площадь; \vec{n} - вектор единичной нормали (для плоского контура); \vec{r} - вектор, проведенный от контура в точку наблюдения. Из формулы следует, что при изменении вектора \vec{p}_m в k раз индукция магнитного поля также изменится в k раз. Величина магнитного момента квадратного контура равна $p_{m1} = Ia^2$, а величина магнитного момента контура, растянутого в окружность, равна $p_{m2} = I\pi R^2$, где R - радиус окружности, определяемый условием $4a = 2\pi R$. Следовательно, $p_{m2} = I4a^2/\pi$ и магнитный момент контура при его деформации увеличился в $4/\pi$ раз.

58. **Ответ «В».** Ток I создает магнитное поле, вектор индукции которого в полуплоскости, где движется рамка, направлен «от нас» перпендикулярно плоскости чертежа. Направление нормали к поверхности, натянутой на рамку, также выберем «от нас». Выбранное направление нормали определяет направление обхода контура «по часовой стрелке». Из законов электромагнитной индукции и Ома следует

$$I = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt},$$

где R - сопротивление контура; Φ - магнитный поток. Ток в рамке положителен (т.е. течет в направлении обхода - «по часовой стрелке»), если производная $d\Phi/dt < 0$. Это имеет место в случае «В», когда рамка перемещается в область более слабого магнитного поля, вследствие чего магнитный поток уменьшается.

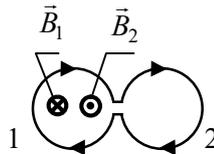
59. **Ответ «Б».** Из законов электромагнитной индукции и Ома следует $I = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}$, где R - сопротивление витка. Величина $|I|$ максимальна, когда максимальна производная $|d\Phi/dt|$.

60. **Ответ «Б».** Циркуляция Γ вектора напряженности электрического поля по произвольному замкнутому контуру в соответствии с уравнением Максвелла равна $\Gamma = -\frac{\partial\Phi}{\partial t}$, где Φ - магнитный поток через поверхность, ограниченную данным контуром. Выбранные на рисунке направления обходов контуров 1, 2, 3 определяют направления

нормалей: «от нас» перпендикулярно плоскости чертежа. Учитывая, что поле \vec{B} прямого провода с током, изображенного на рисунке, слева от провода направлено «на нас», а справа от провода - «от нас», приходим к выводу, что $\Phi_1 < 0$, $\Phi_2 > 0$, $\Phi_3 > 0$. С ростом тока I модули этих магнитных потоков возрастают, причем с наибольшей скоростью в ближайших к проводу контурах 1 и 2. Следовательно, $\Gamma_1 > 0$, $\Gamma_2 < \Gamma_3 < 0$.

61. **Ответ «Г».** Приравнивая объемные плотности энергии $\frac{B_1^2}{2\mu_0} = \frac{B_2^2}{2\mu\mu_0}$, получаем ответ.

62. **Ответ «В».** Магнитное поле внутри витка 1 в его плоскости (рисунок) можно представить в виде суммы $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, где \vec{B}_1 - магнитное поле, созданное током в первом витке; \vec{B}_2 - поле, созданное током, который протекает во втором витке.



Направления векторов \vec{B}_1 и \vec{B}_2 можно определить при помощи закона Био - Савара. Магнитный поток через поверхность, ограниченную первым витком, равен:

$$\Phi_1 = \int_{S_1} (\vec{B}_1 + \vec{B}_2) d\vec{S}.$$

Учитывая, что \vec{B}_1 и \vec{B}_2 направлены противоположно, запишем

$$\Phi_1 < \int_S \vec{B}_1 d\vec{S} = L_0 I.$$

Для индуктивности контура, составленного из двух витков, получаем

$$L = \frac{2\Phi_1}{I} < 2L_0.$$

63. **Ответ «А».** Переходной процесс описывается уравнением

$$\mathcal{E} - L \frac{dI}{dt} = IR. \quad (1)$$

В установившемся режиме $I = \mathcal{E} / R$. Поскольку для первой катушки установившийся ток больше, то $R_1 < R_2$. На начальной стадии переходного процесса в уравнении (1) можно считать $\mathcal{E} \gg IR$. Тогда $\mathcal{E} = L(dI/dt)$. Интегрируя это уравнение, получаем линейную зависимость тока от времени $I = \frac{\mathcal{E}}{L}t$. Из рисунка видно, что линейные участки графиков совпадают. Следовательно, $L_1 = L_2$.

64. **Ответ «А».** Из закона Ома для замкнутой цепи квазистационарного тока имеем

$$IR = \sum_i \mathcal{E}_i = \mathcal{E} + \mathcal{E}_{ind} = \mathcal{E} - L \frac{dI}{dt}.$$

65. **Ответ «Г».** Из формулы $q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha)$ следует, что при $t = 0$ заряд конденсатора $q(0) = q_0 \cos \alpha$.

66. **Ответ «Б».** Поскольку при выбранном направлении обхода положительный ток приводит к уменьшению заряда q обкладки 1 (ток «вытекает» из обкладки), то

$$I = - \frac{dq}{dt}.$$

Интегрируя это уравнение:

$$q = - \int I dt = - \int I_m \sin \omega t dt = \frac{I_m}{\omega} \cos \omega t$$

и подставляя численные значения ω и t , найдем $q = (I_m / \omega) \cos 2 < 0$.

67. **Ответ «Б».** Сравнивая данное уравнение с дифференциальным уравнением затухающих колебаний $\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0$, получаем $2\beta = B/A$.

68. **Ответ 1000 с^{-1} .** Амплитуда затухающих колебаний зависит от времени экспоненциально: $A(t) = A_0 e^{-\beta t}$.

В рассматриваемом случае $\beta t = \ln(I_0 / I_1) = \ln 2,7 \approx 1$. Отсюда $\beta = 1/t = 1000 \text{ с}^{-1}$.

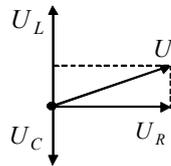
69. **Ответ «Б».** Пусть U_0 , U_1 и U_2 - значения напряжения на конденсаторе в моменты времени $t = 0$, t_1 и t_2 соответственно. Тогда

$$U_1 = U_0 \exp(-t_1/\tau), \quad U_2 = U_0 \exp(-t_2/\tau).$$

Отсюда $\ln \frac{U_0}{U_1} = \frac{t_1}{\tau}$, $\ln \frac{U_0}{U_2} = \frac{t_2}{\tau}$. После преобразований получаем ответ.

70. **Ответ «В».** Из рисунка видно, что амплитуды токов в контурах 1 и 2 уменьшаются со временем t одинаково. Следовательно, равны коэффициенты затухания $\beta_1 = L_1/2R_1$ и $\beta_2 = L_2/2R_2$. Так как сопротивления контуров R_1 и R_2 одинаковы, то равны и их индуктивности: $L_1 = L_2 = L$. Из рисунка также видно, что частота колебаний в первом контуре в несколько раз больше частоты во втором. Поскольку $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{(1/LC) - \beta^2}$, то $\frac{1}{LC_1} > \frac{1}{LC_2}$ и, следовательно, $C_1 < C_2$.

71. **Ответ «В».** Ответ следует из векторной диаграммы (рисунок).

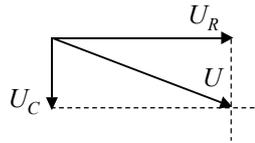


72. **Ответ «В».** По закону Ома для переменного тока

$$U_C = I/\omega C, \quad U_R = IR,$$

$$U = I\sqrt{(1/\omega C)^2 + R^2} = \sqrt{U_C^2 + U_R^2} < U_C + U_R.$$

Ответ можно также получить непосредственно из векторной диаграммы напряжений (рисунок).



73. **Ответ: 200 Ом.** Из формулы

$$I_{\text{эфф}} = \frac{U_{\text{эфф}}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

следует, что максимальное (резонансное) значение тока достигается при $\omega L = 1/\omega C$ и равно $I_{\text{рез}} = U_{\text{эфф}}/R$. Из графика видно, что $I_{\text{рез}} = 6$ А. Следовательно, $R = U_{\text{эфф}}/I_{\text{рез}} = 200$ Ом.

74. **Ответ «В».** Вычислим дивергенцию левой и правой частей уравнения $\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \partial \vec{D} / \partial t$. Учтем, что дивергенция ротора любого вектора равна нулю:

$$0 = \text{div} \vec{j} + \text{div} \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = \text{div} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial t} (\text{div} \vec{D}) = \text{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

Получили уравнение непрерывности $\text{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, выражающее закон сохранения заряда.

75. **Ответ «Б».** В соответствии с уравнением Максвелла $\oint_G (\vec{E}, d\vec{l}) = -\frac{\partial}{\partial t} \Phi_B(t)$ циркуляция поля \vec{E} равна нулю, если поток Φ_B вектора магнитной индукции \vec{B} через поверхность, ограниченную данным контуром, не зависит от времени.

76. **Ответ «Г».** В соответствии с уравнением Максвелла $\oint_S \vec{B} d\vec{s} = 0$.

77. **Ответ «В».** Электрический заряд является инвариантным числом, а длина l движущегося стержня меньше его собственной длины: $l = l_0 \sqrt{1 - (V/c)^2}$. Учитывая, что $\lambda' = q_0/l$, получаем ответ.

78. **Ответы «А», «Б», «В».** Следует учесть, что

$$[\vec{V}_0 \vec{B}] = [\vec{V}_0 (\vec{B}_\perp + \vec{B}_\parallel)] = [\vec{V}_0 \vec{B}_\perp],$$

аналогично

$$[\vec{V}_0 \vec{E}] = [\vec{V}_0 (\vec{E}_\perp + \vec{E}_\parallel)] = [\vec{V}_0 \vec{E}_\perp].$$

79. **Ответы «А», «Б», «В».** В K -системе отсчета электрическое поле равно нулю, магнитное поле отлично от нуля, поскольку частица покоится. Сила Лоренца, действующая на частицу, равна нулю:

$$\vec{E} = 0, \vec{B} \neq 0, \vec{F} = 0.$$

Электрическое и магнитное поля в K' -системе отсчета, движущейся с нерелятивистской скоростью \vec{V}_0 относительно K -системы, найдем при помощи формул преобразования:

$$\vec{E}' = \vec{E} + [\vec{V}_0 \vec{B}] = [\vec{V}_0 B], \quad \vec{B}' = \vec{B} - [\vec{V}_0 \vec{E}] / c^2 = \vec{B}.$$

Учитывая, что скорость частицы в K' системе равна $-\vec{V}_0$, найдем действующую на частицу силу:

$$\vec{F}' = q\vec{E}' - q[\vec{V}_0 \vec{B}'] = 0.$$

80. **Ответ «В».** Правильно так: $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$

81. **Ответ «А».** Векторы \vec{k} , $\vec{E}(\vec{r}, t)$ и $\vec{B}(\vec{r}, t)$ в любой момент времени образуют правую тройку (рисунок). Вращая эту тройку векторов, направим вектор \vec{k} вдоль оси Y , а вектор \vec{E} - вдоль оси X , как того требует условие задачи. Тогда вектор \vec{B} будет направлен против оси Z . Учитывая, что величины полей \vec{E} и \vec{B} в плоской электромагнитной волне, распространяющейся в вакууме, связаны соотношением $E(\vec{r}, t) = B(\vec{r}, t) \cdot c$, получаем ответ.



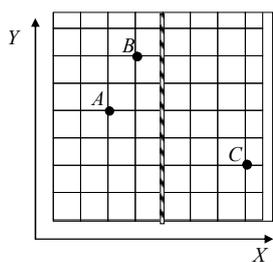
82. **Ответ «В».** Пусть волна распространяется в положительном направлении оси X , а вектор \vec{E} параллелен оси Y . Тогда проекция вектора Пойнтинга $\vec{S} = [\vec{E} \vec{H}]$ на ось X равна: $S_x = E_y H_z$. Учитывая,

что $E_y = \upsilon B_z = \upsilon \mu \mu_0 H_z$, где $\upsilon = 1/\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}$ - скорость волны, получаем $S_x = H_z^2 \sqrt{\frac{\mu \mu_0}{\epsilon \epsilon_0}}$. Следовательно, S_x периодически изменяется, принимая неотрицательные значения.

83. **Ответ «Г».** Фаза поля излучения точечного источника на расстоянии r от него равна $\varphi(\vec{r}, t) = \omega t - kr + \varphi_0$ и поэтому одинакова для всех равноудаленных от дипольного излучателя точек, т.е. $\varphi_C = \varphi_D$. Амплитуда колебаний поля волны зависит от направления распространения волны в соответствии с формулой $E_m(r, \theta) = \frac{A\omega^2 \sin \theta}{r}$, где θ - угол между вектором \vec{r} , определяющим положение точки, и вектором дипольного момента \vec{p} . Поэтому $E_C < E_D$.

84. **Ответ «В».** По теореме Гаусса поток вектора напряженности через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью, деленной на ϵ_0 : $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_0 = q_2 / \epsilon_0$.

85. **Ответ: 20 В.** Отрицательный. Пусть оси X и Y направлены, как показано на рисунке. Учтем, что электрическое поле плоскости является однородным, а вектор напряженности параллелен оси X . Следовательно, при переносе пробного заряда параллельно оси Y работа не совершается и потенциал не зависит от координаты Y . Запишем выражения для разности потенциалов:



$$\varphi_A - \varphi_B = \int_A^B E_{1x} dx = E_{1x} a,$$

$$\varphi_B - \varphi_C = E_{1x} a + E_{2x} 3a,$$

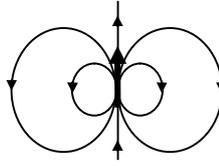
где E_{1x} и E_{2x} - проекции на ось X векторов напряженности в областях пространства, лежащих слева и справа от плоскости, a - длина одной клетки в направлении оси X . Учтем, что вектор напряженности

по разные стороны от плоскости имеет противоположные направления:

$$E_{2x} = -E_{1x}. \text{ Следовательно,}$$

$$\varphi_B - \varphi_C = -2E_{1x}a = -2(\varphi_A - \varphi_B) = -20 \text{ В.}$$

86. **Ответ «Г».** Следует учесть, что картина силовых линий электростатического поля точечного диполя имеет структуру, показанную на рисунке. Поэтому диполь \vec{p} создает в точке O поле \vec{E}_1 , направленное вдоль стрелки «Б», а диполь с моментом $-2\vec{p}$ создает в той же точке поле \vec{E}_2 , направленное вдоль стрелки «Г». Учитывая, что $|\vec{E}_2| = 2|\vec{E}_1|$, получаем ответ.



87. **Ответ «Г».** Проанализируем приведенные утверждения:

А) при уменьшении расстояния между обкладками конденсатора его емкость C увеличилась в 2 раза. При этом напряжение U на конденсаторе осталось неизменным, поскольку он подключен к источнику постоянного напряжения. Следовательно, энергия конденсатора $W = CU^2/2$ увеличилась в 2 раза;

Б) при уменьшении расстояния между обкладками конденсатора его емкость C увеличилась в 2 раза. При этом заряд q конденсатора остался неизменным, поскольку конденсатор отключен от источника. Следовательно, энергия конденсатора $W = q^2/2C$ уменьшилась в 2 раза;

В) энергия W конденсатора может измениться за счет работы A внешних сил, работы $A_{\text{ист}}$ сторонних сил источника и выделения тепла Q :

$$W_1 + A + A_{\text{ист}} = W_2 + Q.$$

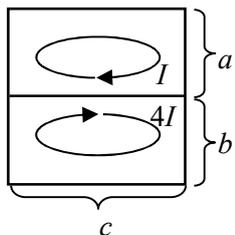
В рассматриваемом случае $A_{\text{ист}} = 0$ и $Q = 0$, так как конденсатор отключен от источника. Поэтому $\Delta W = W_2 - W_1 = A$;

Г) после соединения конденсаторов перераспределение заряда между ними будет продолжаться до тех пор, пока не станут равными напряжения на конденсаторах. Поскольку емкости конденсаторов равны, то в установившемся режиме станут равными и их заряды. Суммарный заряд обкладок, которые соединили, не изменится, а заряд q пер-

вого (первоначально заряженного конденсатора) распределится поровну между двумя конденсаторами. Следовательно, заряд первого конденсатора уменьшится в 2 раза, а его энергия уменьшится в 4 раза.

88. **Ответ «Б».** В этом случае можно утверждать, что линии поля \vec{B} представляют собой концентрические окружности, причем выбранный контур совпадает с одной из них. Поэтому угол между векторами \vec{B} и $d\vec{l}$ равен нулю. Кроме того, в силу симметрии модуль вектора индукции одинаков во всех точках контура. Поэтому

$$C = \oint \vec{B} d\vec{l} = \oint |\vec{B}| dl = |\vec{B}| \oint dl = 2\pi r |\vec{B}|.$$



89. **Ответ: $p_m = Ic(a + 4b)$.** Мысленно разобьем рамку на два контура, в одном из которых циркулирует ток I , а в другом $4I$ (рисунок). Магнитный момент каждого контура направлен от нас в плоскость чертежа, а суммарный магнитный момент рамки равен:

$$p_m = IS_1 + 4IS_2,$$

где $S_1 = ac$, $S_2 = bc$.

90. **Ответ: в $\sqrt{2}$ раз.** Логарифмический декремент затухания равен $\lambda = \beta T$, где $\beta = R/2L$ - коэффициент затухания; R - активное сопротивление контура; L - его индуктивность; T - период затухающих колебаний. При слабом затухании ($\lambda \ll 1$) $T \approx 2\pi\sqrt{LC}$, где C - емкость контура. Отсюда следует, что $\lambda \sim R/\sqrt{L}$. При увеличении сопротивления и индуктивности в 2 раза величина λ возрастает в $\sqrt{2}$ раз.

91. **Ответ «В».** Добротность $Q = \frac{\pi}{\lambda}$ и логарифмический декремент затухания $\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)}$ характеризуют затухание колебаний за один период: чем сильнее уменьшается амплитуда колебаний за один период

(т.е. чем больше отношение $A(t)/A(t+T)$), тем больше λ и тем меньше Q .

92. **Ответ «Б».** Следует учесть, что $\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$.

93. **Ответ «Б».** В любой точке пространства в любой момент времени волновой вектор \vec{k} и векторы \vec{E} , \vec{B} образуют правую тройку векторов (рис.1). Тройка векторов остается правой, если ее как целое произвольным образом поворачивать в пространстве. Повернем тройку векторов (рис.2), чтобы выполнялось условие $\vec{E} = (0, 0, E_1)$. Учтем также, что при распространении волны в вакууме $|\vec{E}| = c |\vec{B}|$.

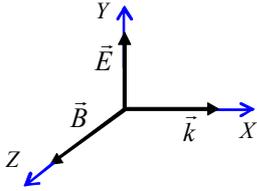


Рис.1.

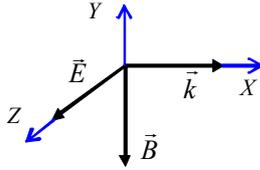
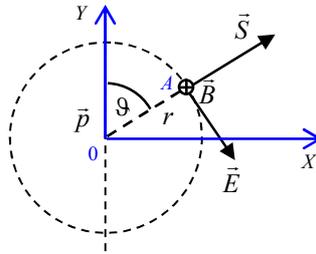


Рис.2.

94. **Ответ «Б».** Вектор \vec{E} в каждой точке волновой зоны направлен по касательной к меридиану сферической волновой поверхности, а вектор \vec{B} - по касательной к параллели, причем так, что в каждый момент векторы \vec{E} , $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$ и вектор плотности потока энергии $\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$ составляют правую тройку (рисунок).



95. Все утверждения верны.

Содержание

Предисловие	3
Тестовые задания	5
1. Закон Кулона. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции	5
2. Теорема Гаусса	6
3. Потенциал	7
4. Диполь	9
5. Проводники в электростатическом поле.....	9
6. Электрическое поле в диэлектриках.....	11
7. Емкость	12
8. Энергия электрического поля	12
9. Электрический ток	13
10. Закон Био - Савара	14
11. Теоремы о циркуляции и потоке вектора магнитной индукции ...	16
12. Сила Лоренца. Сила Ампера	18
13. Электромагнитная индукция	19
14. Самоиндукция. Энергия магнитного поля	20
15. Электрические колебания.....	22
16. Переменный ток	23
17. Ток смещения. Система уравнений Максвелла	24
18. Электромагнитные волны.....	26
Вариант экзаменационного теста	27
Ответы и комментарии	31