Предисловие

Предлагаемое вашему вниманию учебное пособие предназначено для повторения школьного курса физики и подготовки к единому государственному экзамену. Оно будет также полезно при подготовке к олимпиадам школьников по физике. Пособие состоит из 3-х глав, первая из которых посвящена кинематике, вторая – динамике, третья – законам сохранения. В каждой главе приводятся краткие теоретические сведения, примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения.

Данное пособие написано для тех старшеклассников, которые при подготовке к ЕГЭ планируют не только научиться отвечать на простые вопросы раздела *A*, но и добиться успеха в решении задач, приведенных в разделах *B* и *C* вариантов ЕГЭ. Следует заметить, что изучение физики без решения задач приведет в лучшем случае к «троечному» результату ЕГЭ, которого, скорее всего, окажется не достаточным для поступления в ведущие технические вузы.

Учебное пособие можно использовать на уроках в школе, при самостоятельном изучении физики, а также на подготовительных курсах. Абитуриентам, которые будут использовать его при самостоятельной подготовке, можно дать следующие советы.

1. В теоретических сведениях, приведенных в книге, нет ничего «лишнего», все будет востребовано при решении задач. Поэтому будьте внимательны при чтении, ничего не пропускайте, краткий конспект прочитанного безусловно будет полезен. Если что-то не удалось понять, обратитесь за помощью к учебникам или к учителю физики. Формулы, которые нужно запомнить, обведены рамками - их можно использовать при решении задач без вывода.

2. В разделе «Укажите ошибочные утверждения» сформулированы основные качественные закономерности, относящиеся к изучаемой теме. Большая часть приведенных утверждений правильная, и нужно обнаружить среди них одну-две ошибки. Советуем не торопиться и не пренебрегать этой работой. Проверить себя можно, заглянув в «ответы», приведенные в конце книги.

3. В разделе «Примеры решения задач» рассматриваются наиболее важные, ключевые задачи по данной теме, к которым сводятся многие

другие, более сложные задачи. При изучении примеров можно порекомендовать следующий порядок работы. Прочитайте и постарайтесь понять приведенное в пособии решение задачи, затем, не заглядывая в книгу, запишите решение в тетради, сверьте его с приведенным в пособии и при необходимости внесите уточнения.

4. Задачи для самостоятельного решения лучше решать подряд. Обязательно проверяйте правильность полученных вами ответов. Решения задач записывайте аккуратно, рассматривая в качестве образца решения, приведенные в разделе «Примеры решения задач».

Звездочками отмечены более сложные задачи. Их решение поможет подготовиться к олимпиадам школьников.

Автор выражает благодарность преподавателям кафедры общей физики МИЭТ С. Ю. Куклину, А. Т. Берестову, В. В. Лосеву, Д. К. Ничуговскому, А. С. Овчинникову, И. В. Федоренко, принимавшим участие в формировании банка задач, использованных в данном пособии.

При решении задач ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли считать равным $g = 10$ м/с^2.

1. Кинематика

1.1. Основные понятия. Прямолинейное движение

1. Механическим движением тела называют изменение его положения в пространстве относительно других тел с течением времени. Кинематика - это раздел механики, в котором изучаются способы описания движения независимо от причин, обуславливающих это движение.

2. Для описания движения тела нужно указать, по отношению к какому телу рассматривается движение. Это тело называют телом отсчета. Система координат, связанная с телом отсчета, и часы для отсчета времени образуют систему отсчета, позволяющую определять положение движущегося тела в любой момент времени.

3. Если размеры тела малы по сравнению с расстояниями до других тел, то данное тело можно считать материальной точкой.

4. Перемещаясь с течением времени, материальная точка описывает в пространстве некоторую линию, которую называют траекторией движения.

5. Если все части тела движутся одинаково, то такое движение называют поступательным. При поступательном движении достаточно изучить движение любой точки тела.

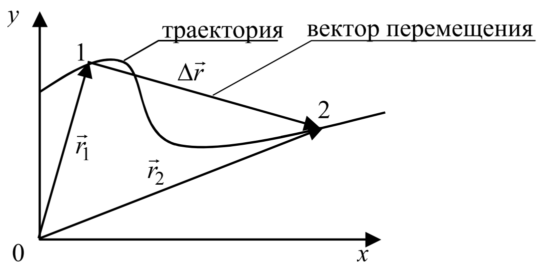


Рис. 1.1.

6. Вектором перемещения $\Delta\vec{r}$ материальной точки из положения 1 в положение 2 называют вектор, проведенный из начальной точки траектории в конечную (рис.1.1):

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 .$$

7. Пройденный за время Δt путь Δs равен длине траектории, пройденной за это время. Путь – скалярная величина.

8. Вектором средней скорости за время Δt называют отношение вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ за промежуток времени Δt к величине этого промежутка:

$$\vec{V}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

9. Мгновенная скорость определяется как предел, к которому стремится средняя скорость за промежуток времени Δt при Δt, стремящемся к нулю:

$$\vec{V} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \text{ при } \Delta t \to 0.$$

Мгновенная скорость направлена в любой момент времени по касательной к траектории.

10. Мгновенным ускорением (или просто ускорением) тела называют предел отношения изменения вектора скорости $\Delta\vec{V}$ к промежутку времени Δt, в течение которого происходит это изменение скорости, при Δt, стремящемся к нулю:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} \text{ при } \Delta t \to 0.$$

11. Простейшим видом механического движения является движение тела вдоль прямой линии с постоянной по модулю и направлению скоростью. Такое движение называется равномерным. При равномерном движении тело за любые равные промежутки времени проходит равные пути. Зависимость координаты x материальной точки от времени t при равномерном прямолинейном движении (закон движения) выражается формулой

$$\boxed{x(t) = x_0 + V_x t},$$

где x_0 – координата тела в момент $t = 0$, V_x – проекция вектора скорости материальной точки на ось x.

12. Равноускоренным движением называют движение, при котором вектор ускорения остается неизменным по величине и направлению. При равноускоренном движении

$$\boxed{V_x(t) = V_{0x} + a_x t},$$

$$\boxed{x(t) = x_0 + V_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}},$$

где $V_x(t)$ и $x(t)$ - проекция вектора скорости материальной точки на ось x и ее координата в момент времени t, V_{0x} и x_0 - проекция скорости и координата точки в начальный момент времени $t = 0$, a_x - проекция вектора ускорения на ось x. Исключая из приведенных выше уравнений время t, получим формулу для вычисления проекции вектора перемещения:

$$x - x_0 = \frac{V_x^2 - V_{0x}^2}{2a_x}.$$

Если точка движется в положительном направлении оси x, <u>не меняя направления движения</u>, то эту формулу удобно переписать в виде

$$\boxed{\Delta s = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2a_x}},$$

где Δs – пройденный точкой путь, V_1 начальная скорость, V_2 – конечная скорость.

1.1. **<u>Укажите ошибочные утверждения:</u>**

1. Материальная точка – это тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь. Одно и то же тело в одних случаях можно рассматривать как материальную точку, а в других случаях нельзя.

2. При поступательном движении твердого тела любая прямая, связанная с телом, остается параллельной своему начальному положению. Примеры поступательно движущихся тел: 1) вагон, движущийся по прямолинейному участку пути, 2) кабина колеса обозрения.

3. Если в момент времени $t = 5$ с координата точки, движущейся с постоянной скоростью 2 м/с в положительном направлении оси x, равна $x(5) = 12$ м, то в начальный момент времени $t = 0$ координата точки равна $x_0 = 2$ м.

4. Если точка движется с постоянным ускорением в положительном направлении оси x и за две секунды величина скорости изменяется от 2 м/с до 8 м/с, то ускорение точки равно 3 м/с^2.

5. Скорость тела, свободно падающего без начальной скорости с некоторой высоты, за каждую секунду движения увеличивается примерно на 10 м/с.

6. Если точка движется с постоянным ускорением $a_x = 3$ м/с^2 в положительном направлении оси x, то за время, в течение которого скорость точки увеличивается от 2 м/с до 8 м/с, точка проходит путь $S = 10$ м.

7. Если зависимость от времени t координаты x тела, брошенного в момент времени $t = 0$ вертикально вверх с балкона, описывается формулой

$$x(t) = 10 + 20t - 5t^2,$$

(все величины выражены в системе СИ, ось x направлена вертикально вверх, точка $x = 0$ расположена на поверхности земли), то:

7.1. Балкон расположен на высоте 10 м над землей.

7.2. Начальная скорость тела равна 20 м/с.

7.3. Зависимость проекции скорости тела на ось x от времени выражается формулой $V_x(t) = 20 - 10t$.

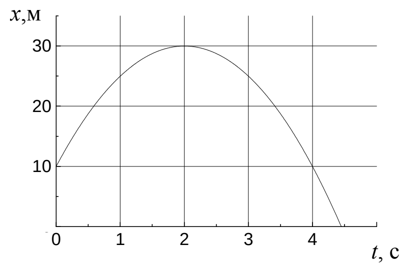
7.4. Через секунду полета величина скорости тела равна $|V_x(1)| = 10$ м/с, а вектор скорости направлен вверх. Координата тела в этот момент времени равна $x(1) = 25$ м, пройденный с начала движения путь $S(1) = 15$ м.

7.5. Тело достигает максимальной высоты через время $t_п = 2$ с. В этот момент времени скорость тела равна нулю, а координата тела равна $x(2) = 30$ м.

7.6. В моменты времени $t_1 = 1$ с и $t_2 = 3$ с величина скорости тела в 2 раза меньше начальной.

7.7. Через 4 секунды полета координата тела равна $x(4) = 10$ м. Пройденный к этому моменту путь равен $S(4) = 60$ м.

7.8. Графики зависимостей $V_x(t)$ и $x(t)$ имеют вид, показанный на рис. 1.2.



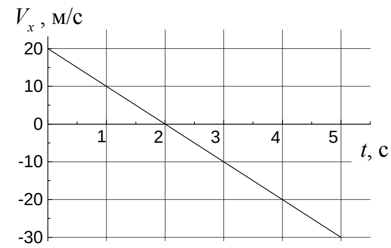


Рис. 1.2.

Примеры решения задач

Пример 1.1. Первую треть пути автомобиль двигался со скоростью $V_1 = 60$ км/ч, а остальной путь со скоростью $V_2 = 30$ км/ч. Определите среднюю скорость $V_{\text{ср}}$ автомобиля на всем пути.

Решение.

По определению средней скорости

$$V_{\text{ср}} = \frac{S}{t},$$

где S – пройденный путь, t – время движения. Первую треть пути автомобиль прошел за время

$$t_1 = \frac{(S/3)}{V_1},$$

оставшийся путь – за время

$$t_2 = \frac{(2S/3)}{V_2}.$$

Средняя скорость на всем пути равна

$$V_{\text{ср}} = \frac{S}{t_1 + t_2} = \frac{S}{(S/3V_1) + (2S/3V_2)} = \frac{3V_1V_2}{V_2 + 2V_1} = 10 \text{ м/с} = 36 \text{ км/ч}.$$

Пример 1.2. Тело начинает двигаться прямолинейно с ускорением $a = 2$ м/с^2. Какой путь S пройдет тело за четвертую секунду движения?

Решение.

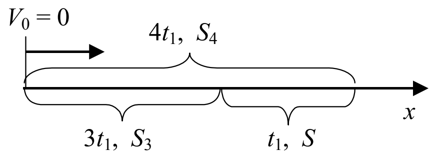


Рис. 1.3.

На рис.1.3 обозначим: S_4 – путь, пройденный телом за четыре секунды с момента начала движения, S_3 – путь, пройденный за три секунды движения, S – путь, пройденный за четвертую секунду. Обозначим также $t_1 = 1$ с. Тогда

$$S = S_4 - S_3,$$

$$S_4 = \frac{a(4t_1)^2}{2},$$

$$S_3 = \frac{a(3t_1)^2}{2},$$

где a – ускорение тела. Из этих уравнений найдем

$$S = \frac{at_1^2(16-9)}{2} = \frac{7at_1^2}{2} = 7 \text{ м.}$$

Можно решать задачу иначе, записав

$$S = V_3 t_1 + \frac{at_1^2}{2}, \qquad V_3 = a(3t_1),$$

где V_3 - скорость тела в конце третьей секунды движения. Результат получим, конечно, тот же.

<u>Пример 1.3.</u> У поверхности Луны тело за каждую секунду вертикального свободного падения проходит путь на $\Delta S = 1{,}6$ м больший, чем за предыдущую секунду. Определите ускорение свободного падения $g_л$ на Луне.

<u>Решение.</u>
Обозначим V_0 – скорость тела в некоторый момент. Тогда за одну секунду ($t_1 = 1$ с) тело пройдет путь

$$S = V_0 t_1 + \frac{g_л t_1^2}{2},$$

а его скорость станет равной

$$V_1 = V_0 + g_л t_1.$$

Пройденный за следующую секунду путь по условию задачи на ΔS больше:

$$S + \Delta S = V_1 t_1 + \frac{g_л t_1^2}{2}.$$

Из этих уравнений найдем

$$g_л = \Delta S / t_1^2 = 1{,}6 \text{ м/с}^2.$$

<u>Пример 1.4.</u> Свободно падающее с нулевой начальной скоростью тело за третью секунду падения прошло $\delta = 1/5$ всего пути. Найдите время падения T и высоту H, с которой упало тело. Сопротивлением воздуха пренебречь.

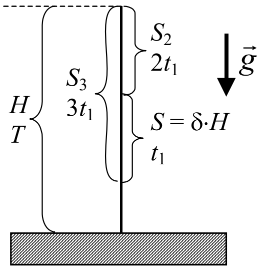


Рис. 1.4.

Решение.
На рис. 1.4 обозначено: H – высота падения, S_2 – путь, пройденный за две секунды падения, S_3 – путь, пройденный за три секунды, S – путь, пройденный за третью секунду. По условию задачи $S = \delta \cdot H$. Запишем

$$S = \delta \cdot H = S_3 - S_2 = \frac{g(3t_1)^2}{2} - \frac{g(2t_1)^2}{2},$$

где $t_1 = 1$ с. Отсюда получим

$$H = \frac{5gt_1^2}{2\delta} = 125 \text{ м.}$$

Время падения T с высоты H найдем из уравнения

$$H = \frac{gT^2}{2}.$$

Получим

$$T = t_1\sqrt{5/\delta} = 5 \text{ с.}$$

Пример 1.5. Двигаясь равноускоренно в одном направлении, тело увеличило свою скорость от $V_1 = 1$ м/с до $V_2 = 7$ м/с. Какую скорость имело тело в середине своего пути?

Решение.

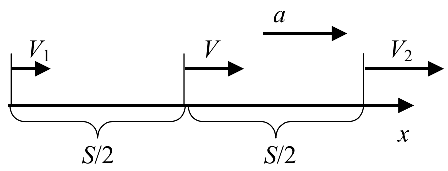


Рис. 1.5.

При изменении скорости от V_1 до V_2 тело прошло путь

$$S = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2a},$$

где a – ускорение тела. Обозначим V – скорость тела в середине пути (рис.1.5). Тогда

$$\frac{S}{2} = \frac{V^2 - V_1^2}{2a}.$$

Разделив первое уравнение на второе, получим

$$2 = \frac{V_2^2 - V_1^2}{V^2 - V_1^2}.$$

Отсюда найдем

$$V = \sqrt{(V_1^2 + V_2^2)/2} = 5 \text{ м/с}.$$

Пример 1.6. Два тела падают с нулевой начальной скоростью с различных высот и достигают земли одновременно. Время падения первого тела $t_1 = 4$ с, а второго $t_2 = 1$ с. На какой высоте H от земли было первое тело, когда второе начало падать? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение.
Рассмотрим момент времени, когда второе тело начало падать. В этот момент времени первое тело находилось на высоте H над землей. Тела достигли земли одновременно, поэтому первое тело с высоты H падало столько же времени, сколько второе тело падало с начальной высоты. Следовательно

$$H = V_0 t_2 + \frac{g t_2^2}{2},$$

где

$$V_0 = g(t_1 - t_2)$$

- скорость первого тела на высоте H. Из этих уравнений найдем

$$H = gt_2\left(t_1 - \frac{t_2}{2}\right) = 35 \text{ м.}$$

Пример 1.7. Шайба скользит равнозамедленно по горизонтальной поверхности. На пути $L_1 = 32$ м ее скорость уменьшилась в $k = 3$ раза. Какое расстояние L_2 после этого пройдет шайба до остановки?

Решение.

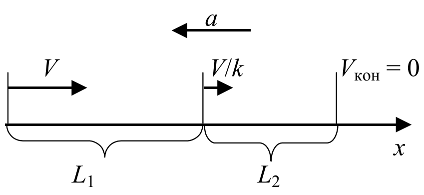


Рис. 1.6.

Обозначим начальную скорость шайбы V (рис.1.6). Тогда

$$L_1 = \frac{(V/k)^2 - V^2}{-2a},$$

где a – величина ускорения шайбы. Аналогично

$$L_2 = \frac{0 - (V/k)^2}{-2a}.$$

Из этих уравнений получим ответ

$$L_2 = \frac{L_1}{k^2 - 1} = 4 \text{ м.}$$

Пример 1.8. Мячик брошен вертикально вверх из точки, находящейся на высоте h над поверхностью земли. Определите начальную скорость V_0 мячика, если за все время движения он пролетел путь $3h$. Чему равна скорость V мячика при ударе о землю? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения равно g.

Решение.
Обозначим H – максимальную высоту подъема мячика над землей. Тогда до верхней точки траектории мячик пройдет путь $H - h$, а затем

пройдет до земли путь равный H. Весь путь от точки старта до земли равен

$$S = 3h = (H - h) + H .$$

На высоте H скорость шарика равна нулю. Поэтому

$$H - h = \frac{0 - V_0^2}{-2g} ,$$

где V_0 – начальная скорость мячика. Из этих уравнений найдем высоту $H = 2h$ и начальную скорость:

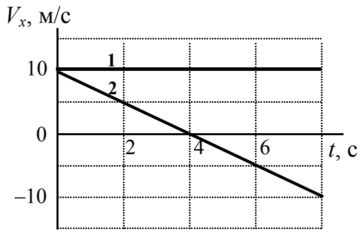
$$V_0 = \sqrt{2gh} .$$

Чтобы найти скорость V шарика у земли, рассмотрим его движение из верхней точки траектории до земли:

$$H = \frac{V^2 - 0}{2g} .$$

Отсюда

$$V = 2\sqrt{gh} .$$



<u>Пример 1.9.</u> Два тела движутся вдоль оси x. На рисунке приведены графики зависимости проекций скоростей этих тел на ось x от времени. Какое расстояние L было между телами в момент времени $t = 0$, если в момент времени $t = 6$ с они встретились?

<u>Решение</u>

Из приведенных на рисунке графиков видно, что первое тело двигалось в направлении оси x с постоянной скоростью $V_0 = 10$ м/с, а второе тело двигалось равнозамедленно с ускорением

$$a = V_0 / t_2 ,$$

где $t_2 = 4$ с - время, за которое скорость второго тела уменьшилась от V_0 до нуля. Обозначим координаты первого и второго тела в момент $t = 0$ как x_{10} и x_{20}. Тогда закон движения первого тела

$$x_1 = x_{10} + V_0 t ,$$

а второго

$$x_2 = x_{20} + V_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

При $t_1 = 6$ с тела встретились. Следовательно

$$x_{10} + V_0 t_1 = x_{20} + V_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2}.$$

Отсюда

$$L = x_{20} - x_{10} = \frac{at_1^2}{2} = \frac{V_0 t_1^2}{2t_2} = 45 \text{ м}.$$

Пример 1.10. Легковой автомобиль движется прямолинейно со скоростью $V_1 = 72$ км/ч за грузовиком, скорость которого $V_2 = 54$ км/ч. Когда расстояние между автомобилями составило $L = 15$ м, легковой автомобиль начал тормозить с ускорением $a = 2{,}5$ м/с^2 и остановился. Найдите минимальное расстояние $L_{\min}$ между автомобилями при их движении.

Решение.

Пока скорость легкового автомобиля больше скорости грузовика, расстояние между автомобилями уменьшается. Ясно, что минимальное расстояние между автомобилями будет, когда скорость легкового автомобиля сравняется со скоростью грузовика:

$$V_1 - at_1 = V_2,$$

где t_1 – время, отсчитанное от начального момента, когда расстояние между автомобилями было L. За время t_1 легковой автомобиль пройдет расстояние

$$L_1 = V_1 t_1 - \frac{at_1^2}{2},$$

а грузовик пройдет расстояние

$$L_2 = V_2 t_1.$$

Расстояние между автомобилями в момент t_1 будет равно

$$L_{\min} = L - L_1 + L_2.$$

Из этих уравнений получим ответ

$$L_{\min} = L - \frac{(V_1 - V_2)^2}{2a} = 10 \text{ м}.$$

Пример 1.11. В момент времени $t = 0$ тело брошено с балкона вертикально вверх. Зависимость координаты тела от времени описывается формулой $x(t) = 10 + 20t - 5t^2$ (все величины выражены в системе СИ, точка $x = 0$ расположена на поверхности земли). Определите путь, пройденный телом за 3 с движения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение.
Сравнивая закон движения тела $x(t)$ с общей формулой

$$x(t) = x_0 + V_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2},$$

получим: $x_0 = 10$ м, $V_{0x} = 20$ м/с, $a_x = -10$ м/с^2 $= -g$. Следовательно, ось x в данном случае направлена вертикально вверх. Найдем время движения тела до верхней точки траектории и координату тела в этот момент:

$$t_1 = \frac{V_{0x}}{g} = 2 \text{ с}, \quad x_1 = x(t_1) = 10 + 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 30 \text{ м}.$$

Координата тела в момент времени $t_2 = 3$ с равна

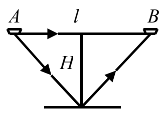
$$x_2 = x(t_2) = 10 + 20 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2 = 25 \text{ м}$$

(см. также рис. 1.2). Двигаясь вверх, тело пролетело $x_1 - x_0 = 20$ м, двигаясь вниз, тело дополнительно пролетело $x_1 - x_2 = 5$ м. Поэтому путь, пройденный телом за 3 с, равен $S = 25$ м.

Задачи для самостоятельного решения

Равномерное движение

1.2. Сигнал, посланный антенной радиолокатора, отразившись от объекта, возвращается через $t = 2 \cdot 10^{-4}$ с. На каком расстоянии L от радиолокатора находится объект? Скорость распространения сигнала $V = 3 \cdot 10^8$ м/с. Ответ дать в километрах.



1.3. Сигнал ультразвукового эхолота, посланный с катера A, принят на катере B, находящемся на расстоянии $l = 3$ км, дважды через промежуток времени $\tau = 2$ с. Определите глубину H моря. Во всех случаях ультразвук распространяется в воде со скоростью $v_{зв} = 1500$ м/с.

1.4. Катер проплыл первую половину пути со скоростью в два раза большей, чем вторую. Средняя скорость на всем пути оказалось равной $V_{ср} = 12$ км/ч. Определите скорость катера V_1 на первой половине пути.

1.5. Поезд проходит с постоянной скоростью мимо платформы длиной $l = 360$ м за время $t_1 = 45$ с, а мимо светофора – за время $t_2 = 27$ с. Определите длину L поезда.

Равноускоренное движение

1.6. Автомобиль, двигаясь равноускоренно, через время $t = 5$ с после начала движения достиг скорости $V = 36$ км/ч. Определите, какой путь S автомобиль прошел за третью секунду движения.

1.7. Тело, двигаясь равноускоренно с нулевой начальной скоростью, за пятую секунду движения прошло путь $s = 9$ м. Определите скорость V тела в конце пятой секунды.

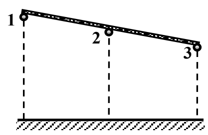
1.8. Тело движется равноускоренно вдоль прямой и за каждую секунду проходит путь на $\Delta S = 50$ см больший, чем за предыдущую секунду. Определите ускорение тела a.

1.9. Тело, двигаясь по прямой с постоянным ускорением, прошло за два одинаковых последовательных промежутка времени $\tau = 1$ с пути $s_1 = 6$ м и $s_2 = 8$ м. Определите начальную скорость v_0 тела.

1.10. Тело, двигаясь по прямой с постоянным ускорением, прошло за два одинаковых последовательных промежутка времени $\tau = 2$ с пути $s_1 = 10$ м и $s_2 = 26$ м. Определите ускорение a тела.

1.11. Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, прошло путь $s_1 = 10$ м за время $\tau = 2$ с. Какую скорость v будет иметь это тело, когда пройденный с момента начала движения путь будет равен $s_2 = 40$ м?

1.12. * С плоского потолка пещеры падают капли воды. Времена падения капель из точек 1 и 3 равны T_1 и T_3 соответственно. Найдите время падения капель T_2 из точки 2, находящейся посередине потолка. Сопротивлением воздуха пренебречь.



1.13. Камень свободно падает с высоты $H = 120$ м. За какое время τ он пролетит расстояние между двумя точками, расположенными на высотах $H_1 = 100$ м и $H_2 = 40$ м над поверхностью земли? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.14. Камень, падая с нулевой начальной скоростью, перед ударом о землю достиг скорости $v = 18$ м/с. На какой высоте h он находился через время, составляющее 1/3 от полного времени падения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.15. Тело падает с нулевой начальной скоростью с высоты $H = 5$ м. Определите среднюю скорость $\langle v \rangle$ тела на всем пути. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.16. Камень падает с высоты $H = 20$ м с нулевой начальной скоростью. Определите среднюю скорость $\langle v \rangle$ камня за последнюю секунду падения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Равнозамедленное движение

1.17. Подъезжая к светофору со скоростью $V = 36$ км/ч, автомобиль тормозит в течение времени $t = 4$ с и останавливается рядом со светофором. На каком расстоянии L от светофора находился автомобиль в начале торможения? Ускорение автомобиля считайте постоянным.

1.18. На высоте $h = 6$ м скорость тела, брошенного вертикально вверх с поверхности Луны, стала в $k = 2$ раза меньше начальной скорости. На какую максимальную высоту H поднимется тело?

1.19. Камень, брошенный вертикально вверх, через $\tau = 1$ с после броска достиг высоты $h = 15$ м. На какую максимальную высоту H поднимется камень? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.20. Через какое время t камень, брошенный вертикально вверх с высоты $H = 12$ м с начальной скоростью $v_0 = 2$ м/с, окажется на высоте $h = 9$ м? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.21. С какой скоростью V нужно бросить вертикально вверх камень с балкона, расположенного на высоте h, над поверхностью земли, чтобы время движения камня вверх в n раз отличалось от времени его движения вниз?

1.22. Камень, брошенный вертикально вверх со скоростью $v_0 = 10$ м/с, достиг максимальной высоты H. За какое время T камень упадет на землю, если его бросить с высоты H со скоростью v_0 вертикально вниз? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.23. * При движении частицы вдоль оси X с постоянным ускорением проекции ее скорости на ось X в точках с координатами $x_1 = 0$ и $x_2 = 15$ м равны соответственно $v_{x1} = 10$ м/с и $v_{x2} = -5$ м/с. Найдите координату x_0 точки, в которой скорость частицы равна нулю.

1.24. ** Тело движется прямолинейно с постоянным ускорением, отличным от нуля. За первую секунду движения тело прошло такой же путь $S = 5$ м, что и за вторую секунду. Определите начальную скорость тела.

1.25. ** С какой скоростью нужно бросить с вышки камень, чтобы пройденный им за время $t = 2$ с путь был минимальным? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Совместное движение нескольких тел

1.26. Шарик бросают вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 4$ м/с. Когда он достигает максимальной высоты подъема, из той же точки с такой же начальной скоростью бросают другой шарик. На какой высоте h встретятся шарики? Сопротивлением воздуха пренебречь.

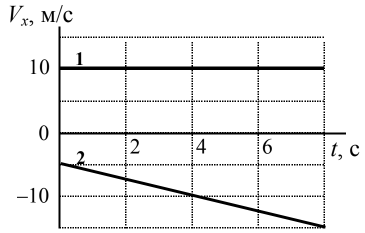
1.27. Два камня брошены с некоторой высоты с одинаковой начальной скоростью v_0. Камень, брошенный вертикально вверх, достиг земли за время $\tau_1 = 4$ с, а камень, брошенный вертикально вниз, упал на землю через время $\tau_2 = 1$ с. Определите v_0. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.28. Первый камень падает с высоты $H = 20$ м с нулевой начальной скоростью, а второй камень брошен с этой же высоты вертикально вверх с начальной скоростью v_0. Найдите v_0, если времена полета камней до земли отличаются в $n = 2$ раза. Сопротивлением воздуха пренебречь.

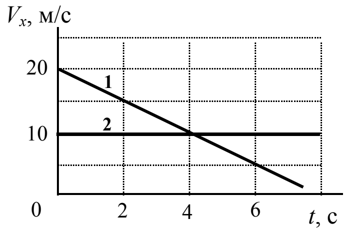
1.29. ** Два тела начинают одновременно двигаться по прямой навстречу друг другу с начальными скоростями $V_1 = 10$ м/с и $V_2 = 20$ м/с и с постоянными ускорениями $a_1 = 2$ м/с^2 и $a_2 = 1$ м/с^2, направленными противоположно соответствующим скоростям. При каком максимальном начальном расстоянии L между телами они встретятся?

Комбинированное движение

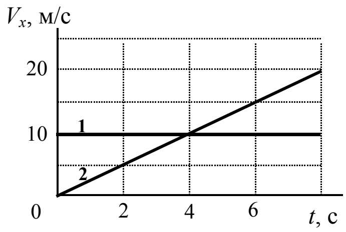
1.30. Два автомобиля движутся вдоль оси x. На рисунке приведены графики зависимости проекций скоростей автомобилей на ось x от времени. Какое расстояние L было между автомобилями в момент времени $t = 0$, если в момент времени $t = 4$ с автомобили встретились?



1.31. * Два тела движутся вдоль оси x. На рисунке приведены графики зависимости проекций скоростей этих тел на ось x от времени. Какое расстояние L было между телами в момент времени $t = 0$, если минимальное расстояние между ними при таком движении составило $L_{min} = 30$ м?

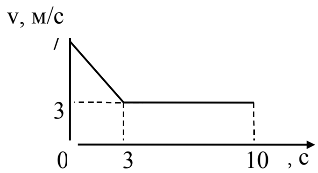


1.32. * Два тела движутся вдоль оси x. На рисунке приведены графики зависимости проекций скоростей этих тел на ось x от времени. Какое расстояние L было между телами в момент времени $t = 0$, если минимальное расстояние между ними при таком движении составило $L_{min} = 40$ м?



1.33. Первую половину пути тело двигалось равномерно со скоростью v = 15 м/с, а далее до остановки - равнозамедленно. Найдите среднюю скорость тела <v> за все время движения.

1.34. * По графику зависимости скорости тела от времени определите среднюю скорость <v> движения тела на первой половине пути, пройденного за 10 секунд.



1.35. Расстояние $s = 45{,}5$ км между двумя станциями поезд прошел за $T = 40$ мин. Разгон и торможение происходили с одинаковыми по модулю ускорениями, а остальное время поезд двигался с постоянной скоростью v = 72 км/ч. Определите модуль a ускорения.

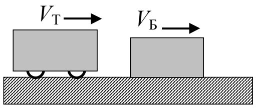
1.36. Лыжник спускается с горы с нулевой начальной скоростью и постоянным ускорением, а затем равнозамедленно движется по горизонтальному участку до остановки. Какова максимальная скорость v_m лыжника во время движения, если весь пройденный путь s = 180 м, а время движения t = 2 мин?

1.37. * Спускающийся с постоянной скоростью парашютист выронил на высоте H = 30 м над землей флягу, которая ударилась о землю, когда парашютист находился на высоте h = 20 м. Найдите скорость V парашютиста. Силой сопротивления воздуха, действующей на флягу, пренебречь.

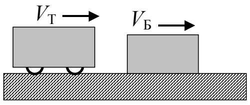
1.38. * Из вертолета, поднимающегося вертикально вверх с постоянной скоростью V_0 = 2 м/с, выпадает небольшой мешок с почтой. Найдите: а) величину скорости мешка V относительно земли через время t = 2 с после начала его свободного падения, б) пройденный за это время мешком путь S. Силой сопротивления воздуха, действующей на мешок, пренебречь.

1.39. * Массивную плиту перемещают с постоянной скоростью V_0 вертикально вверх. На плиту налетает шарик, скорость которого относительно плиты сразу после столкновения становится равной V_1 и направлена вертикально вверх. Найдите путь S, пройденный плитой между первым и вторым столкновениями с шариком. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения g.

1.40. * Тележка налетает на брусок. Сразу после столкновения тележка и брусок движутся в одном направлении со скоростями $V_Т$ = 2 м/с и $V_Б$ = 3 м/с. Через какое время τ после первого столкновения произойдет второе? Тележка движется между столкновениями равномерно, а брусок равнозамедленно с ускорением a = 2 м/с^2.



1.41. * Тележка налетает на брусок. Сразу после столкновения тележка и брусок движутся в одном направлении со скоростями $V_Т$ = 1 м/с и $V_Б$ = 3 м/с. Через какое время τ после первого столкновения произойдет второе? Тележка движется между столкновениями равномерно, а брусок равнозамедленно с ускорением a = 3 м/с^2.



1.42. * Двигатели ракеты, запущенной вертикально вверх с поверхности земли, работали в течение $T = 10$ с и сообщали ракете постоянное ускорение $a = 30$ м/с^2. Какой максимальной высоты H над поверхностью земли достигнет ракета после выключения двигателей? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.43. * Модель ракеты при работающем двигателе движется вертикально вверх с постоянным ускорением $a = 1{,}25$ м/с^2. Двигатель модели работает в течение $T = 4$ с. Найдите скорость V модели в момент падения ее на землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.2. Движение тела, брошенного под углом к горизонту

Рассмотрим движение небольшого тела, брошенного с начальной скоростью V_0 под углом α к горизонтальной поверхности земли. Определим время $t_п$ подъема тела на максимальную высоту, максимальную высоту подъема h, общее время полета $t_{дв}$, дальность полета l.

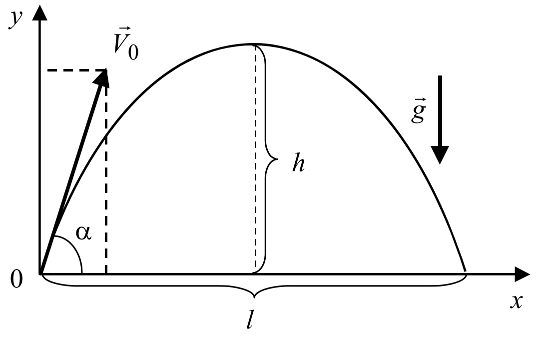


Рис. 1.7.

Если сопротивление воздуха пренебрежимо мало, то в любой точке траектории полета ускорение тела направлено вертикально вниз и равно ускорению свободного падения $\vec{g}$.

Выберем систему координат, показанную на рис.1.7. Поскольку ускорение тела постоянно, то координаты тела и проекции вектора скорости на координатные оси в любой момент времени определяются уравнениями:

$$x = x_0 + V_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}, \qquad y = y_0 + V_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2},$$

$$V_x = V_{0x} + a_x t, \qquad V_y = V_{0y} + a_y t.$$

Из рисунка видно, что проекции вектора ускорения тела и вектора его начальной скорости $\vec{V}_0$ на оси координат равны:

$$a_x = 0, \qquad a_y = -g,$$

$$V_{0x} = V_0 \cos\alpha, \qquad V_{0y} = V_0 \sin\alpha.$$

Учитывая также, что координаты тела в начальный момент времени $t = 0$ равны нулю ($x_0 = 0$, $y_0 = 0$), перепишем формулы, определяющие зависимость координат тела и его скорости от времени, в виде

$$x = V_{0x}t, \qquad y = V_{0y}t - \frac{gt^2}{2},$$

$$V_x = V_{0x}, \qquad V_y = V_{0y} - gt.$$

Эти уравнения описывают равномерное движение тела в горизонтальном направлении и движение с постоянным ускорением $a_y = -g$ в вертикальном направлении.

Найдем время подъема тела $t_п$ на максимальную высоту. В верхней точке траектории вектор скорости камня направлен горизонтально. Следовательно

$$V_y = 0 \text{ при } t = t_п,$$

или

$$0 = V_{0y} - gt_п.$$

Из этого уравнения найдем время подъема:

$$t_п = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{V_0 \sin\alpha}{g}.$$

Максимальная высота подъема h равна координате тела y при $t = t_п$:

$$h = V_{0y}t_п - \frac{gt_п^2}{2} = \frac{V_{0y}^2}{g} - \frac{V_{0y}^2}{2g} = \frac{V_{0y}^2}{2g} = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}.$$

Общее время полета $t_{дв}$ найдем из условия

$$y = 0 \text{ при } t = t_{дв}.$$

Отсюда

$$0 = V_{0y} t_{\text{дв}} - \frac{g t_{\text{дв}}^2}{2},$$

$$t_{\text{дв}} = 2\frac{V_{0y}}{g}.$$

Видно, что время всего полета в 2 раза больше времени подъема на максимальную высоту, то есть подъем и спуск занимают одинаковое время.

<u>Горизонтальную дальность полета l</u> определим при помощи формулы $l = V_{0x} t_{\text{дв}}$:

$$l = \frac{2V_{0x}V_{0y}}{g} = \frac{2V_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{V_0^2}{g}\sin(2\alpha).$$

Из этой формулы, в частности, следует, что при фиксированной величине начальной скорости V_0 дальность полета максимальна, когда $\sin(2\alpha) = 1$, то есть при $\alpha = 45^0$.

1.44. **<u>Укажите ошибочные утверждения</u>**, относящиеся к движению тела, брошенного с начальной скоростью V_0 под углом α к горизонтальной поверхности земли:

1. Ускорение тела в верхней точке траектории равно нулю.
2. Скорость тела в верхней точке траектории равна нулю.
3. Скорость тела в верхней точке траектории равна $V_0 \cos\alpha$.
4. Проекция вектора скорости тела на горизонтальную ось x не зависит от времени. При этом $x = x_0 + V_0 t$.
5. За любые равные промежутки времени проекция вектора скорости тела на вертикальную ось y изменяется на одну и ту же величину. Формула для y-координаты тела $y = y_0 + V_{0y}t - gt^2/2$ справедлива и на этапе подъема тела над точкой старта, и на этапе его спуска.
6. Через время t после броска величина скорости тела равна
$$V = \sqrt{(V_0 \cos\alpha)^2 + (V_0 \sin\alpha - gt)^2}.$$

Примеры решения задач

Пример 1.12. Тело брошено с высоты $h = 20$ м в горизонтальном направлении с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с. а) Определите дальность полета l. б) Под каким углом α к горизонту тело упадет на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение.

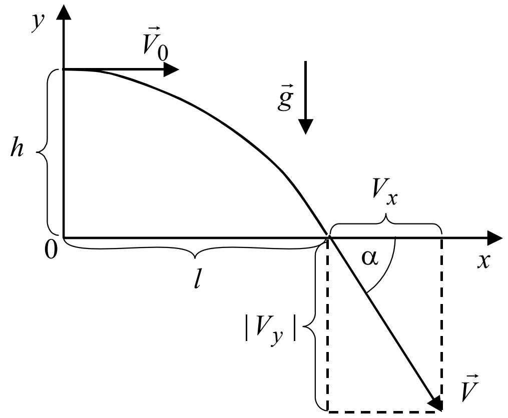


Рис. 1.8.

а) Выберем систему координат, как показано на рис.1.8. Проекции вектора начальной скорости тела на координатные оси:

$$V_{0x} = V_0, \qquad V_{0y} = 0.$$

Проекции вектора ускорения:

$$a_x = 0 \ , \qquad a_y = -g .$$

Координаты тела в начальный момент времени:

$$x_0 = 0, \qquad y_0 = h .$$

Следовательно, закон движения тела определяется уравнениями

$$x = V_0 t , \qquad y = h - \frac{gt^2}{2} .$$

В момент падения тела на землю $y = 0$. Время падения $t_п$ определяется уравнением

$$0 = h - \frac{gt_п^2}{2}.$$

Отсюда

$$t_п = \sqrt{2h/g}.$$

Дальность полета равна

$$l = V_0 t_п = V_0\sqrt{2h/g} = 20 \text{ м}.$$

б) Вектор скорости направлен по касательной к траектории. Из рисунка видно, что в любой момент времени угол α, который вектор скорости составляет с горизонтом, определяется проекциями вектора скорости в этот момент времени на координатные оси:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{|V_y|}{V_x} = -\frac{V_y}{V_x}.$$

Учитывая, что

$$V_x = V_0, \quad V_y = -gt,$$

получим

$$\mathrm{tg}\alpha = gt/V_0.$$

Перед самым ударом о землю $t = t_п$. Поэтому

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sqrt{2gh}}{V_0} = 2, \quad \alpha \approx 63^0.$$

Пример 1.13. Хоккеист наносит удар по шайбе клюшкой, в результате шайба летит под некоторым углом к горизонту и опускается на лед через τ = 2 с после удара. На какую максимальную высоту *H* над поверхностью льда поднимается шайба во время полета. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение.

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.7. В момент времени $t = \tau$ тело оказывается у поверхности земли, следовательно

$$y = V_{oy}\tau - \frac{g\tau^2}{2} = 0.$$

Отсюда

$$\tau = \frac{2V_{0y}}{g}.$$

В верхней точке траектории проекция вектора скорости на вертикальную ось равна нулю:

$$V_{0y} - gt_{\text{п}} = 0.$$

Следовательно, время подъема

$$t_{\text{п}} = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{\tau}{2}.$$

Максимальная высота подъема достигается в момент $t = t_{\text{п}}$. Поэтому

$$H = V_{0y}t_{\text{п}} - \frac{gt_{\text{п}}^2}{2}.$$

Подставляя в это выражение $t_{\text{п}} = \tau/2$, $V_{0y} = g\tau/2$, получим

$$H = \frac{g\tau^2}{8} = 5\text{ м}.$$

__**Пример 1.14.**__ Мяч брошен под углом к горизонту с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с. Через $\tau = 0{,}5$ с его скорость $V = 5$ м/с. Найдите полное время T полета камня до горизонтальной поверхности земли. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение.

Выберем систему координат, показанную на рис.1.7. Тогда в момент времени $t = T$ координата $y = 0$. Следовательно

$$0 = V_{0y}T - \frac{gT^2}{2}.$$

Отсюда найдем время полета

$$T = \frac{2V_{0y}}{g}.$$

Скорость камня в момент $t = \tau$ равна

$$V = \sqrt{V_{0x}^2 + (V_{0y} - g\tau)^2} = \sqrt{V_{0x}^2 + V_{0y}^2 - 2V_{0y}g\tau + g^2\tau^2}.$$

Из этого уравнения, учитывая, что $V_0^2 = V_{0x}^2 + V_{0y}^2$, найдем V_{0y}:

$$V_{0y}=\frac{V_0^2-V^2+g^2\tau^2}{2g\tau}.$$

Окончательно получим

$$T=\tau+\frac{V_0^2-V^2}{g^2\tau}=2\text{ с.}$$

Задачи для самостоятельного решения

Движение тела, брошенного горизонтально

1.45. Дальность полета камня, брошенного горизонтально со скоростью v_0 = 10 м/с, равна высоте h, с которой он брошен. Определите h. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.46. Горизонтальная дальность полета тела, брошенного с некоторой высоты h в горизонтальном направлении со скоростью V_0 = 10 м/с, в n = 2 раза больше высоты h. Определите h. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.47. Горизонтальная дальность полета тела, брошенного с некоторой высоты h в горизонтальном направлении со скоростью V_0 = 5 м/с, в n = 2 раза меньше высоты h. Определите h. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.48. Камень, брошенный горизонтально с некоторой высоты с начальной скоростью v_0 = 10 м/с, упал на землю через τ = 2 с. Определите расстояние s по прямой между точкой бросания и точкой приземления камня. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.49. Дальность полета тела, брошенного горизонтально, в n = 2 раза больше высоты, с которой оно брошено. Под каким углом α к горизонту тело упадет на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.50. Два камня одновременно брошены с высоты h = 20 м: первый – горизонтально, а второй вертикально вверх. Определите максимальную высоту подъема H от земли второго камня, если он достиг ее в момент падения первого камня на землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

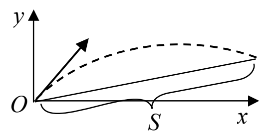
Движение тела, брошенного под углом к горизонту

1.51. Снежок, брошенный мальчиком под углом $\alpha = 60^0$ к горизонту, через две секунды полета попал в вертикальный столб, расположенный на расстоянии $l = 10$ м от мальчика. Определите начальную скорость V_0 снежка. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.52. Камень, брошенный с поверхности земли под углом $\alpha = 60^0$ к горизонту со скоростью $V_0 = 20$ м/с, упал на крышу дома через время $t = 2$ с. Определите высоту дома h. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.53. Камень, брошенный с крыши дома вверх под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту со скоростью $V_0 = 10$ м/с, упал на землю через $t = 3$ с. Определите высоту h дома. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.54. Тело брошено под углом к горизонту. Известны проекции начальной скорости тела на вертикальную (Oy) и горизонтальную (Ox) оси: $V_{0y} = 8$ м/с, $V_{0x} = 4$ м/с. На каком расстоянии S от точки старта будет тело через секунду полета? Сопротивлением воздуха пренебречь.



1.55. Тело брошено под углом к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с. Найдите горизонтальную дальность l полета тела, если в высшей точке траектории его скорость $v = 6$ м/с. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.56. Горизонтальная дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту, равна $L = 7{,}2\sqrt{3}$ м, а максимальная высота полета – $H = 1{,}8$ м. Чему равна величина V_0 начальной скорости тела? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.57. Определите максимальную высоту подъема камня H, брошенного под некоторым углом к горизонту, если время подъема камня на эту высоту $\tau = 1$ с. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.58. Снаряд, вылетевший из орудия под углом к горизонту, достиг наибольшей высоты $H = 0{,}5$ км. Найдите время T полета снаряда. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.59. Камень, брошенный с крыши дома под углом к горизонту, через время $t_1 = 0{,}5$ с достиг максимальной высоты, а еще через время

$t_2 = 2{,}5$ с упал на землю. Определите высоту H дома. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.60. Мальчик без разбега бросает мяч с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту. На сколько Δl увеличится дальность полета мяча, если мальчик перед броском разбежится до скорости $v = 5$ м/с? Величина и направление начальной скорости мяча относительно мальчика остаются неизменными. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.61. Камень, брошенный под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту, побывал на некоторой высоте через $t_1 = 0{,}5$ с и $t_2 = 1$ с после броска. Определите начальную скорость v_0 камня. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.62. Во сколько раз должны отличаться начальные скорости тел, брошенных под одним и тем же углом к горизонту на Луне и на Земле, чтобы траектории их движения были одинаковыми? Ускорение свободного падения на Луне в $n = 6{,}1$ раза меньше, чем на Земле. Сопротивлением воздуха пренебречь.

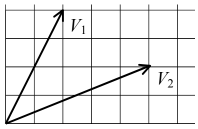
1.63. Горизонтальная дальность l полета тела, брошенного под углом к горизонту, максимальна при заданной начальной скорости. Во сколько раз при этом максимальная высота подъема тела меньше l? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.64. * Камень брошен под углом $\alpha_1 = 15^0$ к горизонту. Под каким другим углом α_2 к горизонту нужно бросить камень с той же начальной скоростью, чтобы горизонтальная дальность полета не изменилась? Сопротивлением воздуха пренебречь.

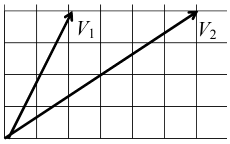
1.65. Два тела брошены из одной точки – первое тело под углом $\alpha_1 = 30^0$, а второе под углом $\alpha_2 = 45^0$ к горизонту. Во сколько раз отличаются горизонтальные дальности полета этих тел, если тела находились в полете одно и то же время? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.66. Два тела брошены из одной точки – первое тело под углом $\alpha_1 = 30^0$, а второе – под углом $\alpha_2 = 45^0$ к горизонту. Во сколько раз отличаются начальные скорости тел, если максимальная высота подъема над точкой старта второго тела в $n = 2$ раза больше, чем первого? Сопротивлением воздуха пренебречь.

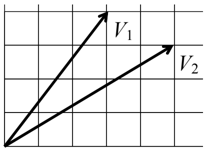
1.67. Два камня брошены из одной точки под различными углами к горизонту со скоростями $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$, как показано на рисунке. Во сколько раз отличаются максимальные высоты их подъема над точкой старта? Сопротивлением воздуха пренебречь.



1.68. Два камня брошены из одной точки под различными углами к горизонту со скоростями $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$, как показано на рисунке. Во сколько раз отличаются горизонтальные дальности их полета? Сопротивлением воздуха пренебречь.



1.69. Два камня брошены из одной точки под различными углами к горизонту со скоростями $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$, как показано на рисунке. Во сколько раз отличаются горизонтальные дальности их полета? Сопротивлением воздуха пренебречь.



1.70. С высоты $H = 2$ м горизонтально брошен мяч. Определите время τ между двумя последовательными ударами мяча о землю, считая удары абсолютно упругими. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.71. * Баскетболист бросает мяч в кольцо. Скорость мяча в момент броска $v_0 = 8$ м/с и направлена под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. С какой скоростью v мяч влетел в кольцо, если он долетел до него за время $\tau = 1$ с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.72. * Баскетболист бросает мяч в кольцо. Скорость мяча в момент броска $v_0 = 8$ м/с и направлена под углом $\alpha = 60^0$ к горизонту. Под каким углом β к горизонту мяч влетел в кольцо, если он долетел до него за время $\tau = 1$ с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.73. * Определите угол β к горизонту, под которым упадет на землю камень, брошенный с начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с вверх под углом $\alpha = 45^0$ к горизонту с высоты $H = 20$ м. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.74. Мальчик бросает мяч со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 45°$ к горизонту в сторону вертикальной стены. На каком расстоянии l от стены он должен встать, чтобы поймать мяч в точке броска?

Удар мяча о стенку считать абсолютно упругим. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.75. * На какое максимальное расстояние S по горизонтали можно бросить от пола мяч с начальной скоростью v_0 = 20 м/с в спортивном зале высотой h = 8 м, чтобы во время полета он не ударился о потолок? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.76. * Струя воды, бьющая от земли из шланга с площадью отверстия S = 1 см^2 под углом $\alpha = 45^0$ к горизонту, достигает земли на расстоянии l = 10 м. Определите объем V воды, вытекающей из шланга ежесекундно. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.77. ** Тело бросили под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту. За малое время $\Delta t = 2\cdot10^{-3}$ с после старта вектор скорости стал короче на $|\Delta V|$ = 10 мм/с. Считая, что величина начальной скорости тела значительно больше $|\Delta V|$, найдите по этим данным величину g ускорения свободного падения.

1.78. * Тело, брошенное под углом к горизонту, движется в вертикальной плоскости xy (ось y направлена вертикально вверх, ось x – горизонтально). Зависимость проекции V_y вектора скорости тела на ось y от координаты x определяется формулой: $V_y = a - x/\tau$, где a = 9 м/с, τ = 1,2 с. Определите величину скорости тела V_0 в точке с координатой x = 0. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.79. ** Камень брошен с большой высоты со скоростью V_0 = 10 м/с вверх под углом $\alpha = 60^0$ к горизонту. а) Чему равна величина скорости камня V_1 через время Δt после броска, если за это время вектор скорости повернулся на 90^0? б) Найдите величину скорости камня V_2 через время $2\Delta t$ после броска. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.80. * Небольшое тело брошено со скоростью V_0 = 17 м/с под углом $\alpha = 45^0$ к горизонту. На некоторой высоте тело упруго ударяется о неподвижную плоскую пластину. Найдите угол β, который составляет пластина с вертикалью, если тело после удара вернулось на стартовую позицию по той же траектории, затратив на весь полет время τ = 1 с.

1.81. ** Для тренировки космонавтов самолет, летящий горизонтально со скоростью V = 720 км/ч, начинает снижаться по некоторой траектории. На какой максимальный непрерывный промежуток времени τ

возможно создание в самолете невесомости, если скорость самолета не должна превышать V_m = 300 м/с?

1.82. ** Для тренировки космонавтов самолет, летящий горизонтально, начинает снижаться по некоторой траектории, а затем вновь выходит на горизонтальный полет. На какой максимальный непрерывный промежуток времени τ возможно создание в самолете невесомости, если во время полета ускорение космонавтов относительно земли не должно превышать $a = 2g$, а перепад высот при полете составляет Δh = 6750 м?

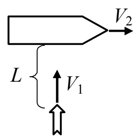
1.83. Два камня одновременно брошены из одной точки с одинаковыми по величине скоростями под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту: один камень вверх, а другой вниз. Камни упали на горизонтальную поверхность земли с интервалом времени τ = 1 с. С какой скоростью V_0 были брошены камни? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.84. * Ракета взлетает вертикально вверх с постоянным ускорением. Одновременно со стартом ракеты производится выстрел из пушки, находящейся по горизонтали в стороне от точки старта ракеты. Снаряд попадает в ракету, когда он находится в высшей точке своей траектории. Найдите ускорение a ракеты. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.85. * Осколки гранаты, разорвавшейся на поверхности земли, разлетелись по всем направлениям с одинаковыми по величине начальными скоростями. Найдите отношение n максимальной горизонтальной дальности полета осколков к максимальной высоте их подъема. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.86. * Из игрушечной двустволки с временным интервалом τ = 1 с делают два выстрела под углом $\alpha = 60^0$ к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите минимальное расстояние L между пулями во время их совместного полета. Начальная скорость пули V_0 = 15 м/с.

1.87. ** Крылатая ракета, атакуя корабль противника, совершает горизонтальный полет на низкой высоте с постоянной по величине скоростью V_1 = 400 м/с. Система наведения ракеты устроена так, что вектор ее скорости все время направлен на цель. На расстоянии L = 800 м от корабля векторы скорости ракеты и корабля оказались взаимно перпендикулярными. Определите ускорение a ракеты в этот момент, если скорость корабля V_2 = 72 км/ч.



1.3. Относительность движения.

Положение тела и его скорость относительны: они различны относительно разных систем отсчета.

В качестве простого примера рассмотрим пассажира, который идет по вагону со скоростью $V' = 3$ км/ч по «ходу поезда», а вагон движется относительно земли со скоростью $V_0 = 60$ км/ч. Скорость пассажира относительно земли в этом случае равна

$$V = V' + V_0 = 63 \text{ км/ч}.$$

Если же пассажир идет против хода поезда, то его скорость относительно земли

$$V = V' - V_0 = 57 \text{ км/ч}.$$

Оба этих результата можно обобщить одной формулой

$$\boxed{\vec{V} = \vec{V}' + \vec{V}_0}.$$

Эта векторная формула справедлива и в том случае, когда векторы $\vec{V}_0$ и $\vec{V}'$ направлены произвольно. Покажем это на следующем примере.

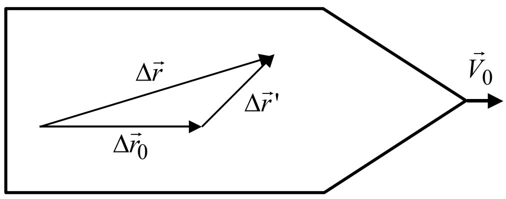


Рис. 1.9.

Пусть теплоход движется относительно земли поступательно со скоростью $\vec{V}_0$, а по его палубе идет пассажир со скоростью $\vec{V}'$ относительно теплохода. За малое время Δt пассажир сместится относительно палубы на $\Delta\vec{r}' = \vec{V}'\Delta t$, а вместе с теплоходом сместиться относительно земли еще на $\Delta\vec{r}_0 = \vec{V}_0\Delta t$. Общее перемещение пассажира относительно земли за время Δt составит $\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}' + \Delta\vec{r}_0 = (\vec{V}' + \vec{V}_0)\Delta t$ (рис.1.9). Скорость пассажира относительно земли равна

$$\vec{V} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \vec{V}' + \vec{V}_0 .$$

Полученная формула выражает правило сложения скоростей. В этой формуле $\vec{V}$ - скорость точки относительно неподвижной системы отсчета, $\vec{V}'$ - скорость той же точки относительно поступательно движущейся системы отсчета, $\vec{V}_0$ - скорость движущейся системы отсчета относительно неподвижной.

1.4. Движение по окружности

Рассмотрим точку, движущуюся с постоянной по величине скоростью по окружности радиуса R. Периодом обращения T называют время, за которое точка совершает один полный оборот. Поскольку величина скорости V постоянная, то период можно найти, разделив пройденный за один оборот путь $2\pi R$ на скорость

$$\boxed{T = \frac{2\pi R}{V}}.$$

Частота обращения n – количество оборотов, совершаемых в единицу времени:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{V}{2\pi R}.$$

Равномерное движение точки по окружности является движением с ускорением. Ускорение направлено по радиусу к центру окружности. Его называют центростремительным ускорением. Центростремительное ускорение обуславливает изменение направления вектора скорости точки, движущейся по криволинейной траектории. Модуль центростремительного ускорения равен

$$\boxed{a_{\text{цс}} = \frac{V^2}{R}}.$$

Примеры решения задач

Пример 1.15. Два автомобиля движутся от перекрестка по взаимно перпендикулярным дорогам – один со скоростью $V_1 = 80$ км/ч, а другой со скоростью $V_2 = 60$ км/ч. С какой скоростью V они удаляются друг от друга?

Решение.
Рассмотрим систему отсчета, которая движется относительно земли поступательно со скоростью $\vec{V}_1$ вместе с первым автомобилем. В этой системе отсчета скорость первого автомобиля равна нулю. Скорость второго автомобиля относительно выбранной системы отсчета (обозначим ее $\vec{V}$) и есть скорость, с которой удаляются автомобили друг от друга. По закону сложения скоростей скорость $\vec{V}_2$ второго автомобиля относительно земли равна

$$\vec{V}_2 = \vec{V} + \vec{V}_1 .$$

Поскольку векторы $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ перпендикулярны друг другу, то (рис.1.10):

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2} = 100 \text{ км/ч}.$$

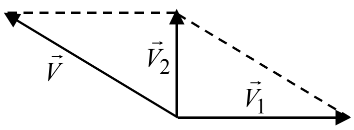


Рис. 1.10.

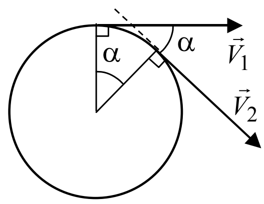


Рис. 1.11.

Пример 1.16. Материальная точка движется по окружности с постоянной скоростью $V = 50$ см/с. Вектор скорости изменяет направление на угол $\alpha = 30^0$ за время $\Delta t = 2$ с. Определите центростремительное ускорение a точки.

Решение.
Обозначим вектор скорости точки в некоторый начальный момент времени $\vec{V}_1$. За время Δt вектор скорости повернется на угол α и станет равным $\vec{V}_2$ (см. рис.1.11), причем $|\vec{V}_1| = |\vec{V}_2| = V$. Путь, пройденный за это время $\Delta s = V\Delta t$, равен длине дуги окружности $\Delta s = \pi R\alpha / 180^0$, где R – радиус окружности. Следовательно

$$V\Delta t = \frac{\pi R\alpha}{180^0} .$$

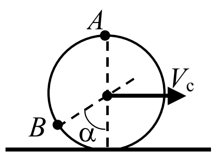
Запишем формулу для центростремительного ускорения точки

$$a = \frac{V^2}{R}.$$

Исключая из этих уравнений R, найдем

$$a = \frac{\alpha}{180^0} \frac{\pi V}{\Delta t} \approx 0{,}13 \text{ м/с}^2.$$

Пример 1.17. Диск катится без проскальзывания со скоростью $V_с$. Найдите мгновенную скорость относительно земли а) точки A, расположенной на краю вертикального диаметра диска, б) точки B, положение которой определяется углом $\alpha = 60^0$.



Решение.

Рассмотрим движение диска в системе отсчета, движущейся поступательно со скоростью $V_с$ вместе с осью диска. В этой системе отсчета диск вращается вокруг неподвижной оси. Точки, расположенные на ободе диска, в этой системе отсчета движутся по окружности радиуса R с одинаковыми по величине скоростями $V_л$, направленными по касательным к окружности. Эту скорость $V_л$ называют линейной скоростью. По правилу сложения скоростей скорость любой точки диска относительно земли равна

$$\vec{V} = \vec{V}_c + \vec{V}_л.$$

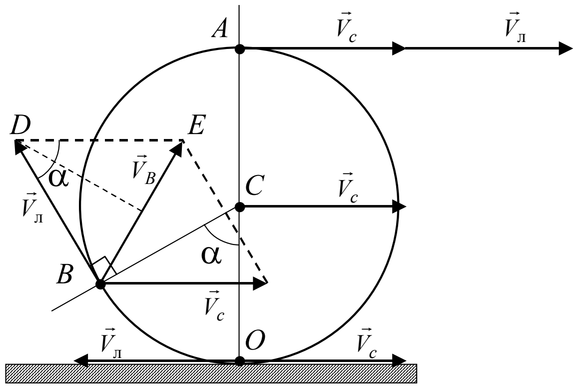


Рис. 1.12.

Так как диск катится без проскальзывания, то скорость точки O, соприкасающейся в данный момент времени с землей, равна нулю (см. рис.1.12). Отсюда следует, что

$$V_{\text{л}} = V_c .$$

Скорость точки A

$$V_A = V_{\text{л}} + V_c = 2V_c .$$

Скорость точки B найдем, рассматривая равнобедренный треугольник BDE. Заметим что углы BCO и BDE равны, поскольку их стороны взаимно перпендикулярны. Проведя высоту в треугольнике BDE, найдем.

$$V_B = 2V_c \sin(\alpha / 2) = V_c .$$

<u>Задачи для самостоятельного решения</u>

<u>Относительность движения</u>

1.88. Моторная лодка проходит расстояние между двумя лодочными станциями сначала по течению реки, а затем обратно – против течения. Скорость течения реки v_1 = 1 м/с. Скорость лодки относительно воды v_2 = 4 м/с. Определите среднюю скорость лодки $\langle v \rangle$ на всем пути.

1.89. Пассажир теплохода переходит по кратчайшему расстоянию от левого борта к правому за время $t = 0{,}5$ мин. Теплоход плывет со скоростью $V = 9$ км/ч относительно земли. Определите модуль вектора перемещения пассажира относительно земли, если ширина теплохода $l = 30$ м.

1.90. По реке плывет баржа шириной L = 10 м со скоростью V = 1 м/с относительно берега. Человек переходит по кратчайшему расстоянию от левого борта баржи к правому и обратно за время t = 20 с. Определите модуль вектора перемещения человека $|\vec{l}\,|$ и пройденный им за это время путь s в системе отсчета, связанной с землей.

1.91. Скорость лодки относительно воды в n = 2 раза больше скорости течения реки. Во сколько раз время движения по течению между двумя пунктами меньше, чем против течения?

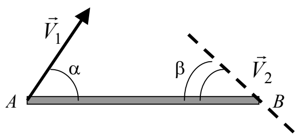
1.92. Эскалатор метро спускает идущего по нему человека за время t_1 = 1 мин. Если человек будет двигаться относительно эскалатора вдвое быстрее, то он спустится за время t_2 = 45 с. За какое время t_3 спустится человек, стоящий на эскалаторе?

1.93. Капли дождя, падающие вертикально, попадают на боковое окно автобуса, движущегося со скоростью $v_1 = 40$ км/ч, и оставляют на нем следы под углом $\alpha = 60°$ к вертикали. Определите скорость v_2 падения капель относительно земли.

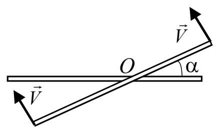
1.94. Во время дождя скорость горизонтального ветра меняется. При скорости ветра $V = 20$ м/с капли дождя достигают земли со скоростью $v_1 = 25$ м/с. С какой скоростью v_2 будут достигать земли капли при утихании ветра?

1.95. ** Определите наименьшую величину V_m скорости лодки относительно воды, при которой лодка сможет пересечь реку под углом $\alpha = 60^0$ к направлению течения. Скорость течения реки $V_p = 3$ км/ч.

1.96. * Тонкая жесткая палочка AB движется в плоскости чертежа так, что в данный момент скорость ее конца A равна V_1 и направлена под углом α к палочке, а скорость точки B - под углом β к ней. Найдите скорость V_2 точки B (величину и направление).



1.97. * Один из двух пересекающихся прямолинейных стержней покоится, а другой движется поступательно со скоростью, вектор $\vec{V}$ которой перпендикулярен движущемуся стержню. Постоянный угол между стержнями равен α. Найдите величину V_0 скорости точки O пересечения стержней.



Движение по окружности

1.98. Два спортсмена одновременно начинают бежать из одной точки в противоположные стороны по кольцевой дорожке радиуса $R = 50$ м. Скорости бегунов $V_1 = 4$ м/с и $V_2 = 6$ м/с. Через какое минимальное время t расстояние между спортсменами станет максимальным?

1.99. Два бегуна одновременно начинают бежать из одной точки в одну сторону по кольцевой дорожке радиуса R. Скорости бегунов V_1 и V_2. Через какое время t_1 расстояние между бегунами станет максимальным?

1.100. Два велосипедиста едут по кольцевой дорожке радиуса $R = 50$ м в одном направлении с постоянными скоростями. Через каждые $\Delta t = 10$ мин один из них обгоняет другого. На какую величину ΔV отличаются скорости велосипедистов?

1.101. Две точки равномерно движутся по окружности. Первая точка делает один оборот за время $T_1 = 5$ с, а вторая, двигаясь в противоположном направлении, за $T_2 = 2$ с. Определите время τ между двумя последовательными встречами точек.

1.102. Материальная точка равномерно движется по окружности радиуса $R = 20$ см с центростремительным ускорением $a = 0{,}8$ м/с^2. За какое время T тело совершит один полный оборот?

1.103. Материальная точка равномерно движется по окружности радиуса $R = 90$ см с центростремительным ускорением $a = 10$ м/с^2. За какое время точка пройдет путь $l = 15$ м?

1.104. Во сколько раз изменится линейная скорость при движении тела по окружности, если угловую скорость увеличить в $k = 2$ раза, а расстояние до оси вращения уменьшить в $m = 4$ раза?

1.105. На диске, который равномерно вращается вокруг неподвижной оси, сделаны две метки, одна из которых на $\Delta r = 5$ см дальше от оси, чем другая. Более удаленная от оси метка за время $t = 1$ мин прошла путь на $\Delta L = 10$ м больший, чем вторая. Определите частоту n обращения диска.

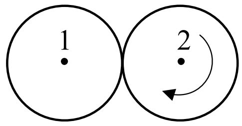
1.106. Равномерно вращающийся вокруг своей неподвижной оси диск за время $\Delta t = 0{,}01$ с поворачивается на угол $\Delta\alpha = 1^0$. Найдите величину a ускорения точки диска, которая движется со скоростью $V = 3$ м/с.

1.107. Материальная точка движется по окружности с постоянной скоростью $V = 50$ см/с. Вектор ускорения $\vec{a}$ этой точки за каждую секунду поворачивается на угол $\alpha = 30^0$. Определите модуль вектора ускорения a.

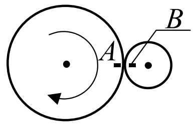
1.108. Диск диаметром $d = 30$ см равномерно вращается вокруг своей неподвижной оси. При этом точки, расположенные на краю диска, движутся со скоростью $v_1 = 1{,}5$ м/с. Определите ускорение a точек диска, движущихся со скоростью $v_2 = 0{,}5$ м/с.

1.109. * Величина скорости материальной точки, движущейся по окружности, меняется со временем t по закону $v = \alpha t$, где $\alpha = 4$ м/с^2. Определите величину a центростремительного ускорения точки в момент времени, когда она совершит один оборот по окружности после начала движения.

1.110. * При повороте поезда центры правых и левых колес вагона движутся со скоростями V_1 и V_2 ($V_1 < V_2$). Найдите радиус R дуги окружности, по которой движется центр «медленного» колеса. Расстояние между рельсами равно l.



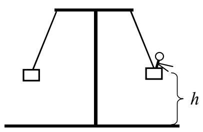
1.111. * Два одинаковых диска расположены так, как показано на рисунке. Диск 1 неподвижен, а диск 2 катится по нему без проскальзывания. На какой угол α вокруг собственной оси повернется диск 2, обойдя один раз диск 1?



1.112. * Две шестерни с радиусами $R_1 = 8$ см и $R_2 = 3$ см находятся в зацеплении друг с другом. Большая из них вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 20$ рад/с. а) Найдите угловую скорость ω_2 второй шестерни. б) В некоторый момент времени метки A и B, поставленные на шестернях совпадают. Определите минимальное время τ, через которое метки опять совпадут.

1.113. * По окружности радиуса $R = 0{,}5$ м движутся два жука так, что законы их движения имеют вид: $\varphi_1 = 2 + 0{,}2t$, $\varphi_2 = 3 - 0{,}4t$, где φ_1 и φ_2 – углы, отсчитываемые от одного и того же направления. Здесь время выражено в секундах, а углы - в радианах. Определите относительную скорость v жуков в момент их встречи.

1.114. * Мальчик, сидящий на вращающейся в горизонтальной плоскости с частотой $n = 6$ об/мин карусели на расстоянии $r = 4$ м от оси вращения, стреляет из пружинного пистолета, направив его ствол под углом $\alpha = 60^0$ к горизонту. Оказалось, что пулька относительно земли движется прямолинейно. С какой скоростью V относительно пистолета вылетела пулька?



1.115. * У мальчика, сидящего на вращающейся с частотой n карусели на расстоянии r от оси, выпал из рук камушек и упал на землю на расстоянии R от оси вращения. На какой высоте h над землей находится мальчик? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения равно g.