Первое начало термодинамики

6.25. Показать, что внутренняя энергия U воздуха в комнате не зависит от температуры, если наружное давление p постоянно. Вычислить U, если p равно нормальному атмосферному давлению и объем комнаты $V=40$ м^3.

Решение.

Внутренняя энергия идеального газа определяется формулой

$$U = \nu C_V T\ ,$$

где ν - число молей,

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1}$$

- молярная теплоемкость при постоянной объеме, R - универсальная газовая постоянная, γ - показатель адиабаты. Записывая также уравнение состояния идеального газа

$$pV = \nu RT\ ,$$

после преобразований получим

$$U = \frac{pV}{\gamma - 1} = 10 \text{ МДж.}$$

6.27. Газообразный водород, находившийся при нормальных условиях в закрытом сосуде объемом $V=5{,}0$ л, охладили на $\Delta T=55$ К. Найти приращение внутренней энергии газа и количество отданного им тепла.

Решение.

Приращение внутренней энергии идеального газа равно

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \nu C_V (T_2 - T_1) = -\nu C_V \Delta T = -\frac{\nu R \Delta T}{\gamma - 1}\ ,$$

где $C_V = R/(\gamma - 1)$ - молярная теплоемкость при постоянном объеме, γ - показатель адиабаты. Число молей ν найдем из уравнения состояния газа при нормальных условиях (давление $p_0 = 10^5$ Па, температура $T_0 = 273$ К):

$$p_0 V = \nu R T_0\ .$$

Получим:

$$\Delta U = -\frac{p_0 V \Delta T}{T_0 (\gamma - 1)}\ .$$

Работа в изохорном процессе ($V = const$) не совершается и в соответствии с первым началом термодинамики $Q = \Delta U + A$ количество отданного тепла

$$Q' = -Q = -\Delta U\ .$$

6.29. Найти молярную массу газа, если при нагревании $m=0{,}50$ кг этого газа на $\Delta T=10$ К изобарически требуется на $\Delta Q=1{,}48$ кДж тепла больше, чем при изохорическом нагревании.

Решение.

Количества теплоты, необходимые для нагрева при изохорном и изобарном процессах соответственно равны:

$$V=const: \quad Q_V=\frac{m}{\mu}C_V\Delta T\,,$$

$$p=const: \quad Q_p=\frac{m}{\mu}C_p\Delta T\,,$$

где μ - молярная масса, C_V и C_p - молярные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении, связанные уравнением Майера

$$C_p-C_V=R\,.$$

Поэтому

$$\Delta Q=\frac{m}{\mu}\left(C_p-C_V\right)\Delta T=\frac{m}{\mu}R\Delta T$$

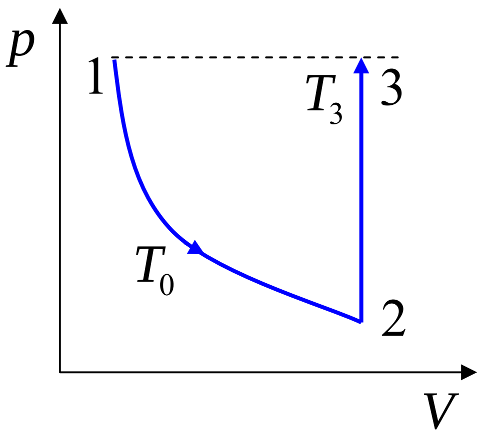
и

$$\mu=\frac{mR\Delta T}{\Delta Q}=28\text{ г/моль.}$$

6.36. Три моля идеального газа, находившегося при температуре $T_0=273$ К, изотермически расширили в $n=5{,}0$ раз и затем изохорически нагрели так, что его давление стало равным первоначальному. За весь процесс газу сообщили количество тепла $Q=80$ кДж. Найти γ для этого газа.

Решение.

Изобразим график процесса в координатах p,V (рис). Запишем уравнение, выражающее перовое начало термодинамики для всего процесса 1-2-3:



$$Q=A_{12}+\nu C_V(T_3-T_0)\,,$$

а также уравнения состояния газа в начале

$$pV=\nu RT_0$$

и в конце процесса

$$p(nV)=\nu RT_3\,.$$

Отсюда $T_3=nT_0$. Учитывая, что $C_V=R/(\gamma-1)$, получим

$$Q=A_{12}+\nu C_VT_0(n-1)=A_{12}+\frac{\nu RT_0(n-1)}{\gamma-1}\,.$$

Работу газа A_{12} в изотермическом процессе найдем интегрированием:

$$A_{12}=\int_V^{nV}pdV=\int_V^{nV}\frac{\nu RT_0}{V}dV=\nu RT_0\int_V^{nV}\frac{dV}{V}=\nu RT_0\ln V\Big|_V^{nV}=\nu RT_0\ln(n)\,.$$

Для количества теплоты получаем уравнение

$$Q=\nu RT_0\ln(n)+\frac{\nu RT_0(n-1)}{\gamma-1}\,,$$

из которого выразим постоянную адиабаты γ:

$$\gamma = 1 + \frac{(n-1)}{(Q/\nu RT_0) - \ln(n)}.$$

6.42. Объем моля идеального газа с показателем адиабаты γ изменяют по закону $V = a/T$, где a – постоянная. Найти количество тепла, полученное газом в этом процессе, если его температура испытала приращение ΔT.

Решение.

Запишем первое начало термодинамики:

$$\delta Q = \nu C_V dT + pdV, \tag{1}$$

уравнение процесса:

$$V = \frac{a}{T}, \tag{2}$$

и уравнение состояния

$$pV = \nu RT. \tag{3}$$

Дифференцируя (2), найдем

$$dV = -\frac{adT}{T^2},$$

из (3) выразим давление:

$$p = \frac{\nu RT}{V} = \frac{\nu RT^2}{a},$$

подставим в (1)

$$\delta Q = \nu C_V dT - \frac{\nu RT^2}{a}\frac{adT}{T^2} = \nu C_V dT - \nu RdT = \nu R\left(\frac{1}{\gamma - 1} - 1\right)dT.$$

После интегрирования получим:

$$Q = \nu R\Delta T\left(\frac{2-\gamma}{\gamma - 1}\right).$$