

## Циклические процессы. Энтропия

### Решения некоторых задач

#### 1. Тепловая и холодильная машины. Цикл Карно

**11.3.** Состояние идеального газа изменяется по циклу Карно. Абсолютная температура нагревателя в 2 раза больше абсолютной температуры холодильника. За один цикл газ совершает работу  $A = 12$  кДж. Вычислите работу газа  $A_{34}$  при изотермическом сжатии, совершаемую газом в этом цикле.

#### Решение.

Коэффициент полезного действия тепловой машины по определению равен

$$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

где  $A$  - работа, произведенная машиной за цикл,  $Q_1$  - тепло, полученное за цикл от нагревателя. Изменение внутренней энергии за цикл равно нулю, поэтому в соответствии с первым началом термодинамики

$$Q_1 - Q_2 = A, \quad (1)$$

где  $Q_2$  - тепло, отданное за цикл холодильнику. Следовательно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Если тепловая машина работает по циклу Карно, то ее КПД можно выразить формулой

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

где  $T_1$  - температура нагревателя,  $T_2$  - температура холодильника тепловой машины. Следовательно, в этом случае

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (2)$$

В цикле Карно тепло отдается холодильнику при изотермическом сжатии. В этом процессе внутренняя энергия не изменяется и в соответствии с первым началом термодинамики

$$-Q_2 = A. \quad (3)$$

Из уравнений (1)-(3) получим

$$A_{34} = -A \frac{T_2}{T_1 - T_2} = -12 \text{ кДж.}$$

**11.6.** Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, совершает за один цикл работу  $A = -37$  кДж. При этом она берет тепло от тела с температурой  $-10$  °С и передает тепло телу с температурой  $17$  °С. Найдите величину тепла  $Q_2$ , взятого у холодного тела, и величину тепла  $Q_1$ , переданного «горячему» телу.

#### Решение.

Для машины работающей по циклу Карно выполняется условие

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}, \quad (1)$$

где  $Q_1$  - количество теплоты отданное нагревателю при температуре  $T_1$ , а  $Q_2$  - количество теплоты, полученное от холодильника при температуре  $T_2$ . За цикл машина совершает отрицательную работу (при этом работа внешних сил положительна)

$$A = Q_2 - Q_1 . \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) найдем

$$Q_2 = -\frac{AT_2}{T_1 - T_2} \approx 360 \text{ кДж}, \quad Q_2 = -\frac{AT_1}{T_1 - T_2} \approx 397 \text{ кДж}.$$

## 2. Вычисление энтропии

**11.12.** Вычислите приращение энтропии 2 молей идеального газа, если в изотермическом процессе объем газа увеличился в 3 раза.

Решение.

Приращение энтропии в обратимом процессе определяется формулой

$$dS = \frac{\delta Q}{T}.$$

При постоянной температуре внутренняя энергия не изменяется и поэтому количество теплоты равно работе газа:

$$\delta Q = \delta A = PdV .$$

Выражая из уравнения состояния давление

$$P = \frac{\nu RT}{V},$$

получим

$$dS = \frac{\nu R dV}{V} .$$

После интегрирования найдем:

$$\Delta S = \nu R \int_V^{3V} \frac{dV}{V} = \nu R \ln V \Big|_V^{3V} = \nu R (\ln 3V - \ln V) = \nu R \ln 3 \approx 18,3 \text{ Дж/К}.$$

**11.16.** Универсальная газовая постоянная 8,31 Дж/(моль·К),  $\ln 2 \approx 0,69$ . Вычислите приращение энтропии 1 моля углекислого газа при увеличении его абсолютной температуры в 2 раза, если нагревание происходило при постоянном давлении.

Решение.

Приращение энтропии в обратимом процессе определяется формулой

$$dS = \frac{\delta Q}{T}.$$

При постоянном давлении

$$\delta Q = \nu C_p dT ,$$

Где  $C_p = \frac{R\gamma}{\gamma - 1}$  - молярная теплоемкость при постоянном давлении,  $\gamma$  - показатель адиабаты.

После интегрирования получим

$$\Delta S = \frac{\nu R\gamma}{\gamma - 1} \int_T^{2T} \frac{dT}{T} = \frac{\nu R\gamma}{\gamma - 1} \ln 2 = 22,9 \text{ Дж/К}.$$

**11.20.** Теплоизолированный сосуд разделен перегородкой на две части так, что объем одной из них в 2 раза больше объема другой. В меньшей части находится 0,3 моля азота, а в большей части 0,7 моля кислорода. Температуры газов одинаковы. В перегородке открыли отверстие, и газы перемешались. Универсальная газовая постоянная 8,31 Дж/(моль·К),  $\ln 3 \approx 1,1$ ,  $\ln 1,5 \approx 0,406$ . Вычислите приращение энтропии этой системы, считая газы идеальными.

Решение.

Процесс перемешивания газов является необратимым, но рассчитать приращение энтропии можно, заменив реальный процесс некоторым обратимым. Будем считать, каждый из газов расширяется изотермически, заполняя весь сосуд.

При изотермическом расширении азота его энтропия изменяется на величину

$$\Delta S_1 = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{pdV}{T} = \int_{V/3}^V \frac{\nu_1 RT}{VT} dV = \nu_1 R \ln 3.$$

Энтропия кислорода изменяется на величину

$$\Delta S_2 = \int \frac{\delta Q}{T} = \int_{2V/3}^V \frac{\nu_2 R}{V} dV = \nu_2 R \ln(3/2).$$

Приращение энтропии всей системы

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = R(0,3 \ln 3 + 0,7 \ln 3 - 0,7 \ln 2) \approx 5,1 \text{ Дж/К}.$$