

Контур с током в магнитном поле

Цель работы: измерение момента \vec{M} сил Ампера, действующих на рамку с током в магнитном поле, экспериментальная проверка формулы $\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]$, где \vec{p}_m - магнитный момент рамки с током, \vec{B} - индукция магнитного поля.

Приборы и оборудование: катушки Гельмгольца, проволочная рамка с динамометром вращения, источники питания катушек и рамки, мультиметры для измерения токов.

Теоретическая часть

В основе магнитных явлений лежат два экспериментальных факта, установленных в 19 веке: 1) магнитное поле создается движущимися зарядами и токами; 2) магнитное поле действует на движущиеся заряды и токи.

Закон, определяющий силу, действующую в магнитном поле на движущийся заряд q , имеет вид

$$\vec{F} = q[\vec{v}\vec{B}],$$

где \vec{v} - скорость заряда, \vec{B} - вектор индукции магнитного поля, характеризующий магнитное поле в данной точке пространства (рис.1).

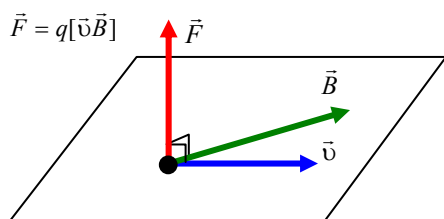


Рис. 1. Магнитная составляющая силы Лоренца

Это соотношение является по существу определением вектора \vec{B} . Силу $\vec{F} = q[\vec{v}\vec{B}]$ называют магнитной составляющей силы Лоренца. При наличии электрического поля сила Лоренца $\vec{F} = q[\vec{v}\vec{B}] + q\vec{E}$ содержит и электрическую составляющую $\vec{F}_e = q\vec{E}$, где \vec{E} - напряженность электрического поля.

Суммируя силы, действующие на отдельные носители тока, получим выражение

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}], \quad (1)$$

которое определяет силу $d\vec{F}$, действующую в магнитном поле на бесконечно малый отрезок тонкого провода длины dl , в котором течет ток I (вектор $d\vec{l}$ направлен вдоль тока, рис.2). Эта формула была установлена Ампером и носит название закона Ампера (силы Ампера). С ее помощью можно рассчитать силу, действующую в магнитном поле на провод с током произвольной формы.

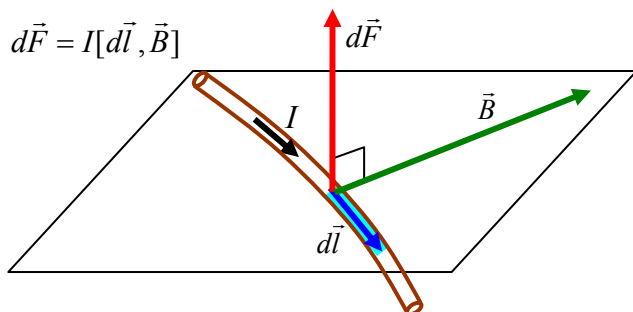


Рис. 2. Сила Ампера

Магнитное поле, создаваемое токами, можно найти с помощью закона Био-Савара

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (2)$$

где $d\vec{B}$ - магнитное поле, порождаемое бесконечно малым отрезком провода $d\vec{l}$ с током I в точке, положение которой определяется вектором \vec{r} (рис.3). С помощью формулы (2) и принципа суперпозиции можно найти магнитное поле тока, протекающего в проводе произвольной формы.

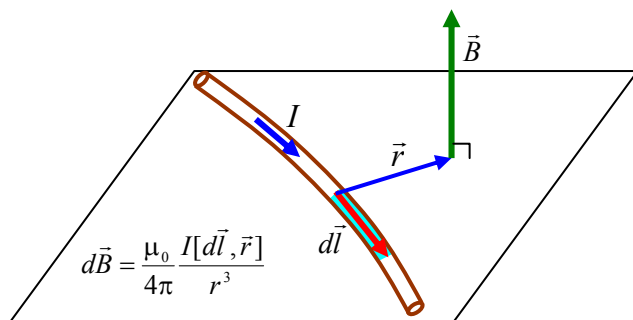


Рис. 3. Закон Био-Савара

Если магнитное поле является однородным, то суммарная сила Ампера, действующая в этом поле на контур с током произвольной формы, равна нулю. Действительно, суммируя силы Ампера, действующие на отдельные фрагменты контура, получим

$$\vec{F} = I \sum [\Delta\vec{l}_i, \vec{B}_i] = I[(\sum \Delta\vec{l}_i), \vec{B}] = 0 .$$

Здесь учтено, что $\sum \Delta\vec{l}_i = 0$, поскольку $\Delta\vec{l}_i$ представляют собой замкнутую цепочку векторов (рис. 4). Заметим, что, если магнитное поле неоднородное, то сила Ампера, действующая на контур с током, вообще говоря, отлична от нуля.

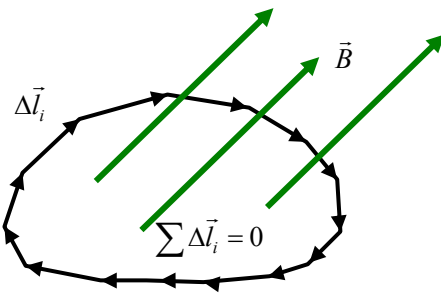


Рис. 4. Контур с током в однородном магнитном поле

Магнитное поле оказывает на контур с током ориентирующее действие, «пытаясь» развернуть его определенным образом. Исследуя этот эффект, рассмотрим простейший случай, когда прямоугольный контур со сторонами a , b и током I находится в однородном магнитном поле \vec{B} (рис.5).

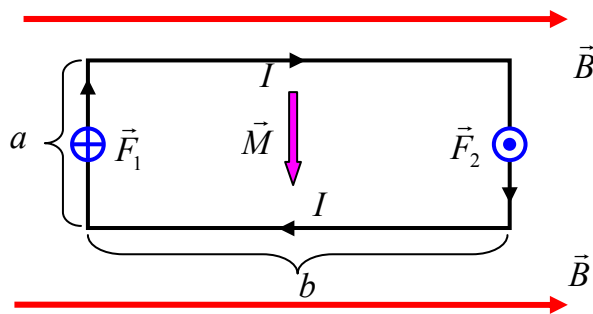


Рис. 5. Силы Ампера и их момент, действующие на прямоугольный проволочный контур

Пусть вектор \vec{B} параллелен противоположным сторонам прямоугольника длины b . Тогда на эти две стороны контура сила Ампера действовать не будет, а на две другие стороны будут дей-

ствовать две противоположно направленные силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , причем из (1) следует, что $F_1 = F_2 = IBa$. Пара сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 создает вращающий момент

$$|\vec{M}| = F_1 b = IBab = ISB,$$

где $S = ab$ - площадь контура. Направление вектора \vec{M} указано на рис. 5.

Введем в рассмотрение вектор \vec{p}_m магнитного момента контура с током. По определению модуль этого вектора равен произведению силы тока на площадь контура $|\vec{p}_m| = IS$, а направление вектора \vec{p}_m совпадает с направлением вектора \vec{n} нормали к контуру, при этом вектор нормали \vec{n} связан с направлением тока в контуре правилом правого винта (рис.6).

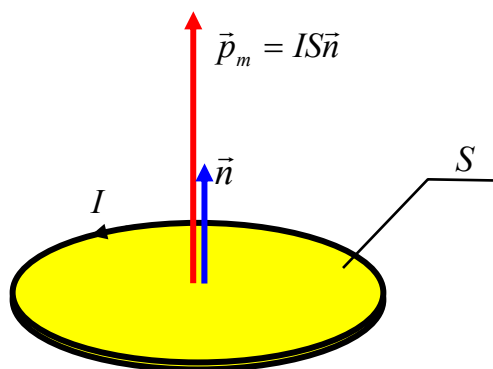


Рис. 6. Магнитный момент контура с током

Выражение для момента сил Ампера, действующих на контур в рассматриваемом случае, можно записать в виде:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]. \quad (3)$$

Можно показать (Приложение 1), что эта формула справедлива при произвольной форме контура и произвольной его ориентации в однородном магнитном поле.

В соответствии с формулой (3) силы Ампера стремятся повернуть контур с током так, чтобы его магнитный момент \vec{p}_m оказался сонаправленным с вектором \vec{B} . В этом случае момент сил Ампера равен нулю. В случае, когда векторы \vec{p}_m и \vec{B} имеют противоположные направления, момент сил Ампера также равен нулю, однако такое положение контура является неустойчивым: малейшее отклонение от этого положения приводит к возникновению момента сил, стремящегося отклонить контур еще больше от положения равновесия.

Описание эксперимента

Схема установки изображена на рис. 7. Магнитное поле создается двумя одинаковыми соосными катушками K_1 и K_2 , расстояние между которыми равно их среднему радиусу R - такие катушки называют катушками Гельмгольца (рис. 8). Их отличительной особенностью является высокая однородность магнитного поля в пространстве между катушками. Магнитное поле между катушками вблизи их общей оси и плоскости симметрии почти однородное и определяется формулой (Приложение 2)

$$B \approx 0,716 \frac{\mu_0 N_K I_K}{R}, \quad (4)$$

где I_K - ток в катушках, N_K - число витков в каждой из них. Направлен вектор \vec{B} вдоль оси катушек. Амперметр A_1 фиксирует ток через катушки Гельмгольца I_K , который можно плавно менять, регулируя напряжение U_1 на выходе источника постоянного тока.

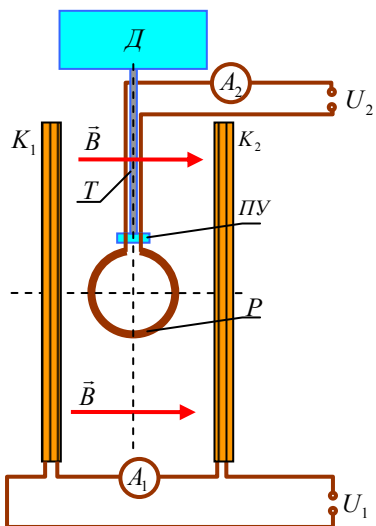


Рис. 7. Схема эксперимента

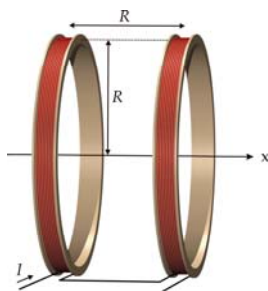


Рис. 8. Катушки Гельмгольца

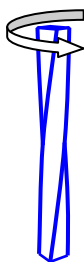


Рис. 9. Торсион

В магнитном поле катушек на торсионе T (тонком металлическом стержне, работающем на кручении, рис.9) подвешена проволочная рамка P . Ток в рамке I задается источником напряжения U_2 и измеряется амперметром A_2 . На рамку с током I в магнитном поле \vec{B} действует момент сил Ампера, который измеряется динамометром вращения D .

В работе экспериментально проверяется формула

$$M = p_m B \sin \alpha = INSB \sin \alpha, \quad (5)$$

вытекающая из (3), где N - число витков в рамке, $S = \pi r^2$ - площадь одного витка рамки, α - угол между нормалью к плоскости

рамки и осью катушек (угол между \vec{p}_m и \vec{B}). Токи I и I_K измеряются мультиметрами, угол α устанавливается при помощи поворотного устройства ПУ (рис.7) с шагом 15° , момент силы измеряется динамометром вращения \mathcal{D} , в состав которого входит торсион. Величины R , N_K , N , r , а также k - чувствительность динамометра (цена малого деления его шкалы) указаны на стенде.

Выполнение работы

Внимание:

- ✓ Ток через катушки Гельмгольца не должен превышать 4 А, ток в рамке не должен превышать 5 А.
- ✓ Мультиметры должны быть переведены в режим измерения постоянного тока с пределом «20 А», провода должны быть подключены к клеммам «СОМ» и «20 А»

Подготовка к измерениям

1. Запишите исходные параметры

$$N_K = \dots, R = \dots, r = \dots, N = \dots, k = \dots,$$

указанные на стенде.

2. Получите у инженера инструкции по работе с динамометром вращения.
3. Угол α установите равным 90° .

4. Включите мультиметры, убедившись, что на них установлен предел измерений «20А» и провода подключены к клеммам «COM» и «20 А».

5. На источнике питания катушек «GONSTANTER» установите ручку «V» в крайнее правое положение, а ручку «A» - в крайнее левое положение.

6. На источнике питания рамки «POWER SUPPLY» установите ручку в крайнее левое положение.

7. Включите источники питания. Ток в катушках Гельмгольца установите в соответствии с индивидуальным заданием (Таблица 1).

Таблица 1					
Бригады 1 и 12	Бригады 2 и 11	Бригады 3 и 10	Бригады 4 и 9	Бригады 5 и 8	Бригады 6 и 7
$I_K = 3,0$ А	$I_K = 2,8$ А	$I_K = 2,6$ А	$I_K = 2,4$ А	$I_K = 2,2$ А	$I_K = 2,0$ А

Упражнение 1. Зависимость момента сил Ампера от тока в рамке

1. При нулевом токе I в рамке установите «0» на измерительном барабане динамометра и установите стержневой индикатор в нулевое положение при помощи ручки «установка нуля», расположенной у нижнего конца торсиона.

2. Поворачивая барабан динамометра, установите его в положение $n = 5$. При этом торсион закрутится и стержневой индикатор отклонится от нулевого положения. Увеличивая ток I , верните индикатор в нулевое положение. В этом случае момент сил Ампера, действующих на рамку с током I , будет уравновешен моментом упругих сил, возникающих при закручивании верхней части торсиона. Найденное таким образом значение $I = I_+$ запишите в таблицу 2, и установите следующее значение n .

3. После того, как будут проведены измерения для всех n , указанных в таблице 2, установите $I = 0$ и $n = 0$. Аккуратно поменяйте полярность подключения проводов к источнику питания рамки (это можно делать только при нулевом токе!) и повторите п. 2 для установленного направления тока в рамке. Измеренные значения $I = I_-$ запишите в строку 4 таблицы 2.

4. В строках 5 и 6 и запишите среднее значение тока $I = (I_+ + I_-)/2$, и его погрешность $\Delta I = |I_+ - I_-|/2$.

Таблица 2								
1.	$I_K = \dots\dots\dots \text{A}, \quad \alpha = 90^0$							
2.	n , дел	0	5	10	15	20	25	
3.	I_+ , А							
4.	I_- , А							
5.	I , А							
6.	ΔI , А							
7.	M , мН· м							

5. График зависимости момента силы Ампера от тока в рамке построим позже, а сначала сопоставьте эксперимент и теорию для одного значения тока: для тока I , соответствующего $n = \pm 15$, определите момент силы Ампера $M = kn$, а также рассчитайте его по формулам (4), (5). Результаты представьте в виде:

$I_K = \dots\dots\dots \text{A}, \quad I = \dots\dots\dots \text{A}, \quad \alpha = \dots\dots\dots$	
Измерено	$M = kn = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{мН} \cdot \text{м}$
Рассчитано	$B = 0,716 \frac{\mu_0 N_K I_K}{R} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{Тл}$ $M = INSB \sin \alpha = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{мН} \cdot \text{м}$ $\delta M \approx \delta I = \frac{\Delta I}{I} \approx \dots\dots\dots$ $\Delta M = M \delta M \approx \dots\dots\dots$ $M = (\dots\dots\dots \pm \dots\dots\dots) \text{мН} \cdot \text{м}$

Если результаты расчетов и измерений отличаются более чем на 15%, то, видимо, допущена ошибка в расчетах или измерениях.

Упражнение 2. Зависимость момента сил Ампера от магнитного поля

Установите ток в рамке в соответствии с индивидуальным заданием (Таблица 3).

Таблица 3					
Бригады 1 и 12	Бригады 2 и 11	Бригады 3 и 10	Бригады 4 и 9	Бригады 5 и 8	Бригады 6 и 7
$I = 3,0 \text{ A}$	$I = 3,2 \text{ A}$	$I = 3,4 \text{ A}$	$I = 3,6 \text{ A}$	$I = 3,8 \text{ A}$	$I = 4,0 \text{ A}$

1. При нулевом токе в катушках I_K установите «0» на измерительном барабане динамометра и установите стержневой индикатор в нулевое положение при помощи ручки «установка нуля», расположенной у нижнего конца торсиона.

2. Поворачивая барабан динамометра, установите $n = 5$. При этом торсион закрутится, и стержневой индикатор отклонится от нулевого положения. Увеличивая ток I_K , верните индикатор в нулевое положение. В этом случае момент сил Ампера, действующих на рамку с током I , будет уравновешен моментом упругих сил, возникающих при закручивании верхней части торсиона. Найденное таким образом значение $I_K = I_{K+}$ запишите в таблицу 4, и установите следующее значение n .

3. После того, как будут проведены измерения для всех n , указанных в таблице 4, установите $I_K = 0$ и $n = 0$. Аккуратно поменяйте полярность подключения проводов к источнику питания катушек (это можно делать только при нулевом токе!) и повторите п. 2 для установленного направления тока в катушках. Измеренные значения $I_K = I_{K-}$ запишите в строку 4 таблицы 4.

4. В строках 5 и 6 и запишите среднее значение тока $I_K = (I_{K+} + I_{K-})/2$, и его погрешность $\Delta I_K = |I_{K+} - I_{K-}|/2$.

Таблица 4								
1.	$I = \dots\dots\dots \text{A}, \quad \alpha = 90^\circ$							
2.	n , дел	0	5	10	15	20	25	
3.	I_{K+} , А							
4.	I_{K-} , А							
5.	I_K , А							
6.	ΔI_K , А							
7.	M , мН·м							

5. Для значения тока I_K , соответствующего $n = \pm 15$, определите момент силы Ампера $M = kn$, а также рассчитайте его по формулам (4), (5). Результаты представьте в виде:

$I_K = \dots\dots\dots \text{A}, \quad I = \dots\dots\dots \text{A}, \quad \alpha = \dots\dots\dots$	
Измерено	$M = kn = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{мН} \cdot \text{м}$
Рассчитано	$B = 0,716 \frac{\mu_0 N_K I_K}{R} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{Тл}$ $M = INSB \sin \alpha = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{мН} \cdot \text{м}$ $\delta M \approx \delta I_K = \frac{\Delta I_K}{I_K} \approx \dots\dots\dots$ $\Delta M = M \delta M \approx \dots\dots\dots$ $M = (\dots\dots\dots \pm \dots\dots\dots) \text{мН} \cdot \text{м}$

Если результаты расчетов и измерений отличаются более чем на 15%, то, видимо, допущена ошибка в расчетах или измерениях.

Графическая обработка результатов

1. Заполните строки 7 в таблицах 2 и 4.

2. Постройте график зависимости момента M от I по результатам упражнения 1, укажите поля погрешности. Проведите теоретическую прямую $M(I)$ построенную по формулам (4), (5).

3. Постройте график зависимости M от I_K по результатам упражнения 2, укажите поля погрешности. Проведите теоретическую прямую $M(I_K)$ построенную по формулам (4), (5).

4. Сформулируйте выводы по результатам выполненных упражнений.

Упражнение 3. Магнитный момент постоянного магнита (выполняется по согласованию с преподавателем)

Получите у инженера держатель с закрепленным на нем постоянным магнитом, имеющим форму тонкого диска. Диаметр магнита указан на держателе. С помощью инженера закрепите держатель на проволочной рамке. Ток в рамке должен быть выключен.

Установите ток в катушках $I_K = 0,6$ А. Измерьте момент сил, действующих на постоянный магнит со стороны магнитного поля катушек.

Рассчитайте величину эквивалентного молекулярного тока I' , текущего по ободу постоянного магнита.

Подготовка к работе

К выполнению эксперимента допускаются студенты, выполнившие все перечисленные ниже задания.

- Составьте конспект работы, содержащий название, цель работы, теоретическую часть, краткое описание эксперимента, схему эксперимента.
- В теоретической части конспекта приведите с необходимыми письменными пояснениями и рисунками ответы на следующие вопросы:

1. Какую силу называют силой Лоренца, чему она равна по величине, как направлена?

2. Какую силу называют силой Ампера, чему она равна по величине, как направлена? В чем состоит правило «левой руки»?

3. Чему равна результирующая сила Ампера, действующая на контур с током в однородном магнитном поле?

4. Что такое момент силы относительно точки?

5. Что такое магнитный момент контура с током? Чему он равен по величине? Как направлен?

6. Чему равен момент сил Ампера, действующих на контур с током в однородном магнитном поле?

7. По формуле (4) рассчитайте магнитное поле катушек Гельмгольца при $N_K = 154$, $R = 200$ мм, $I_K = 1$ А. Рассчитайте момент сил Ампера, действующих на круговой виток с током $I = 2$ А радиусом $r = 60$ мм, помещенный между этими катушками, если плоскость витка составляет угол 30° с осью катушек.

Рекомендуемая литература

1. И.Е. Иродов. Электромагнетизм. Основные законы. Москва-Санкт-Петербург: ФИЗМАТЛИТ, 2001. §§ 6.7, 6.8.

Приложение 1

На страницах 4, 5 показано, что, если контур прямоугольный, а однородное магнитное поле параллельно одной из сторон контура, то

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}], \text{ где } \vec{p}_m = IS\vec{n}.$$

Если вектор \vec{B} перпендикулярен контуру, то силы Ампера лишь сжимают или растягивают контур и суммарный момент сил Ампера равен нулю. (рис.10).

При произвольной ориентации вектора \vec{B} его можно представить в виде суммы трех составляющих $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$, где \vec{B}_1 и \vec{B}_2 параллельны смежным сторонам прямоугольного контура, а \vec{B}_3 перпендикулярен плоскости контура. Учитывая, что $[\vec{p}_m \vec{B}_3] = 0$, так как векторы \vec{p}_m и \vec{B}_3 параллельны, получим

$$[\vec{p}_m \vec{B}] = [\vec{p}_m (\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3)] = [\vec{p}_m (\vec{B}_1 + \vec{B}_2)] = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = \vec{M},$$

что доказывает справедливость формулы (3) при произвольной ориентации прямоугольного контура относительно вектора магнитной индукции.

Остается рассмотреть случай, когда контур с током имеет произвольную форму и не обязательно лежит в одной плоскости. Мысленно натянем на контур с током произвольную поверхность S и разобьем ее вспомогательными линиями на очень маленькие площадки ΔS (рис.11).

Пропустив по этим вспомогательным линиям равные и противоположно направленные токи величины I , представим момент \vec{M} в виде суммы моментов, действующих на такие элементарные

площадки. Но каждая малая площадка может рассматриваться как плоская. Сложив моменты, действующие на элементарные площадки, снова получим

$$\vec{M} = \sum [\vec{p}_{mi}, \vec{B}] = [\sum I \Delta S_i \vec{n}_i, \vec{B}] = [\vec{p}_m, \vec{B}],$$

где $\vec{p}_m = I \vec{S}$, а под вектором \vec{S} нужно понимать интеграл $\vec{S} = \int_S \vec{n} dS$, взятый по произвольной поверхности S , натянутой на контур с током. Можно показать, что этот интеграл не зависит от выбора вспомогательной поверхности S , а зависит только от формы контура.

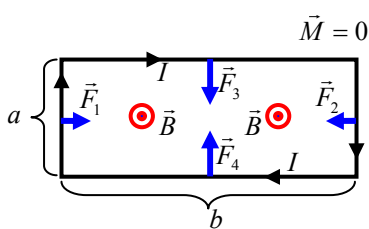


Рис.10.

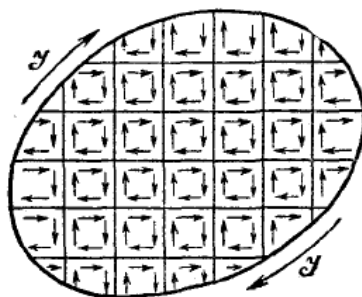


Рис.11.

Формула (3) справедлива и для неоднородного магнитного поля, если размеры контура достаточно малы.

Приложение 2

Сначала вычислим магнитное поле на оси кругового витка с током. На рис. 12 показан круговой виток с током в разрезе. В сечении провода M ток i течет из плоскости чертежа "на нас", в сечении N ток втекает в плоскость чертежа.

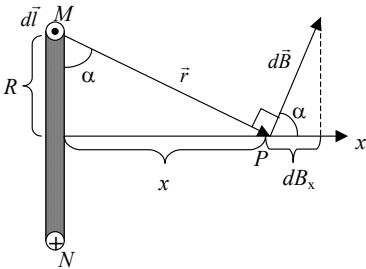


Рис.12.

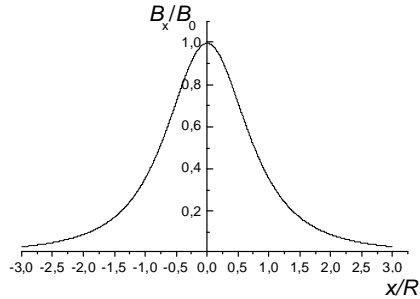


Рис.13.

Вектор $d\vec{B}$ - индукция магнитного поля, созданного в точке P элементом тока idl ($d\vec{l}$ - бесконечно малый элемент провода с током в сечении M). Заметим, что в соответствии с законом Био-Савара векторы $d\vec{l}$, \vec{r} и $d\vec{B}$ взаимно перпендикулярны и образуют правую тройку векторов. Вектор $d\vec{B}$ изображен в "точке наблюдения", расположенной на расстоянии x от плоскости витка. От всех элементов тока будет образовываться конус векторов $d\vec{B}$. Легко понять, что результирующий вектор \vec{B} в точке наблюдения будет направлен вдоль оси x . Это означает, что для нахождения модуля вектора \vec{B} достаточно сложить проекции векторов $d\vec{B}$ на ось x . Каждая такая проекция имеет вид

$$dB_x = dB \cos \alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{idl r \sin 90^\circ}{r^3} \cos \alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{idl}{r^2} \cos \alpha.$$

Интегрируя это выражение по dl (это дает $2\pi R$) и учитывая, что $\cos \alpha = R/r$ и $r^2 = R^2 + x^2$, получим

$$B_x = \frac{\mu_0}{2} \frac{iR^2}{r^3} = \frac{\mu_0}{2} \frac{iR^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}.$$

Рассчитанный по этой формуле график зависимости B_x от x в относительных единицах приведен на рис. 13 ($B_0 = \mu_0 i / 2R$ - магнитное поле в центре витка).

Вычислим теперь магнитное поле на оси катушек Гельмгольца. Будем считать, что ток в каждой катушке I , а число витков N_K , радиусы катушек R , расстояние между центрами катушек тоже равно R . Начало отсчета на оси x выберем посередине между катушками. Тогда магнитное поле на оси определится формулой:

$$B_x = \frac{\mu_0}{2} \frac{iR^2}{\left(\left(\frac{R}{2} + x\right)^2 + R^2\right)^{3/2}} + \frac{\mu_0}{2} \frac{iR^2}{\left(\left(\frac{R}{2} - x\right)^2 + R^2\right)^{3/2}},$$

где $i = NI_K$. При $x = 0$ поле $B = B_0 = \frac{8\mu_0 i}{(5\sqrt{5})R} \approx 0,716 \frac{\mu_0 N_K I_K}{R}$.

Обозначим $\chi = x/R$. Тогда

$$\frac{B}{B_0} = \frac{5\sqrt{5}}{8} \left(\frac{1}{(0,5 + \chi)^2 + 1} \right)^{3/2} + \left(\frac{1}{(0,5 - \chi)^2 + 1} \right)^{3/2}.$$

На рис. 14 приведен график зависимости индукции магнитного поля от координаты x в относительных единицах. Видно, что между катушками индукция магнитного изменяется с координатой x менее, чем на 5%.

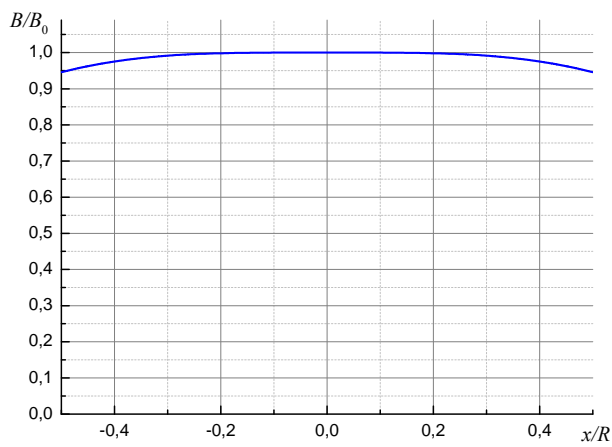


Рис. 14.