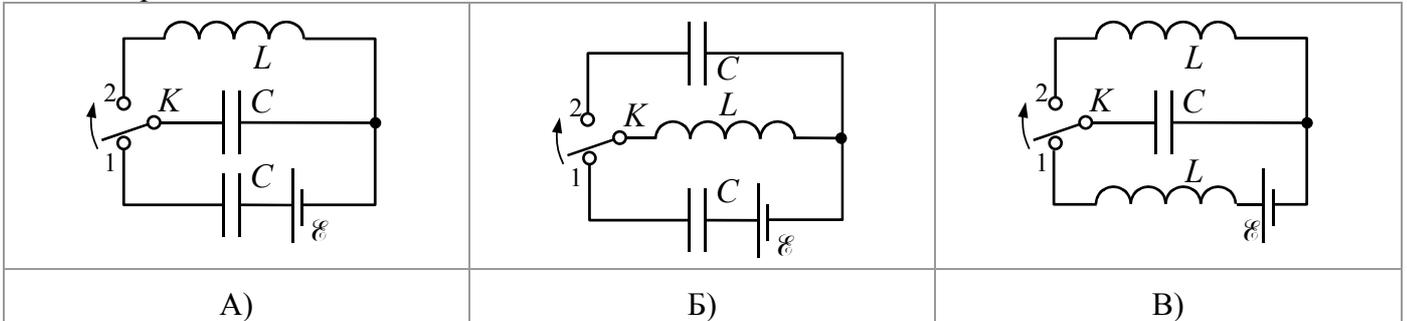


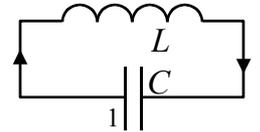
15. Электрические колебания

Вопросы

1. Дифференциальное уравнение, описывающее свободные колебания заряда конденсатора в колебательном контуре, имеет вид $A\ddot{q} + Bq = 0$, где A и B – известные положительные постоянные. Чему равен период T колебаний заряда?
2. В каких случаях после перевода ключа K из положения 1 в положение 2 (см. рис.) возникают электрические колебания?



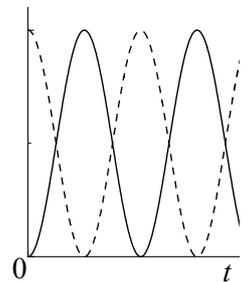
3. Ток в идеальном колебательном контуре изменяется по закону $I(t) = I_m \sin \omega t$, где $I_m = 0,1$ А, $\omega = 1000$ с⁻¹. Если направление положительного тока выбрано, как показано на рисунке, то заряд обкладки «1» конденсатора в момент времени $t = 2$ мс:



А)	положительный;
Б)	отрицательный;
В)	равен нулю.

4. В идеальном колебательном контуре происходят электрические колебания. На рисунке приведены графики зависимости от времени:

А)	тока в контуре и напряжения на конденсаторе;
Б)	энергии конденсатора и энергии катушки;
В)	энергии катушки и полной энергии;
Г)	энергии конденсатора и тока в контуре.

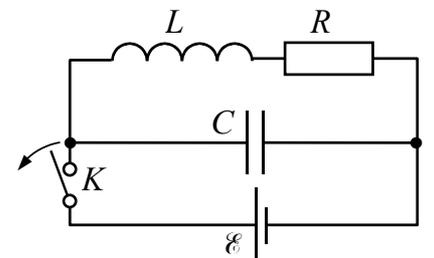


5. Дифференциальное уравнение, описывающее свободные колебания заряда конденсатора в колебательном контуре, имеет вид $A\ddot{q} + B\dot{q} + Cq = 0$, где A и B – положительные постоянные. Коэффициент затухания колебаний β равен:

А) B ;	Б) $B/2A$;	В) C ;	Г) $C/2A$.
----------	-------------	----------	-------------

6. После размыкания ключа K (см. рис.) в момент $t = 0$ в контуре возникают затухающие электрические колебания. При этом зависимость от времени заряда конденсатора описывается формулой $q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha)$, где:

А)	$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ - частота затухающих колебаний;
Б)	$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ - собственная частота;
В)	$\beta = R/2L$ - коэффициент затухания;
Г)	α - начальная фаза колебаний;
Д)	q_0 - заряд конденсатора в момент $t = 0$.



7. За миллисекунду амплитуда колебаний тока в колебательном контуре уменьшилась от $I_0 = 2,7$ мА до $I_1 = 1$ мА. Чему равен коэффициент затухания β колебаний?

8. На рис.1 приведены графики зависимости от времени токов в колебательных контурах 1 и 2. Если активные сопротивления контуров одинаковы, то емкости и индуктивности контуров связаны соотношениями:

А)	$L_1 = L_2, C_1 > C_2;$
Б)	$L_1 < L_2, C_1 = C_2;$
В)	$L_1 = L_2, C_1 < C_2;$
Г)	$L_1 < L_2, C_1 > C_2;$

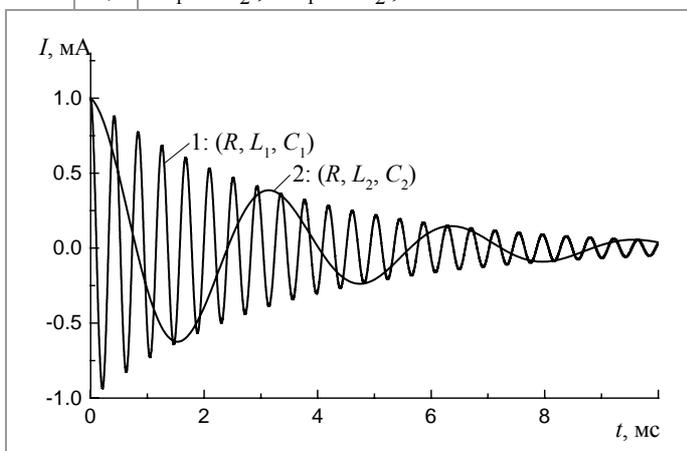


Рис.1

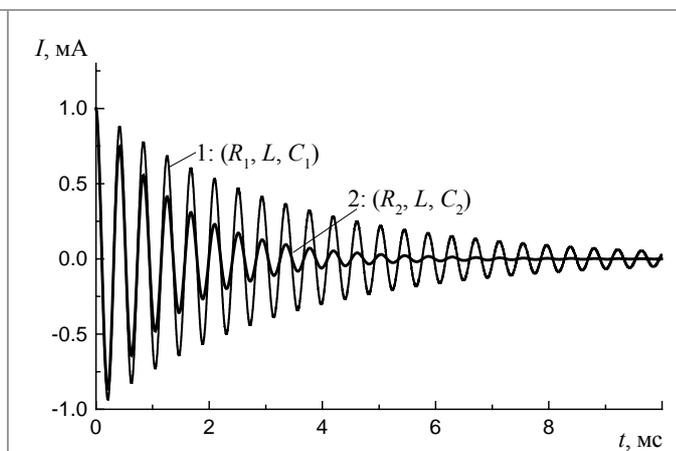


Рис.2

9. На рис.2 приведены графики зависимости от времени токов в колебательных контурах 1 и 2. Если индуктивности контуров одинаковы, то емкости и активные сопротивления этих контуров связаны соотношениями:

А)	$R_1 = R_2, C_1 > C_2;$
Б)	$R_1 < R_2, C_1 = C_2;$
В)	$R_1 > R_2, C_1 = C_2;$
Г)	$R_1 = R_2, C_1 < C_2;$

10. Сравните добротности колебательных контуров, колебания тока в которых показаны на рис.1 и рис.2.

11. При увеличении емкости колебательного контура:

А)	собственная частота колебаний уменьшается;
Б)	коэффициент затухания не изменяется;
В)	логарифмический декремент затухания увеличивается.

12. При замене в колебательном контуре катушки на другую индуктивность контура и его активное сопротивление увеличились в 2 раза. Во сколько раз изменился логарифмический декремент затухания контура, если известно, что он значительно меньше единицы?

Задачи

Колебательный контур. Свободные незатухающие колебания

15.1. Сила тока I в катушке идеального колебательного контура меняется со временем t по закону $I(t) = 0,04 \cdot \sin(2000t)$, где все величины приведены в СИ. Напряжение на конденсаторе при $t = 0$ равно $U_m = 2$ В. Определите индуктивность L катушки.

15.2. Напряжение U на конденсаторе идеального колебательного контура меняются со временем t по законам $U(t) = 2 \cdot \sin(1000t)$, где все величины приведены в СИ. Величина тока в контуре при $t = 0$ равна $I_0 = 4$ мА. Определите емкость C конденсатора.

15.3. К конденсатору емкостью $C = 10$ мкФ, заряд которого $Q = 20$ мкКл, подключили идеальную катушку индуктивностью $L = 0,2$ Гн. Найдите силу тока I в контуре в момент времени, когда энергия конденсатора равна энергии катушки.

15.4. Энергия конденсатора емкостью $C = 1$ нФ, включенного в идеальный колебательный контур, достигает при колебаниях максимального значения $W_m = 0,1$ мкДж через промежутки времени $\tau = 1$ мкс. Определите амплитуду I_m колебаний тока в контуре.

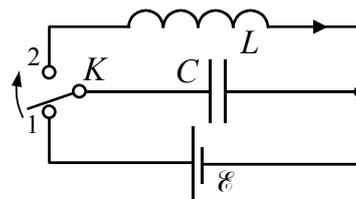
15.5. В идеальном колебательном контуре, состоящем из конденсатора емкостью $C = 0,01$ мкФ и катушки, происходят гармонические колебания. Энергия конденсатора изменяется от максимального значения до нуля за время $\tau = 1$ мкс. Определите индуктивность L катушки.

15.6. В колебательном контуре, состоящем из конденсатора и катушки индуктивностью $L = 1$ мГн, происходят свободные незатухающие колебания, при которых энергия магнитного поля катушки меняется по закону $W_L = W_1(1 - \cos \Omega t)$, где $W_1 = 25 \cdot 10^{-9}$ Дж, $\Omega = 2 \cdot 10^5$ с⁻¹, t - время. Определите емкость конденсатора C и амплитуду U_m колебаний напряжения в контуре.

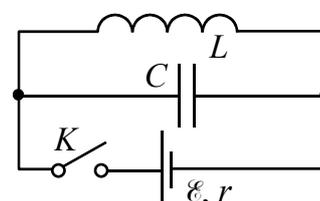
15.7. В идеальном колебательном контуре в некоторый момент времени заряд конденсатора $q = 4$ нКл, а сила тока $I = 3$ мА. Период колебаний заряда в контуре $T = 6,3$ мкс. Найдите максимальный заряд q_m конденсатора.

15.8. В колебательном контуре, состоящем из конденсатора емкости C и катушки индуктивности L , совершаются свободные незатухающие колебания, при которых амплитуда тока равна I_m . Найдите связь между током I в контуре и зарядом конденсатора q . Постройте график зависимости $I(q)$. Укажите направление, в котором будет смещаться по графику точка $I(q)$ с ростом времени t .

15.9. В схеме, изображенной на рисунке, ключ, первоначально находившийся в положении 1, в момент времени $t = 0$ переводят в положение 2. Пренебрегая сопротивлением катушки и считая известными ЭДС источника \mathcal{E} , индуктивность катушки L и емкость конденсатора C , определите зависимость тока в контуре от времени. Направлением положительного тока считать указанное на рисунке.

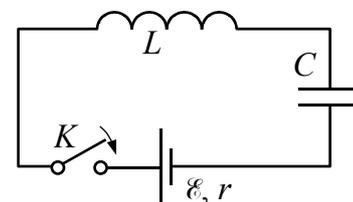


15.10. В схеме, изображенной на рисунке, первоначально ключ K замкнут. В момент $t = 0$ ключ размыкают. Пренебрегая сопротивлением катушки и считая известными ЭДС источника \mathcal{E} , его внутреннее сопротивление r , индуктивность катушки L и емкость конденсатора C , определите зависимость тока в катушке от времени.



15.11. Когда ключ K в приведенной на рисунке схеме размыкают, в контуре возникают колебания с периодом $T = 3,14$ мкс. При этом амплитуда колебаний напряжения на конденсаторе в $N = 5$ раз больше ЭДС источника. Найдите индуктивность L и емкость C контура, если внутреннее сопротивление источника $r = 10$ Ом, а сопротивление катушки пренебрежимо мало.

15.12. Пренебрегая сопротивлением катушки и внутренним сопротивлением источника, найдите максимальный ток в цепи (см. рис.) и максимальное напряжение на конденсаторе после замыкания ключа K .



15.13. Колебательный контур состоит из двух параллельно соединенных конденсаторов одинаковой емкости C и катушки индуктивности L . В контуре происходят свободные электрические колебания. В момент времени, когда ток через катушку был равен половине своего максимального значения, один из конденсаторов отключили. Во сколько раз изменилась после этого амплитуда колебаний тока через индуктивность?

15.14. Колебательный контур состоит из двух последовательно соединенных одинаковых катушек и конденсатора. В момент времени, когда напряжение на конденсаторе было равно половине своего максимального значения, концы одной из катушек замкнули проводом. Во сколько раз изменилась после этого амплитуда колебаний напряжения на конденсаторе, если сопротивления проводов и обмоток катушек равны нулю? Объясните уменьшение энергии колебаний.

15.15. В колебательном контуре, состоящем из плоского конденсатора и катушки индуктивности, происходят свободные незатухающие колебания, при которых амплитуда колебаний напряжения равна U_0 . В тот момент, когда напряжение на конденсаторе было равно U , расстояние между обкладками конденсатора быстро (по сравнению с периодом колебаний) уменьшают в n раз. Определите амплитуду U_1 новых колебаний напряжения на конденсаторе.

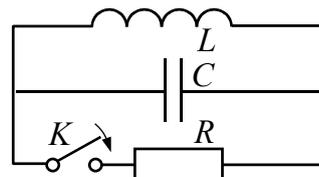
15.16. В колебательном контуре, состоящем из плоского конденсатора и катушки индуктивности, происходят свободные незатухающие колебания, при которых амплитуда колебаний тока равна I_0 . В конденсаторе расположена диэлектрическая пластина с диэлектрической проницаемостью ϵ , которая полностью заполняет пространство между обкладками. В тот момент, когда в контуре протекал ток I , пластину быстро (по сравнению с периодом колебаний) удаляют из конденсатора. Определите амплитуду I_1 новых колебаний тока в контуре.

15.17. На длинный соленоид вблизи его середины намотана короткая катушка из $N = 100$ витков радиуса $r = 2$ см, выводы которой подключены к конденсатору. По обмотке соленоида течет постоянный ток, создающий внутри него практически однородное магнитное поле индукции B , параллельное оси соленоида. После быстрого выключения тока через соленоид напряжение на конденсаторе начинает периодически меняться с частотой $\omega = 10^4 \text{ с}^{-1}$ и амплитудой $U_m = 10$ В. Определите индукцию магнитного поля B . Сопротивлением катушки пренебречь.

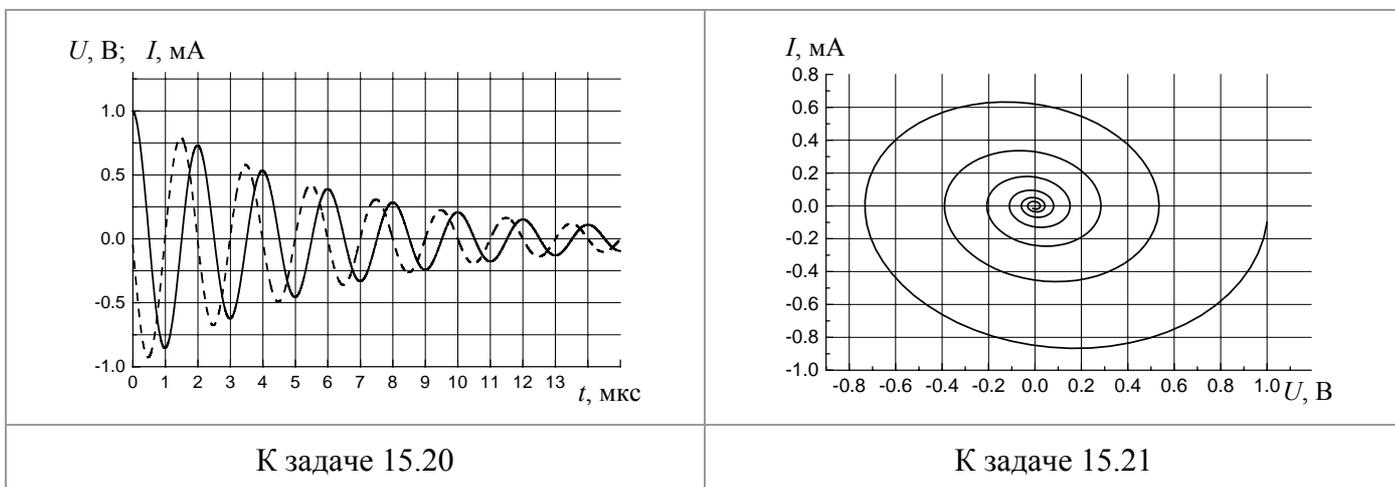
Затухающие колебания

15.18. Конденсатор емкостью $C = 2$ мкФ, заряженный до напряжения $U_0 = 50$ В, начинает разряжаться через катушку индуктивностью $L = 2$ мГн. Спустя некоторое время после начала разряда мгновенные значения напряжения на конденсаторе и тока в катушке были равны $U = 30$ В и $I = 1$ А. Определите количество теплоты Q , выделившееся в электрической цепи за это время.

15.19. В колебательном контуре происходят свободные колебания. В момент времени, когда напряжение на конденсаторе $U = 4$ В, а ток в контуре $I = 10$ мА, параллельно колебательному контуру подключают резистор (замыкают ключ K в схеме, изображенной на рисунке). Какое количество теплоты Q выделится на резисторе после этого? Емкость конденсатора $C = 1$ мкФ, индуктивность катушки $L = 0,1$ Гн. Сопротивлением катушки пренебречь.



15.20. В колебательном контуре происходят свободные затухающие колебания. На рисунке приведены графики зависимости от времени напряжения на конденсаторе (сплошная кривая) и тока в контуре (штриховая) в контуре. Считая известной емкость конденсатора $C = 1$ мкФ, определите а) индуктивность катушки, б) коэффициент затухания, в) логарифмический декремент затухания, г) добротность, д) активное сопротивление контура. Какие из этих величин можно определить, не задавая конкретного значения емкости C ?



15.21. На рисунке приведен график зависимости тока в колебательном контуре от напряжения на конденсаторе. Определите логарифмический декремент затухания.

15.22. В колебательном контуре с емкостью C и индуктивностью L происходят свободные затухающие колебания, при которых ток меняется во времени по закону $I = I_m \exp(-\beta t) \sin \omega t$. Найдите напряжение на конденсаторе в зависимости от времени и в момент $t = 0$.

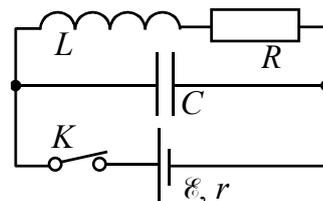
15.23. На сколько процентов отличается частота ω свободных колебаний тока в колебательном контуре с добротностью $Q = 5$ от собственной частоты ω_0 колебаний в этом контуре?

15.24. Колебательный контур состоит из конденсатора емкости $C = 4$ мкФ и катушки индуктивности $L = 2$ мГн и активным сопротивлением $R = 10$ Ом. Найдите отношение энергии магнитного поля катушки к энергии электрического поля конденсатора в момент максимума тока.

15.25. Колебательный контур имеет емкость $C = 10$ мкФ, индуктивность $L = 25$ мГн и активное сопротивление $R = 1$ Ом. Через сколько колебаний амплитуда тока в этом контуре уменьшится в e раз?

15.26. Найдите время, за которое амплитуда колебаний тока в контуре с добротностью $Q = 5000$ уменьшится в $n = 2$ раза, если частота колебаний $\nu = 2,2$ МГц.

15.27. В схеме, изображенной на рисунке, ЭДС источника $\mathcal{E} = 2$ В, его внутреннее сопротивление $r = 9$ Ом, емкость конденсатора $C = 10$ мкФ, индуктивность катушки $L = 100$ мГн и сопротивление $R = 1$ Ом. В некоторый момент ключ K разомкнули. Найдите энергию колебаний в контуре: а) непосредственно после размыкания ключа; б) через время $t = 0,3$ с после размыкания ключа.



15.28. Колебательный контур содержит конденсатор с утечкой. Емкость конденсатора C , его активное сопротивление R , индуктивность катушки L . Сопротивление катушки и проводов пренебрежимо мало. Найдите: а) частоту затухающих колебаний такого контура; б) его добротность.

15.29. В контуре, добротность которого $Q = 50$ и собственная частота колебаний $\nu_0 = 5,5$ кГц, возбуждаются затухающие колебания. Через сколько времени энергия, запасенная в контуре, уменьшится в $n = 2$ раза?

Ответы

15.1. $L = U_m / \omega I_m = 25$ мГн

15.2. $C = I_0 / \omega U_m = 2$ мкФ

15.3. $I = Q / \sqrt{2LC} = 10$ мА

15.4. $I_m = (\pi / \tau) \sqrt{2W_m C} \approx 44$ мА

15.5. $L = 4\tau^2 / \pi^2 C \approx 40$ мкГн

15.6. $C = 4 / L\Omega^2 = 0,1$ мкФ, $U_m = \Omega \sqrt{W_1 L} = 1$ В

15.7. $q_m = \sqrt{q^2 + (IT / 2\pi)^2} \approx 5$ нКл

15.8. $(q / q_m)^2 + (I / I_m)^2 = 1$, где $q_m = I_m / \omega$. График зависимости $I(q)$ - эллипс.

Точка смещается «по часовой стрелке»

15.9. $I = \omega C \mathcal{E} \sin \omega t$, где $\omega = 1 / \sqrt{LC}$

15.10. $I = (\mathcal{E} / r) \cos \omega t$ где $\omega = 1 / \sqrt{LC}$

15.11. $C = T / 2\pi r N = 10$ нФ, $L = TrN / 2\pi = 25$ мкГн

15.12. $I_m = \mathcal{E} \sqrt{C / L}$, $U_{Cm} = 2\mathcal{E}$

- 15.13. $I_2 / I_1 = \sqrt{5/8}$
- 15.14. $U_2 / U_1 = \sqrt{5/8}$
- 15.15. $U_1 = \frac{1}{n} \sqrt{n(U_0^2 - U^2) + U^2}$
- 15.16. $I_1 = \sqrt{I^2 + \varepsilon(I_0^2 - I^2)}$
- 15.17. $B = U_m / \pi r^2 N \omega \approx 8 \text{ мТл}$
- 15.18. $Q = (CU_0^2 - CU^2 - LI^2) / 2 = 0,6 \text{ мДж}$
- 15.19. $Q = CU^2 / 2 + LI^2 / 2 = 13 \text{ мкДж}$
- 15.20. а) $L \approx 0,10 \text{ мкГн}$, б) $\beta \approx 0,14 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$, в) $\lambda \approx 0,29$, г) $Q \approx 11$, д) $R \approx 0,030 \text{ Ом}$.
- 15.21. $\lambda \approx 0,63$
- 15.22. $U_C = I_m C \cdot e^{-\beta t} \sin(\omega t + \alpha)$, где α определяется формулой $\text{tg} \alpha = \omega / \beta$;
 $U_C(0) = I_m \sqrt{L / C(1 + \beta^2 / \omega^2)}$
- 15.23. $(\omega_0 - \omega) / \omega_0 = 1 - 1 / \sqrt{1 + 1/4Q^2} \approx 1/8Q^2 = 0,05 = 0,5 \%$
- 15.24. $W_L / W_C = L / CR^2 = 5$
- 15.25. $n = \sqrt{4L / CR^2 - 1} / 2\pi = 16$
- 15.26. $t = (Q / \pi \nu) \ln(n) = 0,5 \text{ с}$
- 15.27. а) $W_0 = \varepsilon^2 (L + CR^2) / 2(r + R)^2 = 2 \text{ мДж}$; б) $W = W_0 \exp(-tR / L) = 0,1 \text{ мДж}$
- 15.28. а) $\omega = \sqrt{(1/LC) - (1/4R^2C^2)}$; б) $Q = (1/2) \sqrt{(4R^2C/L) - 1}$
- 15.29. $t \approx (Q / 2\pi \nu_0) \ln(n) = 1 \text{ мс}$