

### Кинематика

1. Материальная точка движется вдоль оси  $x$  так, что  $V_x = At^2$ . В начальный момент времени координата точки  $x(0) = B$ . Найдите  $x(t)$ .
2. Материальная точка движется вдоль оси  $x$  так, что  $a_x = -A\sqrt{v_x}$ . В начальный момент времени  $v_x(0) = v_0$ . Найдите  $v_x(t)$ .
3. Материальная точка движется в плоскости  $xu$ . Задан закон движения  $x(t) = At$ ,  $y(t) = Bt^2$ . Найдите: а) модуль тангенциального ускорения в зависимости от времени, б) модуль нормального ускорения при  $t = 0$ , в) радиус кривизны траектории при  $t = 0$ .
4. Закон движения материальной точки задан уравнениями  $x = 2b \cos^2(\omega t)$ ,  $y = b \sin(2\omega t)$ , где  $b$  и  $\omega$  - положительные постоянные. Найдите: а) уравнение траектории материальной точки; б) величину скорости материальной точки; в) величину тангенциального ускорения; г) величину нормального ускорения; д) радиус кривизны траектории.
5. Колесо радиуса  $R = 0,1$  м катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания. Скорость оси колеса постоянна и равна  $v_c = 2$  м/с. Вычислите скорость, ускорение и радиус кривизны траектории верхней точки  $A$  обода колеса в  $K$ -системе отсчета, связанной с горизонтальной поверхностью.

### Динамика точки

6. Частица массы  $m$  движется вдоль оси  $x$  под действием силы  $F_x = -AV_x^2$  ( $F_x$  и  $V_x$  - проекции силы и скорости на ось  $x$ ). В начальный момент времени  $V_x(0) = V_0$ . Найдите  $V_x(t)$ .
7. Частица движется вдоль оси  $x$  под действием силы  $F_x = F_0 - \epsilon x$ , где  $F_0$  и  $\epsilon$  - положительные постоянные,  $x$  - расстояние от точки, в которой частица первоначально покоилась. Найдите расстояние, пройденное частицей до остановки.
8. Допустим, что скорость, с которой вылетает из ракеты топливо (в системе отсчета «ракета»), равна 500 м/с. Ракета стартует с нулевой начальной скоростью в отсутствие внешних сил. Вычислите величину скорости ракеты в момент, когда масса ракеты уменьшится приблизительно в 2,7 раза по сравнению со стартовой.
9. Две небольшие одинаковые шайбы массой  $m$  каждая, связаны нерастяжимой нитью длины  $l$  и движутся по гладкой горизонтальной плоскости. В некоторый момент времени скорости шайб перпендикулярны нити, сонаправлены и равны соответственно  $2v$  и  $3v$ . Найдите величину  $F$  силы натяжения нити.
10. Стержень длиной  $l$  вращают в горизонтальной плоскости равномерно с угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец. Вдоль стержня от оси вращения из состояния покоя без трения движется муфта массой  $m$ . Вычислите скорость муфты относительно стержня в момент времени, когда она достигнет конца стержня.
11. Горизонтальный диск вращают с угловой скоростью  $\vec{\omega}$ , направленной вертикально. По радиусу диска от его центра движется небольшое тело массой  $m$  с постоянной скоростью  $v_{\text{отн}}$  относительно диска. Вычислите величину  $F$  суммы сил инерции, действующих на тело в момент, когда оно удалено от оси вращения на расстояние  $r$ .

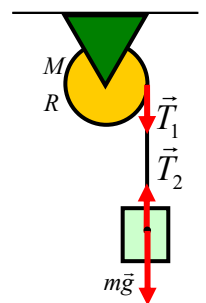
12. Стержень длиной  $l = 0,2$  м вращают в горизонтальной плоскости равномерно с угловой скоростью  $\Omega = 50/\sqrt{2}$  рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец. Вдоль стержня от оси вращения из состояния покоя без трения движется муфта массой  $m = 0,1$  кг. Вычислите величину  $F$  силы Кориолиса, действующую на муфту, когда она проходит середину стержня.

### Импульс. Работа. Энергия

13. Известно, что на небольшое тело массы  $m$  со стороны Земли массы  $M$  и радиуса  $R$  действует сила притяжения  $G \cdot m \cdot M/x^2$  (причем  $x > R$ ). Здесь  $x$  – расстояние от центра Земли до тела. Найдите разность потенциальных энергий  $U_2 - U_1$  взаимодействия тела, массой  $m$  и Земли в точках  $x_2 = R + H$  и  $x_1 = R$ .
14. Потенциальная энергия взаимодействия частицы с внешним силовым полем равна  $U(r) = \frac{A}{r} = A \cdot (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$ . Здесь  $A$  – постоянная величина. Найдите проекции  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$  силы, действующей на эту частицу, а также модуль силы  $F$ .
15. В результате абсолютно упругого центрального столкновения частицы 1 массы  $m_1$  с покоившейся частицей 2 обе частицы разлетелись в противоположных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Найдите массу  $m_2$  частицы 2.
16. В шар массы  $M$ , висающий на длинной легкой нерастяжимой нити, попадает шарик массы  $m$ , летящий со скоростью  $v_0$ . Происходит мгновенный абсолютно неупругий центральный удар. Найдите относительное приращение механической энергии системы этих тел за время соударения.
17. В результате абсолютно упругого столкновения частицы 1 с покоившейся частицей 2 обе частицы разлетелись симметрично относительно первоначального направления движения частицы 1, и угол между их направлениями разлета оказался равным  $60^\circ$ . Найдите отношение массы частицы 1 к массе частицы 2.
18. Два шарика массой  $m = 100$  г каждый движутся относительно лаборатории со скоростями  $v_1 = 10$  м/с и  $v_2 = 20$  м/с соответственно. В некоторый момент времени скорости шариков сонаправлены и лежат на прямой, проходящей через шарики. Вычислите собственную кинетическую энергию  $\tilde{T}$  системы шариков.

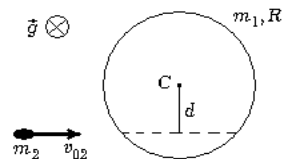
### Динамика твердого тела

19. Найдите ускорение груза массой  $m$ , прикрепленного к концу легкой нерастяжимой нити, намотанной на блок массы  $M$  (рис.). Трением в оси блока пренебречь, считать его сплошным цилиндром радиуса  $R$ .
20. На горизонтальной поверхности стола находится брусок массой  $m_1$ , к которому прикреплена легкая нерастяжимая нить. Нить перекинута через блок (однородный диск) радиусом  $R$  и массой  $m$ , укрепленный на краю стола. На другом конце нити подвешен груз массой  $m_2$ . Коэффициент трения бруска по столу равен  $\mu$ . Полагая, что блок вращается без трения и нить по блоку не скользит, найдите величину  $\beta$  углового ускорения блока.
21. Однородный горизонтальный диск массы  $m_1 = 0,5$  кг и радиуса  $R = 0,4$  м раскрутили до угловой скорости  $\omega_1 = 10 \cdot \sqrt{7}$  рад/с вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через его центр. На диск положили однородный стержень массы  $m_2 = 1$  кг длиной  $l = 0,8$  м так, что его середина совпала с центром диска. Стержень сразу при-

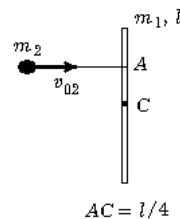


клеился к диску. Вычислите величину конечной кинетической энергии системы диск – стержень.

22. Однородный цилиндр радиуса  $R$  и массы  $m_1$  может вращаться без трения вокруг закрепленной вертикальной оси, проходящей через точку  $C$  и перпендикулярной плоскости рис. Пуля массы  $m_2$ , летящая горизонтально со скоростью  $\vec{v}_{02}$  попадает в боковую поверхность цилиндра, останавливается (см. рис.) и падает вниз. Найдите величину  $\omega$  угловой скорости, которую получит цилиндр. Прицельное расстояние  $d$  считайте заданным.



23. Два одинаковых горизонтальных диска, расположенных один выше, другой ниже, свободно вращаются вокруг вертикальной оси, проходящей через их центры. Моменты инерции дисков относительно этой оси равны  $I$ , а угловые скорости  $\vec{\omega}_1$  и  $\vec{\omega}_2 = 2\vec{\omega}_1$ . После падения верхнего диска на нижний оба диска благодаря трению между ними стали единым диском. Найдите работу  $A$ , совершенную силами трения (выразить через  $I$  и  $\omega_1$ ).
24. С одной высоты по наклонной плоскости скатываются сплошной и полый цилиндры одинаковых радиусов. Вычислите величину отношения скоростей центров масс сплошного и полого цилиндров при достижении ими основания наклонной плоскости.
25. Однородный стержень длины  $l = 1$  м и массы  $m_1$  может без трения вращаться в горизонтальной плоскости, вокруг закрепленной вертикальной оси, проходящей через его середину  $C$ . На стержень налетает небольшое тело массы  $m_2 = m_1$ , с горизонтальной скоростью  $v_{02} = 5$  м/с (см. рис.), и отскакивает от него со скоростью  $v_2 = 3$  м/с в противоположном направлении. Найдите величину угловой скорости  $\omega$  стержня после столкновения.



### СТО

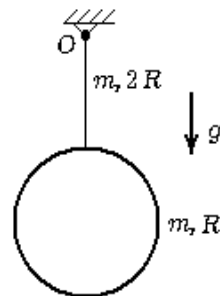
26. Две частицы движутся навстречу друг другу со скоростями  $0,9 \cdot c$  каждая относительно лабораторной системы отсчета. Найдите скорость первой частицы относительно второй.
27. Скорость частицы увеличилась от величины  $0,6 \cdot c$  до  $0,8 \cdot c$ . Во сколько раз увеличилась ее кинетическая энергия?
28. Две частицы движутся друг за другом по одной прямой со скоростями  $0,75 \cdot c$  относительно лабораторной системы отсчета и попадают в неподвижную мишень с интервалом времени, равным  $50$  нс по лабораторным часам. Найдите собственное расстояние между частицами до попадания в мишень.
29. Релятивистская частица массой  $m$  начинает двигаться под действием постоянной силы  $\vec{F}$ . Найдите зависимость скорости частицы от времени и изобразите эту зависимость на графике.

### Колебания

30. Материальная точка совершает гармонические колебания вдоль координатной оси  $X$  около положения равновесия  $x = 0$ . Циклическая частота колебаний  $\omega = 4$  с<sup>-1</sup>. В начальный момент времени  $t = 0$  координата и проекция скорости равны  $x_0 = 0$  и  $v_{x0} = 0,1$  м/с. Найдите проекцию скорости  $v_x$  материальной точки для момента времени  $t = 2,4$  с.
31. Частица массы  $m$  находится в одномерном поле консервативных сил и потенциальная энергия ее взаимодействия с полем зависит от координаты  $x$  как  $U(x) = a/x^2 - b/x$ ,

где  $a$  и  $b$  - положительные постоянные. Определите значение координаты  $x_0$ , соответствующее положению устойчивого равновесия. Найдите циклическую частоту  $\omega$  малых колебаний частицы.

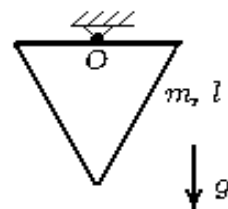
32. Кольцо массы  $m$ , радиуса  $R$ , прикрепленное к стержню, массы  $m$ , длины  $2R$  подвешено в поле сил тяжести в точке  $O$ . Описанное твердое тело может без трения вращаться вокруг точки  $O$  в плоскости рисунка. Найдите циклическую частоту  $\omega$  малых колебаний смещения тела от положения равновесия.



33. Координата, определяющая смещение шарика из положения равновесия, зависит от времени по закону  $x(t) = A \cos \omega t$ . Найдите отношение величин скоростей шарика в точке, отстоящей от положения равновесия на три пятых амплитуды колебаний, и в положении равновесия.

34. Амплитуды смещений вынужденных гармонических колебаний при частотах  $\omega_1 = 400 \text{ с}^{-1}$  и  $\omega_2 = 600 \text{ с}^{-1}$  равны друг другу. Найдите частоту  $\omega$ , при которой амплитуда смещения максимальна.

35. Три однородных одинаковых стержня длины  $l$  каждый, образуют треугольник, подвешенный в поле сил тяжести в точке  $O$ . Треугольник может без трения вращаться вокруг точки  $O$  в плоскости рисунка. Найдите циклическую частоту  $\omega$  малых колебаний смещения треугольника от положения равновесия.



### Термодинамика и молекулярная физика

36. Три моля идеального газа, находящегося при температуре  $T_0 = 273 \text{ К}$ , изотермически расширили в  $n = 5$  раз и затем изохорически нагрели так, что его давление стало равным первоначальному. За весь процесс газу сообщили количество тепла  $Q = 80 \text{ кДж}$ . Найдите показатель адиабаты  $\gamma$  для этого газа.
37. Объем моля идеального газа с показателем адиабаты  $\gamma$  изменяют по закону  $V = a/T$ , где  $a$  - постоянная. Найдите количество тепла, полученное газом в этом процессе, если его температура испытала приращение  $\Delta T$ .
38. Состояние идеального газа изменяется по циклу Карно. Абсолютная температура нагревателя в 2 раза больше абсолютной температуры холодильника. За один цикл газ совершает работу  $12 \text{ кДж}$ . Вычислите работу газа при изотермическом сжатии, совершаемую газом в этом цикле.
39. Состояние идеального газа изменяется по циклу Карно. Работа газа при изотермическом расширении равна  $5 \text{ кДж}$ . Вычислите работу газа при изотермическом сжатии, если КПД цикла  $20\%$ .
40. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, совершает за один цикл работу  $37 \text{ кДж}$ . При этом она берет тепло от тела с температурой  $-10 \text{ }^\circ\text{C}$  и передает тепло телу с температурой  $17 \text{ }^\circ\text{C}$ . Найдите величину тепла, взятого у холодного тела.
41. Два одинаковых теплоизолированных сосуда, соединенных трубкой с краном, содержат по 1 молю одного и того же идеального газа. Температура газа в одном сосуде  $T_1$ , в другом  $T_2$ . Молярная теплоемкость газа  $C_v$  известна. После открывания крана газ пришел в новое состояние равновесия. Найдите приращение энтропии газа.

42. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К),  $\ln 2 \approx 0,69$ . Вычислите приращение энтропии 1 моля углекислого газа при увеличении его абсолютной температуры в 2 раза, если нагревание происходило при постоянном объеме.
43. Универсальная газовая постоянная  $8,31$  Дж/(моль·К),  $\ln 3 \approx 1,099$ . Вычислите приращение энтропии двух молей идеального газа, если в изотермическом процессе объем газа увеличился в 3 раза.