

## Лабораторная работа 3

### Изучение магнитного поля на оси соленоида

**Цель работы.** Исследование распределения индукции магнитного поля вдоль оси соленоида.

**Приборы и оборудование.** Генератор синусоидального тока, цифровой вольтметр, соленоид, зондовая катушка, компас.

#### Теоретическая часть

Рассмотрим проводник, намотанный по винтовой линии на поверхность цилиндра. Такой обтекаемый ток цилиндр называют соленоидом. Если шаг винтовой линии мал по сравнению с радиусом витка, то магнитное поле соленоида можно рассматривать как результат сложения полей, создаваемых круговыми токами, расположенными рядом и имеющими общую ось.

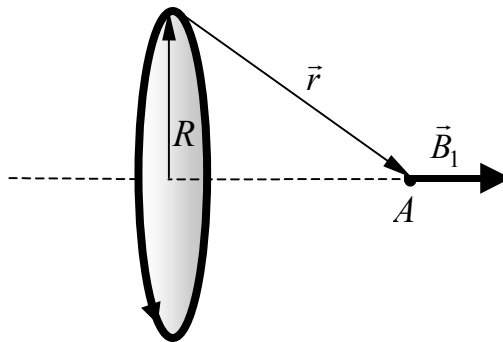


Рис.1. Круговой ток

Величина индукции магнитного поля в некоторой точке  $A$  на оси кругового тока  $i$  радиуса  $R$  (рис. 1) определяется выражением

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2} \frac{iR^2}{r^3}, \quad (1)$$

которое можно получить, воспользовавшись законом Био-Савара и принципом суперпозиции (см. Приложение), где  $\mu_0$  - магнитная постоянная,  $r$  - модуль вектора  $\vec{r}$ , определяющего положение точки  $A$ .

Если соленоид имеет длину  $l$  и содержит  $N$  витков, то малая часть соленоида длиной  $dl$  (рис. 2а) содержит  $(N/l)dl$  витков и может рассматриваться как круговой ток величиной  $di = i(N/l)dl$ . Учитывая, что

$$dl \sin \varphi = r d\varphi$$

(см. рис. 2б,  $d\varphi$  - бесконечно малое приращение угла  $\varphi$ ), получим для индукции магнитного поля в точке  $A$  на оси такого "элементарного" соленоида

$$dB = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2 n i d\varphi}{r^2 \sin \varphi},$$

где  $n = N/l$  - число витков, приходящихся на единицу длины соленоида. Так как  $R = r \sin \varphi$ , то

$$dB = \frac{\mu_0}{2} i n \sin \varphi d\varphi \quad (2)$$

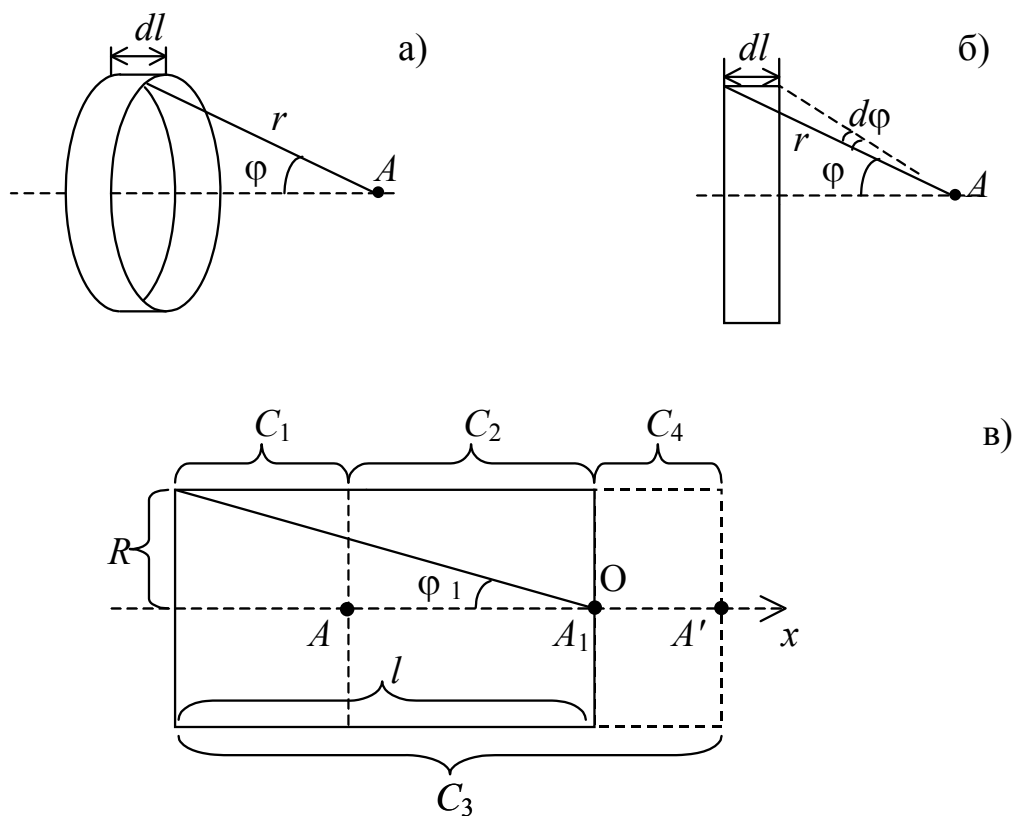


Рис. 2. К выводу формулы (3)

Интегрируя выражение (2) в пределах от  $\varphi_1$  до  $\pi/2$  (рис. 2в), получим индукцию магнитного поля в точке  $A_1$ , лежащей на торце соленоида:

$$B = \frac{\mu_0 in}{2} \cos \varphi_1 = \frac{\mu_0 in}{2} \frac{l}{\sqrt{l^2 + R^2}}.$$

Поле в произвольной точке  $A$ , лежащей на оси соленоида внутри него, может быть вычислено как сумма магнитных полей, создаваемых соленоидами  $C_1$  и  $C_2$  (рис. 2в), а в точке  $A'$ , лежащей вне соленоида, магнитное поле равно разности полей, создаваемых соленоидами  $C_3$  и  $C_4$ .

В результате получим

$$B = \frac{\mu_0 ni}{2} \left[ \frac{l+x}{\sqrt{(l+x)^2 + R^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right], \quad (3)$$

где  $x > 0$  вне соленоида и  $-l < x < 0$  внутри соленоида (рис. 2в).

Из выражения (3) следует, что в центре соленоида ( $x = -l/2$ ) индукция магнитного поля равна

$$B_0 = \frac{\mu_0 ni}{\sqrt{1 + (2R/l)^2}}. \quad (4)$$

В случае длинного соленоида ( $4R^2/l^2 \ll 1$ ) магнитное поле в его центральной части слабо зависит от  $x$  ( $B \approx \mu_0 ni$ ) и начинает заметно уменьшаться лишь на расстояниях  $(2...3)R$  от торцов соленоида. На торце длинного соленоида индукция магнитного поля становится равной  $\mu_0 ni/2$ .

Формула (3) справедлива не только для постоянных  $i$  и  $B$ , но и для мгновенных значений изменяющихся во времени тока и магнитного поля, если только их изменения не происходят слишком быстро (для квазистационарных токов). В частности, если ток через соленоид меняется по закону  $i = I_m \cos \omega t$ , то по такому же закону меняется и магнитное поле  $B = B_m \cos \omega t$ , причем амплитудные значения тока  $I_m$  и магнитного поля  $B_m$  на оси соленоида связаны формулой (3), в которой  $i = I_m$ ,  $B = B_m$ .

## Описание эксперимента

Измерения магнитного поля в данной работе проводятся на переменном токе и основаны на законе электромагнитной индукции. Измерительная схема установки приведена на рис. 3. Магнитное поле в соленоиде создается переменным током  $i = I_m \cos \omega t$  известной частоты  $\omega = 2\pi\nu$  (на рис.3 "Г" – генератор переменного напряжения). В этом случае магнитное поле в соленоиде также зависит от времени:  $B = B_m \cos \omega t$ .

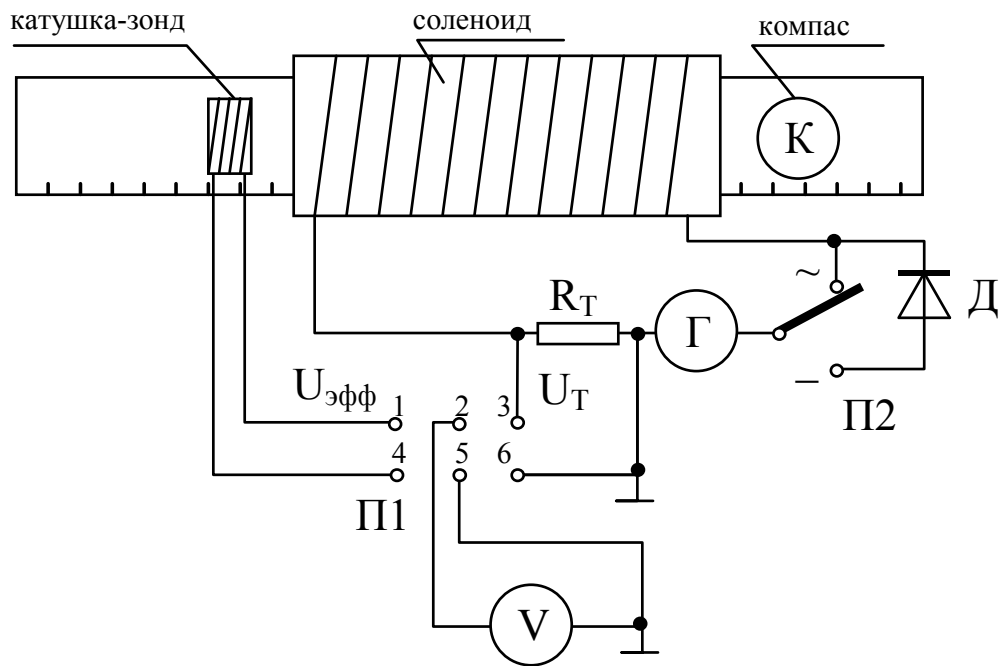


Рис. 3. Электрическая схема установки

На оси соленоида располагается специальный зонд, который представляет собой маленькую катушку, подключенную ко входу электронного вольтметра. По закону электромагнитной индукции в катушке-зонде возникает ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где  $\Phi$  - магнитный поток через витки зондовой катушки. Если магнитное поле, пронизывающее витки катушки, можно считать однородным и перпендикулярным плоскости ее витков, то  $\Phi = BS_\kappa N_\kappa$ , где  $S_\kappa = \pi d_\kappa^2 / 4$  - площадь одного витка,  $N_\kappa$  - число витков в катушке,  $d_\kappa$  - диаметр витка. Тогда

$$\mathcal{E}_i = \frac{\pi d_k^2 N_k \omega}{4} B_m \sin \omega t.$$

Вольтметр, подключенный к зондовой катушке измерит эффективное значение напряжения на катушке  $U_{\text{ЭФФ}} = \mathcal{E}_{im} / \sqrt{2}$ , где  $\mathcal{E}_{im} = \pi d_k^2 N_k \omega B_m / 4$  - максимальное значение ЭДС индукции. Поэтому

$$U_{\text{ЭФФ}} = \frac{(\pi d_k)^2 N_k \nu}{2\sqrt{2}} B_m, \quad (5)$$

где  $\nu = \omega / 2\pi$  - частота переменного тока через соленоид. Зная диаметр катушки, число витков, частоту и, измерив напряжение на катушке-зонде, можно рассчитать значение индукции магнитного поля  $B_m$ , созданного током  $I_m$  в соленоиде в том месте, где расположена зондовая катушка. Перемещая катушку вдоль оси соленоида, можно снять зависимость  $B_m(x)$  и сравнить ее с теоретической. Амплитуда тока  $I_m$  рассчитывается по закону Ома:

$$I_m = \sqrt{2} U_T / R_T,$$

где  $U_T$  - эффективное значение напряжения на резисторе  $R_T$ , который включен последовательно с соленоидом (рис. 3).

Переключатель П1 имеет два положения. Когда он находится в положении "U<sub>эфф</sub>", замкнуты контакты 1-2, 4-5 и вольтметр измеряет напряжение на зондовой катушке. Когда переключатель находится в положении "U<sub>T</sub>", замкнуты контакты 2-3, 5-6 и вольтметр измеряет напряжение на резисторе  $R_T$ . Переключатель П2 позволяет питать соленоид либо синусоидальным током, либо током, выпрямленным при помощи диода Д (такой режим питания используется во втором упражнении).

## Выполнение работы

**Упражнение 1.** Исследование распределения магнитного поля вдоль оси соленоида.

Переключатель П1 установите в положение "U<sub>T</sub>", а переключатель П2 в положение "~". Переведите вольтметр в режим измерения синусоидального напряжения. Установите частоту генератора в пределах  $\nu = 1$  кГц. Регулируя выходное на-

пряжение генератора и контролируя напряжение  $U_T$ , установите значение амплитуды тока через соленоид  $I_m$ , для которого выполнялось расчетное задание – вольтметр должен показывать напряжение  $U_T = I_m R_T / \sqrt{2}$ .

Поместите катушку-зонд в центр соленоида. Переключатель П1 установите в положение "U<sub>эфф</sub>", измерьте напряжение на катушке и при помощи формулы (5) определите индукцию магнитного поля в центре соленоида. Сравните полученное значение  $B_m$  с рассчитанным теоретически по формуле (4).

Перемещая катушку вдоль оси соленоида, снимите зависимость  $B_m(x)$ , постройте график этой зависимости на том же листе миллиметровки, на котором построен график, рассчитанный по формуле (3) при выполнении расчетного задания.

**Упражнение 2.** Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.

Переключатели П1 и П2 установите в положения "U<sub>T</sub>" и "–", вольтметр переведите в режим измерения постоянного напряжения. На некотором расстоянии  $x$  (3...10 см) от торца соленоида разместите компас (рис. 3). Подберите такую ориентацию соленоида, чтобы при выключенном токе стрелка компаса была направлена перпендикулярно к оси соленоида. Плавно увеличивая ток через соленоид, добейтесь поворота стрелки компаса на 45°, зафиксируйте соответствующее значение тока  $I_1$ . При этом токе величина индукции магнитного поля соленоида  $B_m(x)$  в месте расположения компаса будет равна величине горизонтальной составляющей магнитного поля Земли  $B_3$ . Учитывая, что магнитное поле соленоида в любой точке пространства пропорционально току, можно записать

$$B_3 = B_m(x) \frac{I_1}{I_m},$$

где  $B_m(x)$  и  $I_m$  определены в упражнении 1. Повторите измерения и расчеты  $B_3$  еще для двух-трех положений компаса.

## Подготовка к работе

1. Физические величины, явления, законы, знание которых необходимо для успешного выполнения работы:
  - вектор магнитной индукции, закон Био и Савара
  - магнитный поток, закон электромагнитной индукции
2. Приведите в рабочей тетради подробный вывод формул (1) - (5).
3. Изучите экспериментальную часть работы. Приведите в рабочей тетради электрическую схему измерений.

### Расчетное задание.

По формуле (3) рассчитайте зависимость индукции магнитного поля на оси соленоида от координаты  $x$ . Постройте график зависимости  $B(x)$  для  $-l/2 < x < l/2$ . При вычислениях примите длину соленоида равной  $l = 182$  мм, радиус соленоида  $R = 27$  мм. Число витков соленоида  $N$  и значение силы тока  $I$  возьмите из таблиц.

	Бригады 1 - 6	Бригады 7 - 12
Комната "А" (ближняя)	$N = 2745$	$N = 2855$
Комната "В" (дальняя)	$N = 2845$	$N = 2680$

Номер бригады	1 и 12	2 и 11	3 и 10	4 и 9	5 и 8	6 и 7
$I_m$ , мА	120	110	100	90	80	70

### Рекомендуемая литература

1. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы. Москва - Санкт-Петербург.: ФИЗМАТЛИТ, 2001, §§ 6.1-6.4, 9.1-9.2
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Электричество и магнетизм. Москва.: Астрель. АСТ, 2001, §§ 6.1-6.3, 6.11-6.12, 8.1-8.2

## Приложение

### Магнитное поле на оси кругового тока

На рис. 4 показан круговой виток с током в разрезе. В сечении провода  $M$  ток  $i$  течет из плоскости чертежа "на нас", в сечении  $N$  ток втекает в плоскость чертежа.

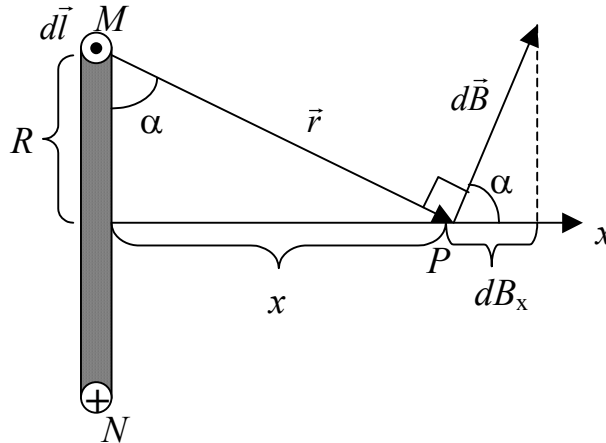


Рис. 4. К выводу формулы (1)

Вектор  $d\vec{B}$  - индукция магнитного поля, созданного в точке  $P$  элементом тока  $idl$  ( $d\vec{l}$  - бесконечно малый элемент провода с током в сечении  $M$ ). Заметим, что в соответствии с законом Био-Савара векторы  $d\vec{l}$ ,  $\vec{r}$  и  $d\vec{B}$  взаимно перпендикулярны и образуют правую тройку векторов. Вектор  $d\vec{B}$  изображен в "точке наблюдения", расположенной на расстоянии  $x$  от плоскости витка. От всех элементов тока будет образовываться конус векторов  $d\vec{B}$ . Легко понять, что результирующий вектор  $\vec{B}$  в точке наблюдения будет направлен вдоль оси  $x$ . Это означает, что для нахождения модуля вектора  $\vec{B}$  достаточно сложить проекции векторов  $d\vec{B}$  на ось  $x$ . Каждая такая проекция имеет вид

$$dB_x = dB \cos \alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{idl r \sin 90^\circ}{r^3} \cos \alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{idl}{r^2} \cos \alpha.$$

Интегрируя это выражение по всем  $dl$  (это дает  $2\pi R$ ) и учитывая, что  $\cos \alpha = R/r$  и  $r^2 = R^2 + x^2$ , получим



$$B_x = \frac{\mu_0 i R^2}{2 r^3} = \frac{\mu_0 i R^2}{2 (x^2 + R^2)^{3/2}}.$$

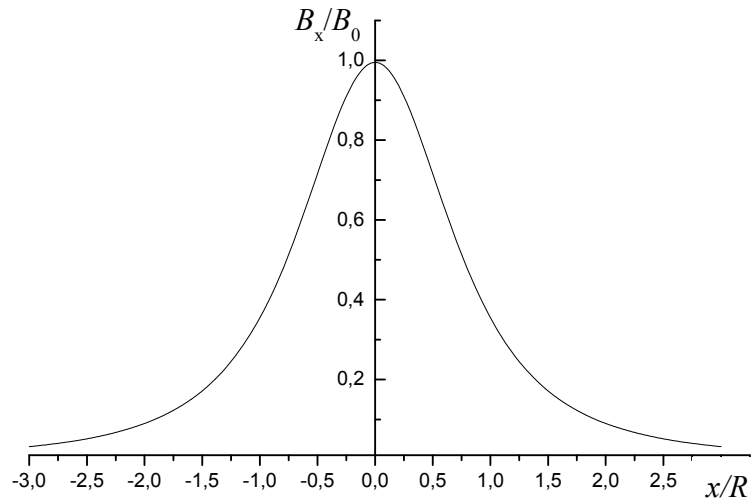


Рис. 5. Магнитное поле на оси кругового тока

Рассчитанный по этой формуле график зависимости  $B_x$  от  $x$  в относительных единицах приведен на рис. 5 ( $B_0 = \mu_0 i / 2R$  - магнитное поле в центре витка).