

## Интерференция световых волн

Интерференция возникает при наложении волн, создаваемых двумя или несколькими источниками, колеблющимися с одинаковыми частотами и некоторой постоянной разностью фаз. Такие источники называются когерентными.

При интерференции света интенсивность в области перекрытия световых волн имеет характер чередующихся светлых и темных полос. При использовании белого света интерференционные полосы окрашены в различные цвета спектра.

Рассмотрим два когерентных источника  $S_1$  и  $S_2$ . Пусть в испускаемых источниками волнах векторы напряженности  $\vec{E}$  совершают колебания в одном направлении. Тогда в некоторой точке  $P$ , удаленной от источников на  $r_1$  и  $r_2$ , проекция вектора  $\vec{E}$  на некоторое направление зависит от времени по закону:

$$E = E_1 \cos(\omega t - kr_1 + \alpha_1) + E_2 \cos(\omega t - kr_2 + \alpha_2) = E_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + E_2 \cos(\omega t + \varphi_2),$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  - волновое число,  $\varphi_1 = -kr_1 + \alpha_1$  и  $\varphi_2 = -kr_2 + \alpha_2$  - фазы колебаний в точке  $P$ .

Воспользовавшись методом векторных диаграмм, найдем амплитуду результирующих колебаний

$$E_m^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Поскольку интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды напряженности поля, то интенсивность в точке наблюдения  $P$  равна

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где  $I_1$  и  $I_2$  - интенсивности в точке  $P$  от каждого источника в отдельности.

Из полученной формулы видно, что интенсивность в точке  $P$  не равна сумме интенсивностей падающих волн, а зависит от разности фаз колебаний волн в этой точке, причем разность фаз

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \alpha_1 - \alpha_2 + \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

зависит от положения точки наблюдения  $P$ . Величину  $\Delta = r_2 - r_1$  называют разностью хода волн.

Тогда

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \alpha_1 - \alpha_2 + \frac{2\pi}{\lambda}\Delta.$$

Если начальные фазы и интенсивности  $I_1$  и  $I_2$  одинаковы, то

$$I = 2I_1 \left[ 1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \right].$$

Интенсивность волны максимальна и равна  $I = 4 I_1$  в тех точках, для которых

$$\Delta = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

то есть, когда разность хода равна целому числу длин волн. В этом случае колебания в точке  $P$ , вызванные источниками, происходят в одинаковых фазах.

Если

$$\Delta = m\lambda + \frac{\lambda}{2},$$

то интенсивность волны в точке наблюдения  $P$  равна нулю ( $I = 0$ ). В этом случае в точке  $P$  складываются колебания, смещенные по фазе на  $\pi + 2\pi m$ .

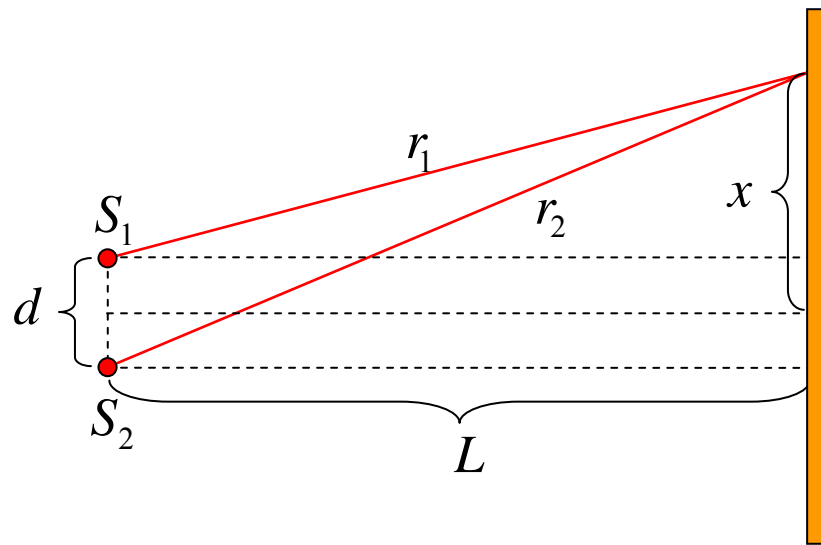
**Замечание.** Если интерферирующие волны проходят через среды с различными показателями преломления, то в формулах для условий максимума и минимума величину  $\Delta$  следует принять равной

$$\Delta = \int n_2 dl - \int n_1 dl .$$

Эту величину называют оптической разностью хода волн. В вакууме ( $n_1 = n_2 = 1$ ) оптическая разность хода «переходит» в геометрическую:  $\Delta = r_2 - r_1$ .

### Распределение интенсивности света на плоском удаленном экране

Пусть свет от двух когерентных источников, находящихся на расстоянии  $d$  друг от друга, падает на экран, расположенный на расстоянии  $L$  от источников.



Запишем теорему Пифагора для двух прямоугольных треугольников (рис.).

$$\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + L^2 = r_1^2, \quad \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + L^2 = r_2^2.$$

Отсюда

$$(r_2 - r_1)(r_1 + r_2) = 2xd .$$

Полагая, что  $d \ll x \ll L$  (более точные неравенства будут записаны позже), получим:

$$r_2 + r_1 \approx 2L,$$

$$\Delta = r_2 - r_1 = \frac{2xd}{r_1 + r_2} \approx \frac{d}{L}x .$$

Тогда для интенсивности света в плоскости экрана получим

$$I = 2I_1 \left[ 1 + \cos \frac{2\pi d}{\lambda L} x \right].$$

Координаты максимумов интенсивности определяются формулой

$$x_m = \frac{L\lambda}{d} m .$$

Посередине между соседними максимумами будут наблюдаться минимумы с нулевой интенсивностью.

Если источники света представляют собой тонкие нити (освещенные щели), перпендикулярные плоскости чертежа, то на экране будут наблюдаться чередующиеся светлые и темные полосы (интерференционная картина). Ширину интерференционной полосы определим как расстояние между соседними максимумами или минимумами:

$$\Delta x = \frac{L\lambda}{d}.$$

Оценивая ширину полосы для  $L=1$  м,  $\lambda = 0,6$  мкм,  $d = 1$  мм, получим  $\Delta x = L\lambda / d = 0,6$  мм.

Интерференция характерна для волн любой природы и сравнительно просто наблюдается на опыте для волн на поверхности воды или для звуковых волн. Наблюдать интерференцию световых волн можно лишь при определенных условиях. Дело в том, что свет, испущенный обычными источниками, не является монохроматическим. Свет можно рассматривать, как последовательность отдельных цугов синусоидальных волн. Причем фазы колебаний хаотически меняются при наложении волн, принадлежащих различным цугам:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \alpha_1 - \alpha_2 + \frac{2\pi}{\lambda} \Delta.$$

Т.к.  $\alpha_1 - \alpha_2$  меняется случайным образом, то устойчивой интерференционной картины не возникает.

Тем не менее, интерференцию световых волн можно наблюдать даже от обычных источников. Для этого волну, излучаемую одним источником света, разделяют тем или иным способом на две части и затем накладывают их друг на друга подходящим способом.

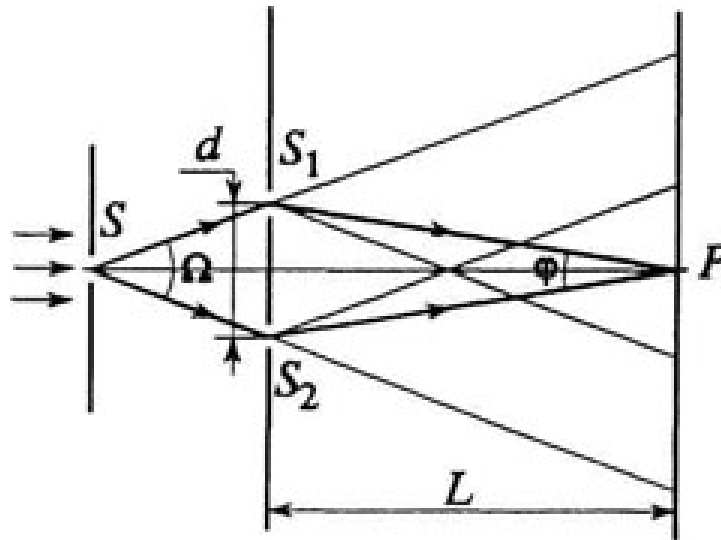
При этом необходимо иметь в виду следующее:

1. Свет никогда не бывает строго монохроматическим. Чем шире полоса частот излучаемого света, тем хуже условия для наблюдения интерференции. Дело в том, что интерференционные картины, образованные составляющими света с различными частотами, накладываются друг на друга и смазывают результирующую картину на экране.
2. Размеры источника должны быть достаточно малы. В противном случае каждый фрагмент источника создаст на экране свою интерференционную картину. Максимумы накладываются на минимумы и результирующая картина на экране смазывается.

## **Классические интерференционные опыты**

### **Опыт Юнга**

Первая экспериментальная установка для демонстрации интерференции света была предложена Юнгом (1807). Яркий пучок солнечного света освещал узкую щель  $S$ . Прошедший через щель свет образует расходящуюся волну, которая попадает на две узкие щели  $S_1$  и  $S_2$ . Эти щели действуют как вторичные когерентные источники и на экране наблюдается система интерференционных полос.



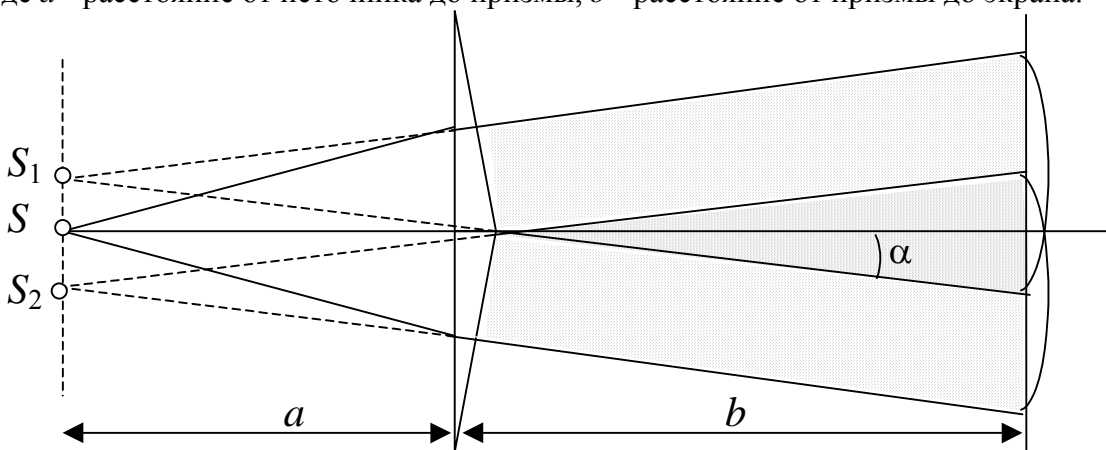
Задолго до Юнга, в 1665 г аналогичный опыт поставил Гримальди. Однако в опыте Гримальди свет от Солнца непосредственно падал на щели  $S_1, S_2$ . Дополнительной щели  $S$  не было. Интерференционных полос не наблюдалось ввиду значительных угловых размеров Солнца.

### Бипризма Френеля

Для разделения исходной световой волны можно использовать двойную призму с малыми преломляющими углами. Источник света - ярко освещенная узкая щель  $S$ . Поскольку преломляющий угол призмы мал, то, как можно показать, все лучи отклоняются призмой на практически одинаковый угол  $\alpha = (n-1)\theta$ . В результате образуются две когерентные волны, как бы исходящие из мнимых источников  $S_1$  и  $S_2$ . Расстояние между этими источниками  $d \approx 2\alpha a$ , расстояние от источников до экрана  $l = a + b$ , ширина интерференционной полосы

$$\Delta x = \frac{(a+b)\lambda}{2\alpha a} = \frac{\lambda}{2\alpha} \left(1 + \frac{b}{a}\right),$$

где  $a$  - расстояние от источника до призмы,  $b$  - расстояние от призмы до экрана.



Если на бипризму падает плоская волна, то есть  $a \rightarrow \infty$ , то  $\Delta x \approx \frac{\lambda}{2\alpha}$

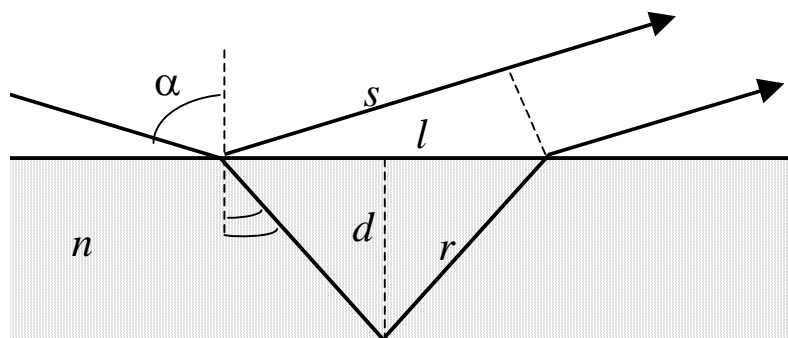
### Бизеркала Френеля

### Зеркало Ллойда

### Интерферометр Майкельсона

## Интерференция света при отражении от тонких пластинок

Пусть на прозрачную плоскопараллельную пластинку падает плоская монохроматическая световая волна. В результате отражений от обеих поверхностей пластинки исходная волна разделится на две. Амплитуды этих волн мало отличаются друг от друга.



Определим оптическую разность хода:

$$\begin{aligned}\Delta &= 2rn - s, \\ d/r &= \cos\beta, \\ l &= 2d\operatorname{tg}\beta, \\ s &= l\sin\alpha, \\ \sin\alpha &= n\sin\beta.\end{aligned}$$

Из этих уравнений получим:

$$\Delta = 2nd\cos\beta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}.$$

Следует также учесть, что при отражении от верхней поверхности пластины (от среды, оптически более плотной) происходит скачок фазы на  $\pi$  у отраженной волны. Если отраженные волны когерентны между собой, то максимумы отражения будут наблюдаться при условии

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = m\lambda + \lambda/2,$$

где  $m$  - целое число (порядок интерференции). Меняя угол падения, мы будем наблюдать последовательную смену максимумов и минимумов отражения.

Для наблюдения интерференции необходимо, чтобы волны были когерентными, что выполняется только при достаточно малой толщине пластины. Чем меньше степень монохроматичности света, тем более тонкой должна быть пластина. Для солнечного света интерференция наблюдается, если толщина пластины порядка нескольких длин волн. Для лазерного излучения интерференцию можно наблюдать в пластинах толщиной в десятки сантиметров и более.

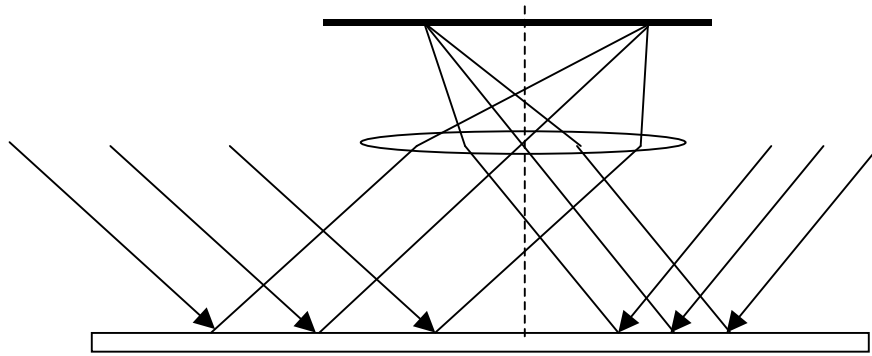
### Полосы равного наклона

Если освещать пластину параллельным пучком световых волн, то в зависимости от угла  $\alpha$  условие максимума будет выполнено для той или иной длины волны: пластинка будет выглядеть окрашенной в определенный цвет.

Пример: Имеется мыльная пленка толщины  $d = 0,1$  мкм. Показатель преломления  $n = 1,33$ . Под каким углом  $\alpha$  нужно смотреть на пленку, чтобы она выглядела синей ( $\lambda = 0,45$  мкм)?

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = \lambda/2. \text{ Отсюда } \sin\alpha = \sqrt{n^2 - (\lambda/4d)^2} \approx 0,7, \alpha \approx 45^\circ.$$

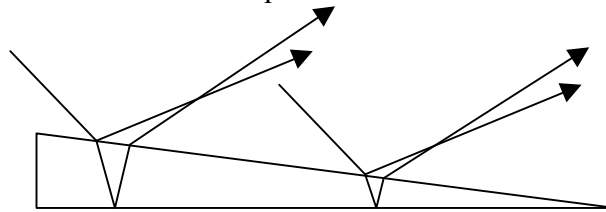
Чтобы наблюдать интерференционную картину, в виде привычной системы интерференционных полос нужно использовать рассеянный монохроматический свет (он содержит волны, падающие на пластину одновременно под разными углами). На пути отраженного света поставим собирающую линзу, а в ее фокальной плоскости - экран.



На экране будем наблюдать систему concentрических темных и светлых колец. Каждое кольцо образовано лучами, падающими на пластину под одинаковым углом. Поэтому такие интерференционные полосы называют полосами равного наклона. Роль линзы может играть хрусталик глаза, экрана - сетчатка. Положение максимумов зависит от длины волны. Поэтому в белом свете интерференционная картина приобретает радужную окраску.

### Полосы равной толщины

Рассмотрим теперь пластинку в виде клина с углом при вершине  $\varphi$ . Пусть на нее падает параллельный пучок лучей. Теперь лучи, отразившиеся от разных поверхностей пластинки не будут параллельными. При малом угле  $\varphi$  разность хода лучей можно вычислить по выведенной нами формуле, беря в качестве  $d$  толщину пластинки в месте падения на нее лучей. Поскольку разность хода будет меняться вдоль пластины, можно будет наблюдать систему интерференционных полос. Каждая из таких полос возникает в результате отражения от участков клина с одинаковой толщиной. Такие полосы называют полосами равной толщины.



Ньютон наблюдал интерференционные полосы равной толщины в воздушной прослойке между плоской поверхностью стеклянной пластинки и плоско-выпуклой линзой, прижатой к пластинке выпуклой стороной. При нормальном падении света интерференционные полосы имели форму concentрических колец (кольца Ньютона). Найдем радиусы светлых колец. Они возникают там, где оптическая разность хода, отраженных от обеих поверхностей зазора, равна нечетному числу полуволн:

$$\Delta = 2d = m\lambda + \lambda/2,$$

где  $\lambda/2$  связано с изменением фазы на  $\pi$  при отражении на границе воздух-стекло. По теореме Пифагора

$$r^2 = R^2 - (R - d)^2.$$

Учитывая, что  $d \ll R$ , получим  $r^2 = 2dR$ ,

$$r = \sqrt{mR\lambda \left( m + \frac{1}{2} \right)}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Аналогично можно получить формулу для радиуса темных колец.

