

# Дифракция света

1. Под дифракцией света понимают всякое отклонение от прямолинейного распространения света, если оно не является результатом отражения или преломления. Дифракция, в частности приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени.

2. Дифракция наиболее отчетливо проявляется, когда размеры препятствий сравнимы или меньше длины волны. Дифракция характерна для всех типов волн.

3. Эксперименты (демонстрации), см. рис.1-3.

## Дифракция на крае полуплоскости

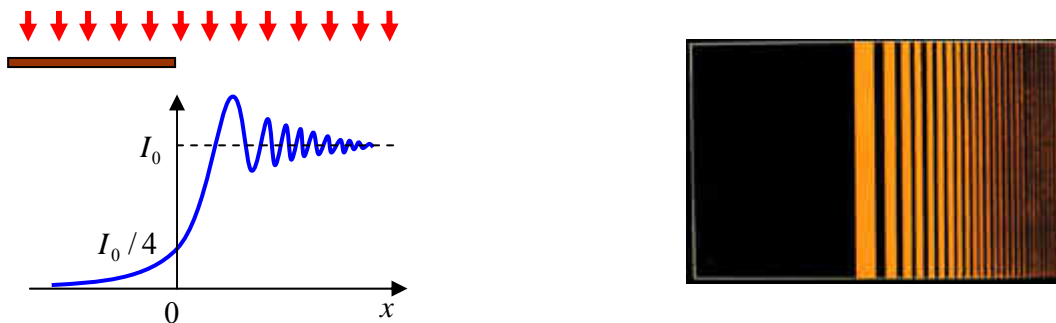


Рис.1.

## Дифракция на щели

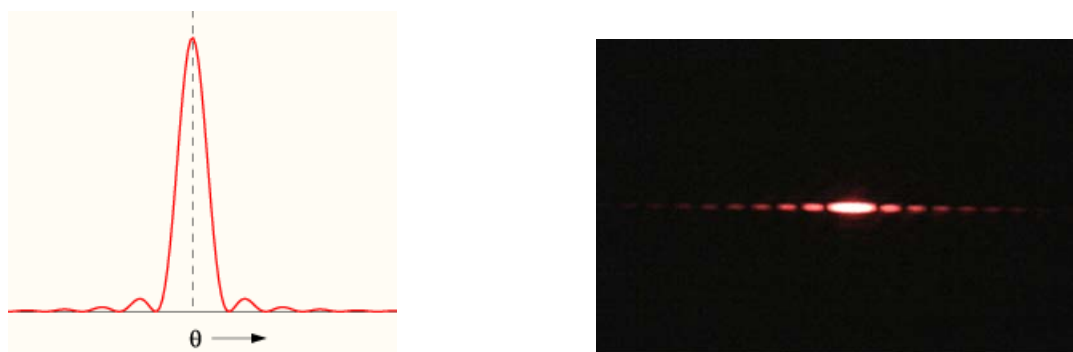


Рис.2.

## Дифракция на круглом отверстии и на диске

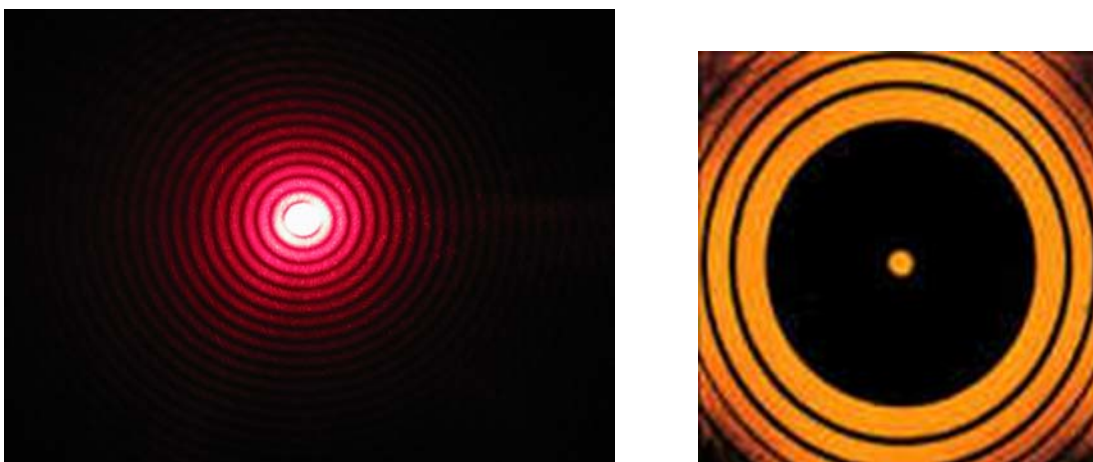


Рис.3.

4. Дифракция для своего объяснения и количественного описания не требует новых принципов. Всякая дифракционная задача при строгом рассмотрении сводится к решению уравнений Максвелла при определенных граничных условиях. Однако в такой строгой постановке дифракционные задачи весьма сложны в решении. В оптике большое значение имеют нестрогие методы решения дифракционных задач, основанные на принципе Гюйгенс-Френеля.

5. **Принцип Гюйгенса:** каждая точка среды, до которой дошло возмущение, сама становится источником волн (вторичных волн). Огибающая поверхность всех сферических вторичных волн в том положении, которого они достигли в момент времени  $t$ , и представляет собой волновой фронт в этот момент.

6. **Френель дополнил принцип Гюйгенса** представлением об интерференции вторичных волн и дал следующую формулировку принципа – принципа Гюйгенс-Френеля:

Окружим все источники света  $S_1, S_2, \dots$  произвольной замкнутой поверхностью  $F$ . Каждую точку такой поверхности можно рассматривать как источник вторичных волн, распространяющихся во всех направлениях. Эти волны когерентны, поскольку возбуждаются одним и теми же источниками. Световое поле, возникающее в результате их интерференции, в пространстве вне поверхности  $F$  совпадает с полем реальных источников света. Таким образом, действительные источники света можно заменить окружающей их светящейся поверхностью  $F$  с непрерывно распределенными по ней когерентными вторичными источниками.

### Дифракция на круглом отверстии

Рассмотрим точечный источник света  $S$ , диафрагму (преграду) с круглым отверстием, радиус которого  $r$  можно менять, и точку наблюдения  $P$ , в которой будем фиксировать интенсивность света (рис.4).

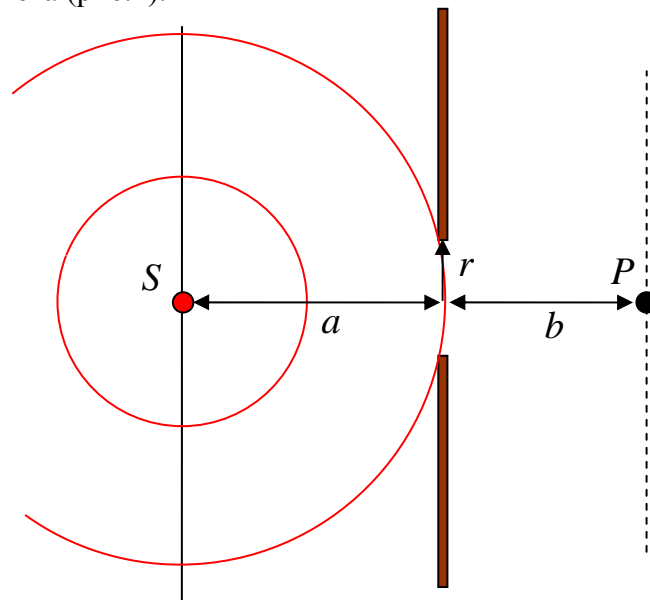


Рис. 4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Опыт показывает, что интенсивность в точке  $P$  зависит от радиуса отверстия немонотонно, примерно так, как показано на рис. 5 .

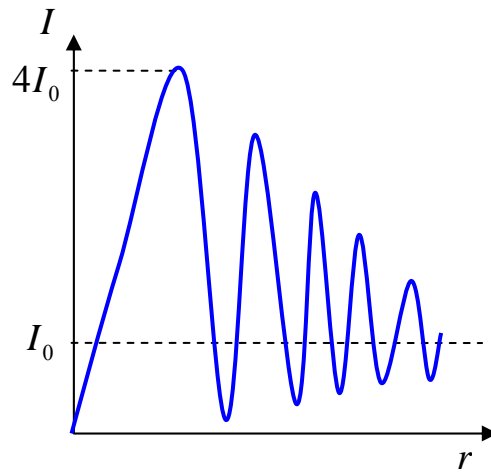


Рис.5. Зависимость интенсивности в точке P от радиуса отверстия.

Для объяснения этой зависимости воспользуемся методом, основанным на построении зон Френеля.

1. Волновую поверхность сферической волны от точечного источника  $S$  разобьем на так называемые зоны Френеля - кольцевые зоны, построенные так, что расстояние от точки наблюдения  $P$  до внешних границ этих зон увеличивается с шагом  $\lambda/2$ , начиная от минимального значения  $b + (\lambda/2)$  (рис. 6). Можно показать, что при не очень больших номерах зон Френеля их площади практически одинаковы, а радиус  $m$ -ой зоны определяется выражением

$$r_m = \sqrt{\frac{ab\lambda m}{a+b}}$$

где  $a$  и  $b$  - расстояния от волновой поверхности до источника  $S$  и точки наблюдения  $P$ . Например, при  $a = b = 1$  м,  $\lambda = 0,6$  мкм получим  $r_1 \approx 0,55$  мм.

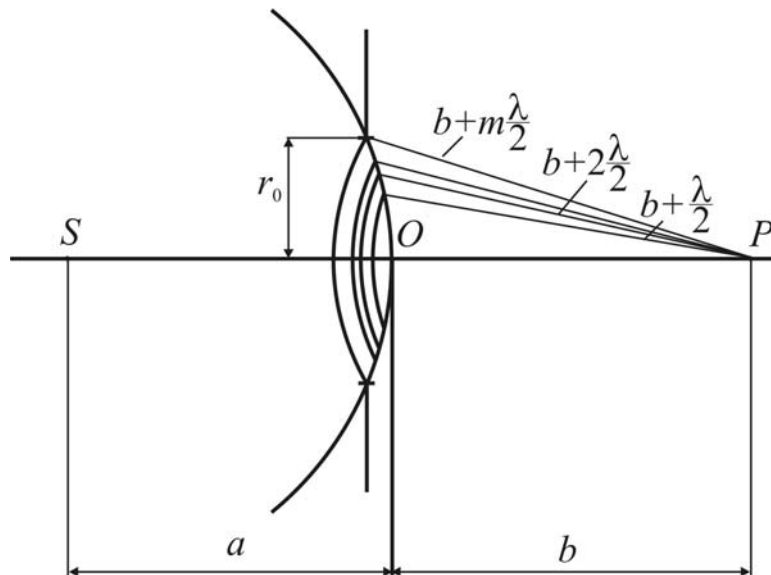


Рис.6

Далее каждую зону Френеля разобьем на очень узкие кольцевые подзоны так, что расстояние от каждой следующей подзоны до точки  $P$  увеличивается с постоянным шагом  $\Delta r$ .

2. Согласно принципу Гюйгенса-Френеля точки волновой поверхности являются источниками вторичных когерентных волн, которые возбуждают колебания в точке наблю-

дения  $P$ . Колебания в точке  $P$  от отдельных кольцевых подзон имеют примерно одинаковые амплитуды и для соседних подзон сдвинуты по фазе на величину  $\Delta\varphi = 2\pi\Delta r / \lambda$ .

3. Просуммируем колебания методом векторных диаграмм, отображая амплитуду колебаний, возбуждаемых в  $P$  каждой подзоной, в виде вектора. Фазовый сдвиг учтем, поворачивая на угол  $\Delta\varphi$  каждый следующий вектор относительно предыдущего. Модули векторов слабо уменьшаются с увеличением номера подзоны, что связано со слабым уменьшением площади подзон и с увеличением угла между нормалью к волновой поверхности в данной подзоне и направлением на точку  $P$ . В результате получим векторную диаграмму в виде спирали (рис. 7), которая называется спиралью Френеля.

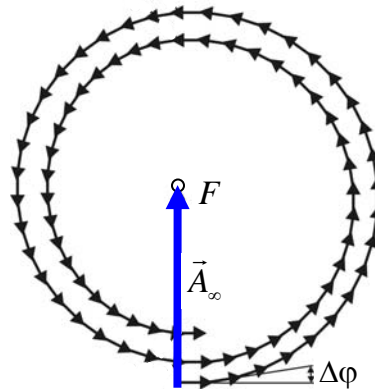


Рис.7.

4. Амплитуда результирующих колебаний определяется модулем суммы векторов. По мере увеличения числа подзон результирующий вектор описывает своим концом спираль, которая в случае полностью открытой волновой поверхности сходится к точке  $F$ ; при этом амплитуда колебания в точке  $P$  равна  $A_\infty$ .

<p>Рис.8. Открыта первая зона Френеля</p>	<p>Рис.9. Открыты первая и вторая зоны Френеля</p>
<p>Рис.10. Открыты первые три зоны Френеля</p>	<p>Рис.11. Открыты первые четыре зоны Френеля</p>

5. Когда радиус отверстия  $r_0$  равен радиусу первой зоны Френеля для точки наблюдения  $P$ , отверстие открывает вторичные источники, возбуждающие в точке  $P$  колебания, последнее из которых сдвинуто по фазе относительно первого на  $\pi$ . Соответствующая

векторная диаграмма изображена на рис.8. Видно, что в этом случае амплитуда колебаний в точке  $P$  в 2 раза, а интенсивность в 4 раза больше, чем в случае, когда открыт весь волновой фронт ( $r_0 \rightarrow \infty$ ).

Когда радиус отверстия равен радиусу второй зоны Френеля, колебания вторичных источников первой и второй зон Френеля гасят друг друга (рис.9). При дальнейшем увеличении радиуса отверстия интенсивность света в точке  $P$  будет периодически изменяться, достигая максимума, когда открыто нечетное число зон Френеля и минимума, когда открыто четное число зон (рис.10, 11).

6. При помощи спирали Френеля можно похожим образом проанализировать дифракцию на круглом диске. В этой связи заметим, что в 1818 году Парижская академия наук предложила дифракцию света в качестве темы на премию. Устроители конкурса были сторонниками корпускулярной теории света и рассчитывали, что конкурсные работы принесут окончательную победу их теории. Однако Френелем была представлена работа, в которой все известные к тому времени оптические явления объяснялись с волновой точки зрения. Рассматривая эту работу, Пуассон - член конкурсной комиссии, обратил внимание на то, что из теории Френеля следует "нелепый" вывод: в центре тени, отбрасываемой небольшим круглым диском, должно находиться светлое пятно. Араго тут же произвел опыт и обнаружил, что такое пятно действительно имеется. Это принесло победу и всеобщее признание волновой теории света.

6. Заметим, что рассчитать интенсивность света в произвольной точке, расположенной не на оси симметрии, методом Френеля значительно сложнее.

### Дифракция на щели. Приближение Фраунгофера

Дифракцией Фраунгофера называют дифракцию «в параллельных лучах», когда разность фаз колебаний от вторичных волн, исходящих от различных точек рассматриваемого участка волнового фронта, можно найти в предположении параллельности соответствующих лучей. Приближение Фраунгофера справедливо, если экран удален от щели на достаточно большое расстояние  $r \gg b^2 / \lambda$ , где  $b$  - ширина щели. В этом приближении дифракционная картина и ее расчет существенно упрощаются по сравнению с общим случаем.

Рассмотрим случай нормального падения света с длиной волны  $\lambda$  на длинную щель ширины  $b$ . Найдем распределение интенсивности света на удаленном экране в рамках приближения Фраунгофера, когда расстояние до экрана  $l \gg b^2 / \lambda$ .

Мысленно разобьем щель на множество одинаковых полосок, каждую из которых будем рассматривать как источник вторичных волн. Рассмотрим излучение вторичных источников в направлении, определяемом углом  $\theta$  (рис.12).

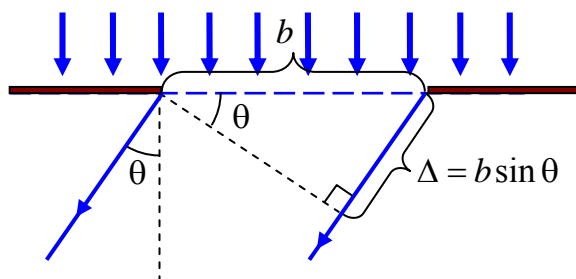


Рис. 12.

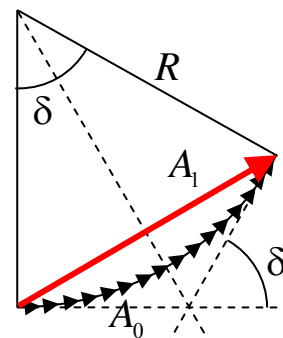


Рис. 13.

Изобразим цепочку соответствующих элементарных векторов – амплитуд колебаний, возбуждаемых каждой полоской. Соседние элементарные векторы повернуты относительно друг друга на малый угол, который определяется разностью хода волн до удаленной точки наблюдения от соседних полосок.

Если угол  $\theta$  достаточно мал, то цепочка образует дугу окружности радиуса  $R$  (рис. 13). Обозначим длину цепочки  $A_0$ , а модуль результирующего вектора (амплитуду колебаний)  $A_1$ . Тогда, как видно из рис. 13,

$$A_0 = R\delta,$$

$$A_1 = 2R \sin(\delta/2),$$

где

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \theta$$

- разность фаз между крайними векторами цепочки. Заметим, что при вычислении разности хода волн  $\Delta = b \sin \theta$  использовано приближение Фраунгофера: прямые, проведенные от краев щели в точку наблюдения на удаленном экране, считаются практически параллельными (рис.11). Исключив  $R$  из этих равенств, получим

$$A_1 = A_0 \frac{\sin(\delta/2)}{(\delta/2)}.$$

Отсюда интенсивность ( $I \sim A^2$ )

$$I_1 = I_0 \frac{\sin^2(\delta/2)}{(\delta/2)^2},$$

где  $I_0$  - интенсивность в центре дифракционной картины (при  $\theta = 0$ ). С ростом угла  $\theta$  увеличивается угол  $\delta$ , и цепочка закручивается. Когда  $\delta = 2\pi, 4\pi, 2\pi m$ , цепочка замыкается один, два, ...,  $m$  раз, и мы приходим к условию минимума:

$$b \sin \theta = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Зависимость интенсивности от угла  $\theta$  изображена на рис.14. Показаны также векторные диаграммы для центрального и первого бокового максимумов. Обе векторные диаграммы имеют одинаковую длину, поэтому  $(3/2)\pi E_1 = E_0$ , где  $E_0$  и  $E_1$  - амплитуды колебаний в этих максимумах. Интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды колебаний напряженности. Следовательно,  $I_1 = (2/3\pi)^2 I_0 \approx 0,045 I_0$ . Интенсивность света в других боковых максимумах еще меньше.

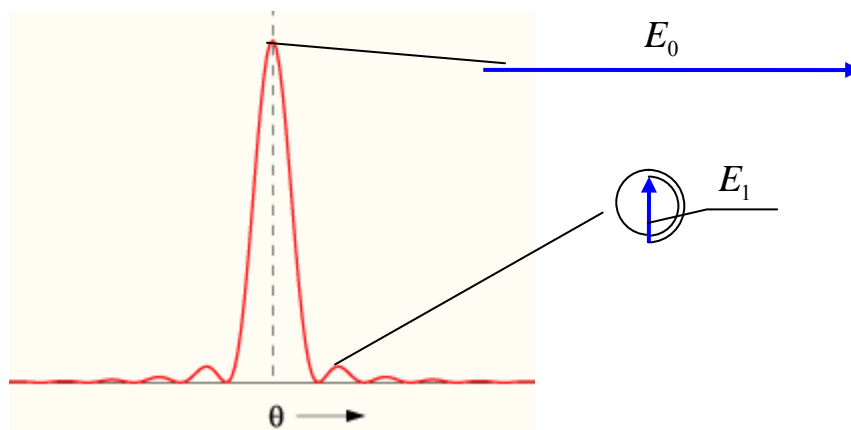


Рис. 14

Таким образом, световая энергия сосредоточена главным образом в пределах центрального максимума, ограниченного углом  $2\theta_1$ , где  $b \sin \theta_1 = \lambda$ . Если  $b \gg \lambda$ , то  $\theta_1 \approx \lambda/b$ . Важно, что из-за дифракции за щель всегда будет получен расходящийся пучок (рис. 15), причем, чем меньше  $b$ , тем больше угол расходимости. Параллельных пучков света не бывает – из-за дифракции они всегда расходящиеся.

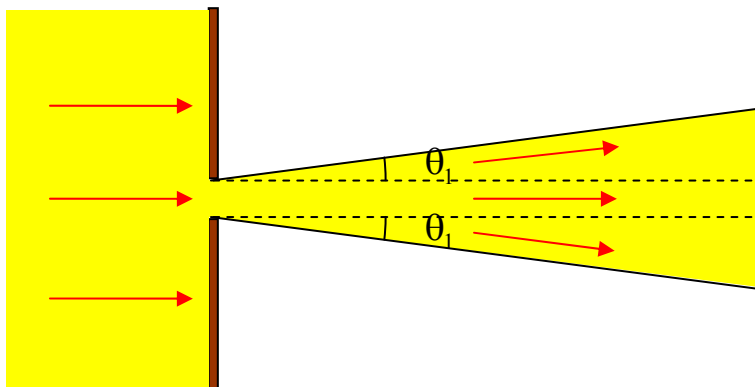


Рис. 15

Пример 1. Пусть мы имеем дело с лазерным пучком диаметром 2 мм при длине волны 0,6 мкм. Тогда на расстоянии 15 м диаметр пятна станет равным

$$D \approx 2\theta_1 L = \frac{2\lambda L}{b} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{-7} \cdot 15}{2 \cdot 10^{-3}} = 9 \text{ мм}$$

Пример 2. Направленная антенна радиолокатора. Пусть диаметр антенны 10 м, длина волны 10 см. Тогда на расстоянии 10 км диаметр "луча" равен 200 м.

## Дифракционная решетка

Дифракционная решетка – важнейший спектральный прибор, предназначенный для разложения света в спектр и измерения длин волн. Она представляет собой плоскую стеклянную или металлическую поверхность, на которой делительной машиной нарезано очень много (до сотен тысяч) прямых равноотстоящих штрихов.

Рассмотрим решетку, состоящую из одинаковых равноотстоящих параллельных щелей, сделанных в непрозрачном экране. Ширину щели обозначим через  $b$ , ширину непрозрачной части экрана между двумя соседними щелями – через  $a$ . Величина  $d = a + b$  называется периодом решетки. Согласно принципу Гюйгенса Френеля каждую щель при освещении решетки можно рассматривать как источник вторичных волн.

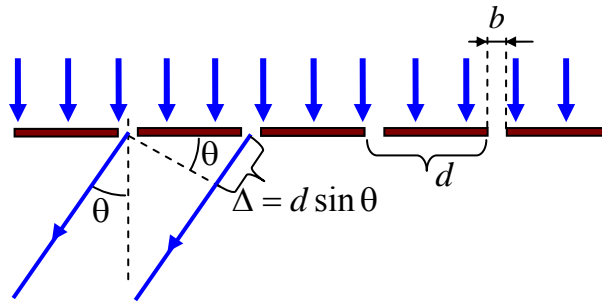


Рис. 16

Пусть на решетку перпендикулярно к ее поверхности падает плоская монохроматическая волна. Найдём результат интерференции вторичных волн в некоторой точке  $P$ . В рамках приближения Фраунгофера разность хода волн, излучаемых соседними источниками, равна  $\Delta = d \sin \theta$  (рис.16). Если

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

то колебания, возбуждаемые в точке  $P$  всеми источниками, будут происходить в одинаковых фазах, и амплитуда колебаний в точке  $P$  увеличится в  $N$  раз, а интенсивность света в  $N^2$  раз, по сравнению с соответствующими величинами для одного источника. Таким образом, совокупность источников излучает не одинаково в различных направлениях: интенсивность излучения максимальна в направлениях, определяемых формулой (1).

На удаленном от решетки экране будет наблюдаться совокупность резких интерференционных максимумов. Так как положение максимумов (кроме центрального, соответствующего  $m = 0$ ) зависит от длины волны, то решетка разлагает белый свет в спектр, чем больше  $\lambda$ , тем дальше располагается соответствующий максимум от центрального (рис.17, 18). Целое число  $m$  называется порядком спектра. Максимальный порядок спектра найдем из условия  $\sin \theta = m\lambda / d \leq 1$ . Следовательно,  $m \leq d / \lambda$

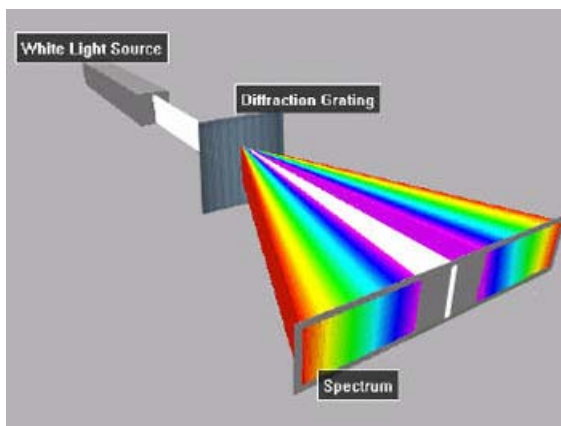


Рис. 17

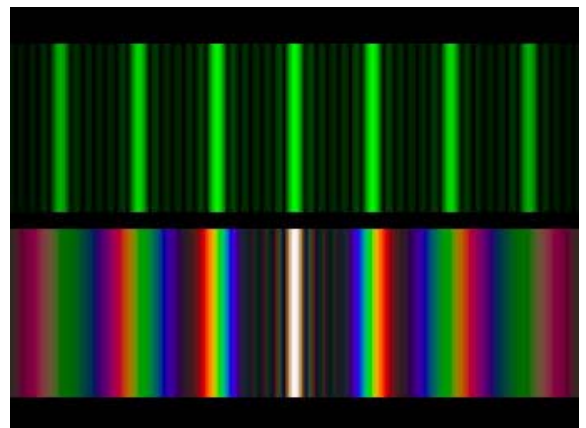


Рис. 18



Чтобы найти не только положение максимумов, но и распределение интенсивности, вычислим сумму колебаний в точке  $P$ , расположенной под углом  $\theta$ . Амплитуды складываемых колебаний обозначим  $A_1$ , интенсивности  $I_1$ . Разность фаз колебаний, вызванных соседними источниками равна

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta. \quad (2)$$

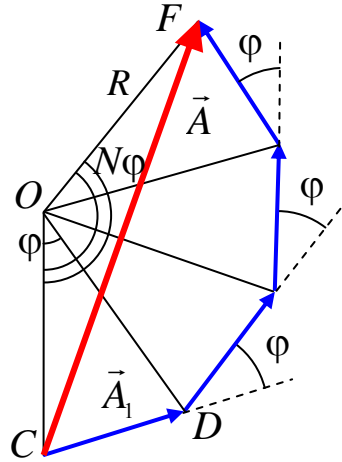


Рис. 19

Построим векторную диаграмму (рис. 19), и рассматривая равнобедренные треугольники  $OCF$  и  $OCD$ , запишем

$$A = 2R \sin(N\varphi/2),$$

$$A_1 = 2R \sin(\varphi/2),$$

где  $A$  - амплитуда результирующих колебаний в точке наблюдения  $P$ . Из этих уравнений получим амплитуду  $A$  и интенсивность  $I$ :

$$A = A_1 \frac{\sin(N\varphi/2)}{\sin(\varphi/2)},$$

$$I = I_1 \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)}. \quad (3)$$

Амплитуда  $A_1$  и интенсивность  $I_1$  одного источника (одной щели) найдены в разделе «Дифракция на щели. Приближение Фраунгофера»:

$$A_1 = A_0 \frac{\sin(\delta/2)}{(\delta/2)}, \quad I_1 = I_0 \frac{\sin^2(\delta/2)}{(\delta/2)^2}, \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \theta, \quad (4)$$

где  $A_0$  и  $I_0$  - амплитуда и интенсивность при  $\theta = 0$  для одной щели. Формулы (2) – (4) позволяют рассчитать зависимость интенсивности  $I$  от угла  $\theta$ . Пример расчета для  $N = 4$  и  $d/b = 3$  приведен на рис.20.

Из формулы (3), в частности, следует условие (1) главных максимумов. Эти максимумы называют также дифракционными. В направлениях главных максимумов интенсивность волны  $I = N^2 I_1$  полностью определяется интенсивностью отдельной щели в этом направлении. Если главный максимум окажется вблизи минимума  $I_1(\theta)$ , определяемого условием  $b \sin \theta = m\lambda$ , то этот максимум окажется подавленным (при  $m = \pm 3$  на рис.20).

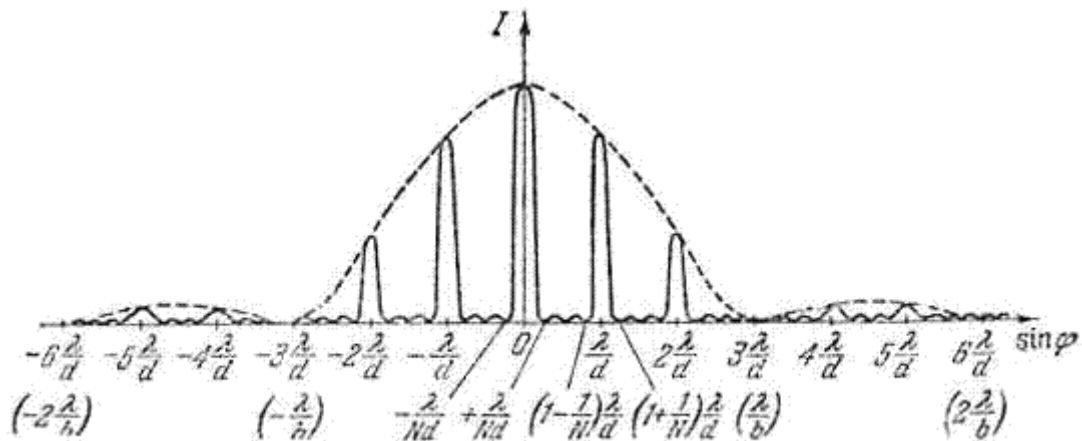


Рис. 20

Между каждыми двумя главными максимумами дифракционная картина содержит  $N - 1$  минимум и  $N - 2$  добавочных максимума. Минимумы определяются условием

$$d \sin \theta = \left( m + \frac{k}{N} \right) \lambda, \quad \text{где } k = 1, 2, \dots, N - 1. \quad (5)$$

Интенсивность добавочных максимумов значительно меньше, чем главных, и при большом числе щелей  $N$  их можно не учитывать.

### Дифракционная решетка как спектральный прибор

Свойства любого спектрального прибора определяются его угловой дисперсией и разрешающей способностью.

Угловой дисперсией называется производная

$$D_m = \frac{d\theta_m}{d\lambda},$$

где  $\theta_m$  - угол соответствующий главному максимуму  $m$  - го порядка. Из условия (1) главного максимума получим

$$D_m = \frac{m}{d \cos \theta_m}.$$

Разрешающей способностью называется отношение

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

где  $\delta\lambda$  - наименьшая разность длин волн, при которой спектральные линии (дифракционные максимумы), соответствующие длинам волн  $\lambda$  и  $\lambda + \delta\lambda$ , наблюдаются отдельно (не сливаются). По критерию Рэля две спектральные линии наблюдаются отдельно (разрешены спектральным прибором), если главный максимум при одной длине волны совпадает с первым дифракционным минимумом в том же порядке для другой длины волны (рис.21).

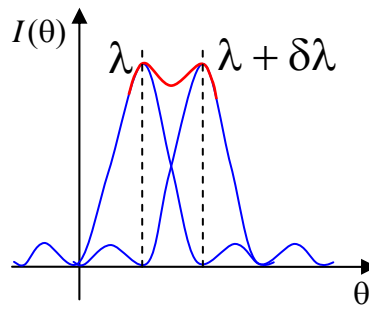


Рис.21.

Из формулы (5) примера следует, что ближайший к главному максимуму минимум определяется условием

$$d \sin \theta = (m + 1/N)\lambda,$$

где  $N$  - число освещенных щелей дифракционной решетки. По критерию Рэлея этот минимум совпадает с максимумом при длине волны  $\lambda + \delta\lambda$ :

$$d \sin \theta = m(\lambda + \delta\lambda).$$

Из записанных выше уравнений получим для разрешающей способности решетки

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN.$$