

## 4. ЗАКОНЫ ИЗМЕНЕНИЯ И СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

*Работа постоянной силы.*

$A = (\vec{F}, (\vec{r}_2 - \vec{r}_1))$  - работа постоянной силы, приложенной к телу, определяется как скалярное произведение вектора силы на вектор перемещения тела.

- 4.1. Под действием постоянной силы величиной 5 Н тело совершает перемещение величиной 2 м. Вычислите работу этой силы, если угол между векторами силы и перемещения равен  $60^\circ$ .
- 4.2. Под действием постоянной силы величиной 2 Н тело совершает перемещение величиной 1 м. Вычислите работу этой силы, если угол между векторами силы и перемещения равен  $120^\circ$ .
- 4.3. Под действием постоянной силы величиной 7 Н тело совершает перемещение величиной 4 м. Вычислите работу этой силы, если угол между векторами силы и перемещения равен  $90^\circ$ .
- 4.4. Под действием постоянной силы  $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$  небольшое тело совершает перемещение из точки с радиус-вектором  $\vec{r}_1 = -\vec{i} + 7\vec{j}$  в точку с радиус-вектором  $\vec{r}_2 = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ . Вычислите работу этой силы.
- 4.5. Под действием постоянной силы  $\vec{F} = 5\vec{k}$  небольшое тело совершает перемещение  $\vec{s} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ . Вычислите работу этой силы.

*Работа переменной силы.*

Разделяем конечное перемещение  $(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$  на такие элементарные перемещения  $d\vec{r}$ , чтобы на любом из них можно было считать силу постоянной по величине и по направлению. Тогда можно ввести понятие элементарной работы  $dA = (\vec{F}, d\vec{r})$ . Затем учитываем замечательное свойство работы - аддитивность (свойство складываться):  $A = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (\vec{F}, d\vec{r})$ .

- 4.6. Материальная точка движется вдоль координатной оси  $X$  под действием силы, проекция которой  $F_x$  находится по формуле  $F_x = -100 \cdot x$ . Вычислите работу этой силы на перемещении от точки с координатой  $x_1=0,1$  м до точки с координатой  $x_2=0,3$  м.
- 4.7. Известно, что на небольшое тело массы  $m$  со стороны Земли массы  $M$  и радиуса  $R$  действует сила притяжения  $G \cdot m \cdot M / x^2$  (причем  $x > R$ ). Здесь  $x$  - расстояние от центра Земли до тела. С высоты  $H = R$  из состояния покоя падает небольшое тело. Найдите работу силы притяжения на этом пути.
- 4.8. Тело массой 6,4 кг бросили вертикально вверх и оно поднялось на высоту равную радиусу Земли. Вычислите работу силы притяжения, действующей на тело со стороны Земли на этом пути. Гравитационная постоянная, масса Земли и ее радиус равны соответственно  $6,7 \cdot 10^{-11}$ ;  $6 \cdot 10^{24}$ ;  $6,4 \cdot 10^6$ .

*Мощность силы.*

$$N = \frac{dA}{dt} = (\vec{F}, \vec{v})$$

- 4.9.** Небольшое тело движется со скоростью  $\vec{v} = 3t\vec{i} + 2t^2\vec{j}$  под действием силы  $\vec{F} = 3\vec{i} + 4t\vec{j}$ . Вычислите мощность этой силы для момента  $t = 1$  с
- 4.10.** Небольшое тело массы 1 кг движется со скоростью  $\vec{v} = 3t\vec{i} + 2t^2\vec{j}$ . Вычислите мощность силы, действующей на тело в момент  $t = 1$  с.
- 4.11.** Тело массы  $m$  бросили под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0$ . Найдите среднюю мощность, развиваемую постоянной силой тяжести за все время движения тела от старта до финиша на стартовом горизонте, и мгновенную мощность этой силы как функцию времени.

*Теорема о приращении кинетической энергии.*

$$\frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_1^2}{2} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (\vec{F}, d\vec{r})$$

- приращение кинетической энергии материальной точки или поступательно движущегося твердого тела равно работе всех сил, приложенных к материальной точке или к телу.

- 4.12.** Пуля массы 10г, перемещаясь практически горизонтально, пробивает доску. В результате ее скорость, равная в начале 400м/с, уменьшается в два раза. Вычислите работу силы сопротивления, которая действует на пулю в доске.
- 4.13.** Тело массой 5 кг движется под действием сил так, что его скорость увеличивается со временем по закону  $v = 3 + 2t$ . Вычислите работу суммарной силы, действующей на тело, за первые две секунды после начала движения.
- 4.14.** Материальная точка начинает двигаться вдоль координатной оси  $X$  под действием силы, проекция которой находится по формуле  $F_x = 4x^3$ , и проходит расстояние равное одному метру. Вычислите кинетическую энергию этой материальной точки в конце пути.
- 4.15.** Брусок массы  $m$  скользит с начальной скоростью  $v_0$  в лабораторной системе отсчета по шероховатой горизонтальной поверхности. Сначала найдите работу  $A$  силы трения, приложенной к бруску, до его остановки в лабораторной системе отсчета. Затем перейдите в систему отсчета, движущуюся относительно лабораторной со скоростью  $\vec{V} = \vec{v}_0$ , и найдите в этой системе отсчета соответствующую работу  $A'$ . Сравните полученные результаты. Зависят ли они от выбора системы отсчета?
- 4.16.** Какую мощность развивают двигатели ракеты массой  $m$ , которая неподвижно висит над земной стартовой площадкой, если скорость истечения газов равна  $u$ ?

*Потенциальная энергия взаимодействия системы материальных точек.*

Для того, чтобы работа силы, приложенной к телу, при переносе тела из позиции 1 в позицию 2

$$A(1 \rightarrow 2) = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (\vec{F}, d\vec{r}) = \int_1^2 (F_x \cdot dx + F_y \cdot dy + F_z \cdot dz)$$

не зависела от формы траектории, необходимо, чтобы сумма

$$F_x \cdot dx + F_y \cdot dy + F_z \cdot dz$$

была полным дифференциалом. В свою очередь, для того, чтобы указанная сумма была полным дифференциалом, должны выполняться равенства

$$\frac{\partial F_y}{\partial x} = \frac{\partial F_x}{\partial y}, \quad \frac{\partial F_z}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial z}, \quad \frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial x}.$$

Только при выполнении этих условий можно сопоставить точкам пространства  $(x, y, z)$  некоторую функцию координат  $U(x, y, z)$  и назвать ее потенциальной энергией, а силу потенциальной или консервативной.

Определение формулируется не для потенциальной энергии, а для ее приращения

$$\Delta U = U(\vec{r}_2) - U(\vec{r}_1) = - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (\vec{F}, d\vec{r}),$$

или ее убыли

$$U(\vec{r}_1) - U(\vec{r}_2) = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (\vec{F}, d\vec{r}).$$

Таким образом, потенциальная энергия неопределенна с точностью до постоянной – уровня отсчета потенциальной энергии.

Определение приращения потенциальной энергии в дифференциальной форме имеет вид

$$dU = -(\vec{F}, d\vec{r}).$$

Отсюда

$$\vec{F} = - \left( \frac{\partial U}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \cdot \vec{k} \right).$$

4.17. Является ли сила  $\vec{F} = (y^2 - x^2)\vec{i} + 3xy\vec{k}$  консервативной?

4.18. Является ли сила  $\vec{F} = ax\vec{i} - by\vec{j} + cz\vec{k}$  консервативной?

- 4.19. Является ли сила  $\vec{F} = ay\vec{i} + bx^2\vec{j}$  консервативной?
- 4.20. Шарик массой  $m_1 = 0,1\text{кг}$  находится на высоте  $H_1 = 2\text{м}$  над некоторой горизонтальной поверхностью, а шарик массой  $m_2 = 0,3\text{кг}$  – на высоте  $H_2 = 1\text{м}$  над той же поверхностью. Найдите потенциальную энергию каждого шарика в поле сил тяжести Земли, отсчитанную от некоторой другой горизонтальной поверхности, если известно, что в этом случае энергии одинаковы.
- 4.21. Введем координатную ось  $X$ , направленную от центра Земли. Пусть точка  $x = 0$  расположена на поверхности Земли. Найдите разность потенциальных энергий взаимодействия Земли и тела массой  $m$  в точках  $x_1 = 0$  и  $x_2 = H$ , если считать силу притяжения тела к Земле постоянной и равной  $mg$ .
- 4.22. Материальная точка движется вдоль координатной оси  $X$  под действием силы, проекция которой  $F_x$  находится по формуле  $F_x = -100 \cdot x$ . Вычислите приращение потенциальной энергии материальной точки на перемещении от точки с координатой  $x_1 = 0,1\text{м}$  до точки с координатой  $x_2 = 0,3\text{м}$ .
- 4.23. Материальная точка движется вдоль координатной оси  $X$  под действием силы, проекция которой  $F_x$  находится по формуле  $F_x = 3 \cdot x^2$ . Вычислите приращение потенциальной энергии материальной точки на перемещении от точки с координатой  $x_1 = 0\text{м}$  до точки с координатой  $x_2 = 2\text{м}$ .
- 4.24. Известно, что на небольшое тело массы  $m$  со стороны Земли массы  $M$  и радиуса  $R$  действует сила притяжения  $G \cdot m \cdot M / x^2$  (причем  $x > R$ ). Здесь  $x$  – расстояние от центра Земли до тела. Найдите разность потенциальных энергий взаимодействия тела, массой  $m$  и Земли в точках  $x = R + H$  и  $x = R$ .
- 4.25. В некоторой точке траектории потенциальная энергия взаимодействия материальной точки с внешним полем равна 2 Дж. Можно ли располагая этой информацией найти силу, действующую на материальную точку?
- 4.26. В двух «близких» точках 1 и 2 потенциальная энергия взаимодействия частицы с внешним полем равна 5 Дж и 6 Дж соответственно. Расстояние между точками равно 1 см. Вычислите проекцию силы на координатную ось  $X$ , проходящую через эти точки (от 1 к 2).
- 4.27. Известно, что потенциальная энергия взаимодействия небольшого тела массы  $m$  с Землей массы  $M$  и радиуса  $R$  вычисляется по формуле  $U(r) = -\frac{GmM}{r}$ . Здесь используется полярная координатная ось  $r$  с началом  $r = 0$  в центре Земли. Формула выведена в предположении, что  $U(\infty) = 0$ . Найдите проекцию  $F_r$  силы, действующей на тело со стороны Земли.
- 4.28. Известно, что потенциальная энергия взаимодействия небольшого тела массы  $m$  с Землей массы  $M$  и радиуса  $R$  вычисляется по формуле  $U(r) = GmM\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)$ . Здесь используется полярная координатная ось  $r$  с началом  $r = 0$  в центре Земли. Формула выведена в предположении, что  $U(R) = 0$ . Найдите проекцию  $F_r$  силы, действующей на тело со стороны Земли.
- 4.29. Потенциальная энергия взаимодействия частицы с внешним силовым полем равна  $U(r) = \frac{A}{r} = A \cdot (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$ . Здесь  $A$  – постоянная величина. Найдите проекции  $F_x, F_y, F_z$  силы, действующей на эту частицу.
- 4.30. Потенциальная энергия взаимодействия частицы с внешним силовым полем равна  $U(r) = \frac{A}{r^2} = A \cdot (x^2 + y^2 + z^2)^{-1}$ . Здесь  $A$  – постоянная величина. Найдите проекции  $F_x, F_y, F_z$  силы, действующей на эту частицу.
- 4.31. Потенциальная энергия взаимодействия частицы с внешним силовым полем равна  $U(x, y, z) = \frac{ax^2}{2} + \frac{by^2}{2} - \frac{cz^2}{2}$ . Здесь  $a, b, c$  – постоянные. Найдите силу  $\vec{F}$ , действующую на эту частицу.

*Условие равновесия материальной точки, находящейся во внешнем потенциальном силовом поле, сводится к требованию равенства нулю потенциальной силы, действующей на материальную точку. Это значит, что в положении равновесия потенциальная энергия экстремальна, то есть либо минимальна, либо максимальна. Если потенциальная энергия минимальна, то равновесие устойчиво. Если потенциальная энергия максимальна, то равновесие неустойчиво.*

**4.32.** Формула для потенциальной энергии материальной точки в некотором силовом поле имеет вид  $U(r) = \frac{ar^2}{2}$ . Здесь  $a$  – положительная постоянная. Найдите значение  $r$ , соответствующее равновесному положению материальной точки и выясните, устойчиво ли это положение.

**4.33.** Формула для потенциальной энергии материальной точки в некотором силовом поле имеет вид  $U(r) = -\frac{ar^2}{2}$ . Здесь  $a$  – положительная постоянная. Найдите значение  $r$ , соответствующее равновесному положению материальной точки и выясните, устойчиво ли это положение.

**4.34.** Формула для потенциальной энергии материальной точки в некотором силовом поле имеет вид  $U(r) = \frac{a}{r^2} - \frac{b}{r}$ . Здесь  $a$  и  $b$  – положительные постоянные. Найдите значение  $r$ , соответствующее равновесному положению материальной точки и выясните, устойчиво ли это положение.

#### *Изменение механической энергии.*

Пронумеруем тела, которые входят в состав системы тел. Все силы, действующие на тела системы, разделяем на внешние и внутренние. Внешние действуют на пронумерованные тела со стороны тел не входящих в систему. внутренние – со стороны одних тел системы на другие тела системы. Вводим по определению механическую энергию  $E$  системы тел, как сумму кинетических энергий тел системы и потенциальных энергий их взаимодействия друг с другом. Тогда справедливо следующее утверждение:

$$\Delta E = A_{\text{внеш}} + A_{\text{внутр}}$$

приращение механической энергии системы тел равно сумме работы внешних сил и работы внутренних диссипативных (неконсервативных, непотенциальных) сил. Это закон (или теорема) изменения механической энергии.

**4.35.** Тело массы 1 кг брошено вверх с начальной скоростью 10 м/с. Высота подъема тела оказалась равной 4 м. Найдите работу силы сопротивления воздуха.

**4.36.** Тело массы  $m$  брошено с начальной скоростью  $v_0$  с башни высоты  $h$ . На землю тело упало со скоростью  $v$ . Найдите работу силы сопротивления воздуха.

**4.37.** Небольшую шайбу массы  $m$  пустили снизу вверх по горке с начальной скоростью  $v_0$ . Добравшись до некоторой высоты, шайба соскальзывает вниз, причем у основания ее скорость равна  $v$ . Найдите работу силы трения, приложенной к шайбе, на всем пути (от основания до основания горки).

**4.38.** Гладкий легкий горизонтальный стержень  $AB$  может вращаться без трения вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец  $A$ . На стержне находится небольшая муфточка массы  $m$ , соединенная легкой пружинкой длины  $l_0$  с концом  $A$ . Коэффициент жесткости пружинки равен  $k$ . Найдите работу, которую следует совершить, чтобы эту систему медленно раскрутить до угловой скорости  $\omega$ .

- 4.39. Небольшое тело массы  $m$  налетает на покоившееся небольшое тело массы  $2m$ . Происходит абсолютно неупругий удар. Найдите относительное приращение кинетической энергии этой системы тел.
- 4.40. Небольшое тело массы  $2m$  налетает на покоившееся небольшое тело массы  $m$ . Происходит абсолютно неупругий удар. Найдите относительное приращение кинетической энергии этой системы тел.
- 4.41. Молекула столкнулась с другой, покоившейся, молекулой той же массы. Угол разлета молекул после столкновения равен  $180^\circ$ . По знаку приращения кинетической энергии системы молекул установите, увеличилась или уменьшилась кинетическая энергия системы.
- 4.42. Молекула столкнулась с другой, покоившейся, молекулой той же массы. Угол разлета молекул после столкновения равен  $120^\circ$ . По знаку абсолютного приращения кинетической энергии системы молекул установите, увеличилась или уменьшилась кинетическая энергия системы.
- 4.43. Молекула столкнулась с другой, покоившейся, молекулой той же массы. Угол разлета молекул после столкновения равен  $60^\circ$ . По знаку абсолютного приращения кинетической энергии системы молекул установите, увеличилась или уменьшилась кинетическая энергия системы.
- 4.44. Молекула столкнулась с другой, покоившейся, молекулой той же массы. Угол разлета молекул после столкновения равен  $30^\circ$ . По знаку абсолютного приращения кинетической энергии системы молекул установите, увеличилась или уменьшилась кинетическая энергия системы.
- 4.45. Молекула столкнулась с другой, покоившейся, молекулой той же массы. Угол разлета молекул после столкновения равен  $0^\circ$ . По знаку абсолютного приращения кинетической энергии системы молекул установите, увеличилась или уменьшилась кинетическая энергия системы.
- 4.46. В шар массы  $M$ , висящий на длинной легкой нерастяжимой нити, попадает шарик массы  $m$ , летящий со скоростью  $v_0$ . Происходит мгновенный абсолютно неупругий центральный удар. Найдите относительное приращение механической энергии системы этих тел за время соударения.

*Сохранение механической энергии.*

Назовем систему тел изолированной от внешнего мира, если работа внешних сил равна нулю. Назовем систему тел консервативной, если работа внутренних диссипативных сил равна нулю. Тогда можно утверждать, что механическая энергия изолированной и консервативной системы тел сохраняется:

если  $A_{\text{внеш}} = 0$  и  $A_{\text{диссип}} = 0$ , то  $\Delta E = 0$  или  $E = \text{const}$ .

- 4.47. Камень бросили с поверхности Земли под углом  $60^\circ$  к горизонту. Кинетическая энергия камня на старте равна 20 Дж. Вычислите потенциальную энергию взаимодействия камня с Землей для высшей точки его траектории полагая, что уровень отсчета потенциальной энергии совпадает с поверхностью Земли.
- 4.48. Небольшое тело начинает скользить с высоты  $H$  по наклонному желобу, переходящему в полуокружность радиуса  $H/2$  ( Вся траектория расположена в вертикальной плоскости ). Пренебрегая трением, найдите скорость тела в момент отрыва от желоба.
- 4.49. Небольшое тело начинает скользить с высоты  $H$  по наклонному желобу, переходящему в “мертвую петлю” радиуса  $R$  ( Вся траектория расположена в вертикальной плоскости ). Пренебрегая трением, найдите высоту  $h$ , на которой тело оторвется от петли. Обе высоты отсчитываем от горизонта, проходящего через нижнюю точку петли.
- 4.50. Инженер рассчитывает пружину, которую необходимо поместить на дно шахты лифта, чтобы при обрыве троса лифта на высоте  $h$  над верхним концом пружины пассажиры при торможении не испытывали

перегрузок больше 10g. Пусть полная масса лифта вместе с пассажирами равна  $M$ . Каким должен быть при этом коэффициент жесткости  $k$  пружины?

**4.51.** В шар массы  $M$ , висящий на длинной легкой нерастяжимой нити, попадает шарик массы  $m$ , летящий со скоростью  $v_0$ . После мгновенного абсолютно упругого центрального удара шарик отскакивает назад. Найдите скорость  $v$  шарика, которая наблюдается сразу после удара.

**4.52.** В результате абсолютно упругого центрального столкновения частицы 1 массы  $m_1$  с покоившейся частицей 2 обе частицы разлетелись в противоположных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Найдите массу  $m_2$  частицы 2.

**4.53.** В результате абсолютно упругого столкновения частицы 1 с покоившейся частицей 2 обе частицы разлетелись симметрично относительно первоначального направления движения частицы 1, и угол между их направлениями разлета оказался равным  $60^\circ$ . Найдите отношение массы частицы 1 к массе частицы 2.

**4.54.** При упругом ударе нейтрона о неподвижное ядро некоторого атома нейтрон двигался после удара в направлении, перпендикулярном первоначальному. В результате кинетическая энергия нейтрона уменьшилась в 2 раза. Найдите, под каким углом  $\alpha$  к первоначальному направлению движения нейтрона будет двигаться ядро.

**4.55.** После упругого столкновения нейтрона с неподвижным ядром атома углерода нейтрон движется в направлении, перпендикулярном первоначальному. Считая, что масса ядра атома углерода в 12 раз больше массы нейтрона, найдите, во сколько  $k$  раз уменьшится энергия нейтрона в результате столкновения.

**4.56.** Частица  $A$  массы  $m$ , пролетая вблизи другой первоначально покоившейся частицы  $B$ , отклоняется на угол  $\alpha$ . Импульс частицы  $A$  до взаимодействия был  $\vec{p}_0$ , после взаимодействия стал  $\vec{p}$ . Найдите массу  $M$  частицы  $B$ , если система частиц изолирована и отсутствуют диссипативные силы.

**4.57.** Молекула столкнулась с другой, покоившейся, молекулой той же массы. Угол разлета молекул после столкновения равен  $90^\circ$ . Как изменилась кинетическая энергия системы молекул?

*Собственная кинетическая энергия системы материальных точек.*

Собственной кинетической энергией  $T$  системы материальных точек называется сумма кинетических энергий материальных точек, вычисленная в системе отсчета центра масс:

$$T = \sum \frac{m v^2}{2}.$$

Кинетическая энергия системы материальных точек, вычисленная в лабораторной системе отсчета, может быть представлена в виде суммы собственной кинетической энергии и кинетической энергии системы как целого, движущейся со скоростью центра масс относительно лаборатории:

$$T = T + \frac{(\sum m) \cdot v^2}{2}.$$

теорема Кенига.

**4.58.** По гладкой горизонтальной плоскости движутся два одинаковых бруска массой 0,1 кг каждый. Величины скоростей брусков в лабораторной системе отсчета равны соответственно 3 м/с и 4 м/с, а направления взаимно перпендикулярны. Вычислите собственную кинетическую энергию системы тел.

**4.59.** Два шарика, массой 100г каждый, движутся относительно лаборатории с одинаковыми по величине скоростями 10м/с. В некоторый момент времени скорость одного из них перпендикулярна прямой, проходящей через шарики, а другого направлена вдоль этой прямой. Вычислите собственную кинетическую энергию системы шариков.

**4.60.** Два шарика массой 100г каждый движутся относительно лаборатории со скоростями 10м/с и 30 м/с соответственно. В некоторый момент времени скорости шариков перпендикулярны прямой, проходящей через шарики, и направлены в одну сторону. Вычислите собственную кинетическую энергию системы шариков.

**4.61.** Два шарика массой 100г каждый движутся относительно лаборатории со скоростями 10м/с и 20 м/с соответственно. В некоторый момент времени скорости шариков сонаправлены и лежат на прямой, проходящей через шарики. Вычислите собственную кинетическую энергию системы шариков.

**4.62.** Два шарика массой 100г каждый движутся относительно лаборатории со скоростями 10м/с и 30 м/с соответственно. В некоторый момент времени скорости шариков перпендикулярны прямой, проходящей через шарики, и направлены в противоположные стороны. Вычислите собственную кинетическую энергию системы шариков.

## Ответы

4.1  $A_1 = 5 \text{ Дж.}$

4.2  $A_1 = -1 \text{ Дж.}$

4.3  $A_1 = 0.$

4.4  $A_1 = 0.$

4.5  $A_1 = 0.$

4.6  $A_1 = -4 \text{ Дж.}$

4.7  $A_1 = \frac{GmM}{2R}.$

4.8  $A_1 = -\frac{GmM}{2R} \approx -2 \cdot 10^8 \text{ Дж.}$

4.9  $N_1 = 17 \text{ Вт.}$

4.10  $N_1 = 17 \text{ Вт.}$

4.11  $\langle N \rangle = 0;$

$$N_1 = mg \cdot (gt - v_0 \cdot \sin \alpha).$$

4.12  $A_1 = -600 \text{ Дж.}$

4.13  $A_1 = 1 \text{ кДж.}$

4.14  $T_1 = 1 \text{ Дж.}$

4.15  $A_1 = -\frac{mv_0^2}{2};$

$$A_1' = \frac{mv_0^2}{2}.$$

Да, работа силы зависит от системы отсчета.



- 4.16  $N_1 = mg \cdot \frac{u}{2}$ .
- 4.17 Нет.
- 4.18 Да.
- 4.19 Нет.
- 4.20  $U_1 = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_2 - m_1} \cdot g \cdot (H_1 - H_2) = 1,5 \text{ Дж}$ .
- 4.21  $U(x_1) - U(x_2) = mg \cdot (x_1 - x_2) = -mgH$ .
- 4.22  $\Delta U_1 = 4 \text{ Дж}$ .
- 4.23  $\Delta U_1 = -8 \text{ Дж}$ .
- 4.24  $\Delta U_1 = \frac{GmM \cdot H}{(R+H) \cdot R}$ .
- 4.25 Нет.
- 4.26  $F_{X_1} = -100 \text{ Н}$ .
- 4.27  $F_{r_1} = -\frac{GmM}{r^2}$ .
- 4.28  $F_{r_1} = -\frac{GmM}{r^2}$ .
- 4.29  $F_{X_1} = A \cdot x \cdot (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}};$   
 $F_{Y_1} = A \cdot y \cdot (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}};$   
 $F_{Z_1} = A \cdot z \cdot (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}}.$
- 4.30  $F_{X_1} = 2A \cdot x \cdot (x^2 + y^2 + z^2)^{-1};$   
 $F_{Y_1} = 2A \cdot y \cdot (x^2 + y^2 + z^2)^{-1};$   
 $F_{Z_1} = 2A \cdot z \cdot (x^2 + y^2 + z^2)^{-1}.$
- 4.31  $\vec{F}_1 = -(a \cdot x \cdot \vec{i} + b \cdot y \cdot \vec{j} - c \cdot z \cdot \vec{k}).$
- 4.32 Положение равновесия  $r_1 = 0$  устойчиво.
- 4.33 Положение равновесия  $r_1 = 0$  неустойчиво.
- 4.34 Положение равновесия  $r_1 = \frac{2a}{b}$  устойчиво.
- 4.35  $A_1 = -10 \text{ Дж}$ .
- 4.36  $A_1 = -\frac{m}{2} \cdot (2gh - (v^2 - v_0^2)).$
- 4.37  $A_1 = -\frac{m}{2} \cdot (v_0^2 - v^2).$
- 4.38  $A_1 = \frac{m\omega^2 l_0^2}{2} \cdot \frac{\left(1 + \frac{m\omega^2}{k}\right)}{\left(1 - \frac{m\omega^2}{k}\right)^2}.$

$$4.39 \quad \delta T = -\frac{2}{3} \approx -0,67.$$

$$4.40 \quad \delta T = -\frac{5}{6} \approx -0,83.$$

4.41 Кинетическая энергия системы молекул уменьшилась.

4.42 Кинетическая энергия системы молекул уменьшилась.

4.43 Кинетическая энергия системы молекул увеличилась.

4.44 Кинетическая энергия системы молекул увеличилась.

4.45 Кинетическая энергия системы молекул увеличилась.

$$4.46 \quad \delta T = \frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{1 + \frac{m}{M}}.$$

$$4.47 \quad U = 15 \text{ Дж.}$$

$$4.48 \quad v = \sqrt{\frac{gH}{3}}.$$

$$4.49 \quad h = \frac{R}{3} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{H}{R}\right);$$

$$\text{Здесь } R \leq H \leq \frac{5}{2} \cdot R.$$

$$4.50 \quad k = \frac{99}{2} \cdot \frac{Mg}{h}.$$

$$4.51 \quad v = \frac{1 - \frac{m}{M}}{1 - \frac{m}{M}} \cdot v_0.$$

$$4.52 \quad m_2 = 3 \cdot m_1.$$

$$4.53 \quad \frac{m_1}{m_2} = 2.$$

$$4.54 \quad \alpha = \arctg \sqrt{2} \approx 55^\circ.$$

$$4.55 \quad k = \frac{13}{11} \approx 1,2.$$

$$4.56 \quad M = \frac{p_0^2 + p^2 - 2p_0 p \cdot \cos \alpha}{p_0^2 - p^2} \cdot m.$$

4.57 Кинетическая энергия системы молекул не изменилась.

$$4.58 \quad \bar{T} = 0,625 \text{ Дж.}$$

$$4.59 \quad \bar{T} = 5 \text{ Дж.}$$

$$4.60 \quad \bar{T} = 10 \text{ Дж.}$$

$$4.61 \quad \bar{T} = 2,5 \text{ Дж.}$$

$$4.62 \quad \bar{T} = 40 \text{ Дж.}$$