

3.4. Упругие и неупругие столкновения. Совместное использование законов сохранения импульса и энергии.

Столкновением называют кратковременное взаимодействие тел, в результате которого их скорости за малое время существенно изменяются. Во время столкновения между телами действуют быстро переменные силы, величина которых, как правило, не известна. В этих случаях не удается рассматривать столкновения с помощью законов Ньютона. Применение законов сохранения импульса и энергии во многих случаях позволяет получить связь между скоростями тел до и после столкновения, не вдаваясь в детали взаимодействия между телами во время самого столкновения.

В механике часто используют две модели столкновений – абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары.

Абсолютно упругим (или просто упругим) ударом называется столкновение, при котором сохраняется механическая энергия системы тел. Во многих случаях столкновения атомов, молекул и элементарных частиц можно считать упругими. При упругом ударе наряду с законом сохранения импульса выполняется закон сохранения механической энергии.

Чаще всего при столкновениях макроскопических тел их механическая энергия не сохраняется. Такие столкновения называют неупругими. Механическая энергия при неупругих столкновениях частично или полностью переходит во внутреннюю (тепловую) энергию.

Глубокое изучение этого вопроса привело к выводу о существовании в природе универсального закона сохранения энергии: энергия никогда не создается и не уничтожается, она может только переходить из одной формы в другую. При этом понятие энергии пришлось расширить введением понятий о новых ее формах (помимо механической). Так, например, внутренняя энергия равна сумме кинетической энергии хаотического движения молекул и потенциальной энергии взаимодействия молекул между собой.

Среди неупругих столкновений особо выделяют так называемые абсолютно неупругие столкновения (удары). Абсолютно неупругим ударом называют такое столкновение, при котором тела соединяются (слипаются) друг с другом и дальше двигаются как единое целое.

Примеры решения задач

Пример 3.16. Тележка массой m_1 со скоростью V_0 «налетает» на неподвижную тележку массой m_2 . Считая удар центральным и абсолютно упругим, определите скорости тележек V_1 и V_2 после удара.

Решение

По закону сохранения импульса

$$m_1 V_0 = m_1 V_{1x} + m_2 V_{2x},$$

где V_{1x} и V_{2x} – проекции на горизонтальную ось x векторов \vec{V}_1 и \vec{V}_2 (рис.3.8).

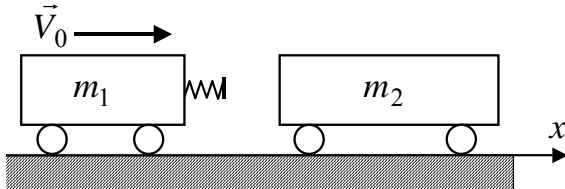


Рис. 3.8.

По закону сохранения механической энергии

$$\frac{m_1 V_0^2}{2} = \frac{m_1 V_{1x}^2}{2} + \frac{m_2 V_{2x}^2}{2}.$$

Решая полученную систему уравнений, найдем

$$V_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)V_0}{m_1 + m_2}, \quad V_{2x} = \frac{2m_1 V_0}{m_1 + m_2}.$$

В частном случае, когда $m_1 = m_2$ получаем $V_{1x} = 0$, $V_{2x} = V_0$, то есть тележки при упругом ударе «обмениваются» скоростями.

Пример 3.17. Тележки массами m_1 и m_2 движутся навстречу друг другу со скоростями V_1 и V_2 . Определите количество тепла Q , выделившегося при абсолютно неупругом столкновении тележек.

Решение

По закону сохранения импульса

$$m_1 V_1 - m_2 V_2 = (m_1 + m_2) V_x,$$

где V_x – проекция вектора скорости тележек после удара на ось x , сонаправленную с вектором скорости первой тележки до удара.

По закону сохранения энергии

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) V_x^2}{2} + Q.$$

Из этих уравнений найдем Q .

$$Q = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} - \left(\frac{m_1 + m_2}{2} \right) \left(\frac{m_1 V_1 - m_2 V_2}{m_1 + m_2} \right)^2.$$

После алгебраических преобразований получим

$$Q = \frac{m_1 m_2 (V_1 + V_2)^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

Пример 3.18. В шарик, висящий на невесомой нерастяжимой нити длиной $l = 1,8$ м, попадает горизонтально летящая пуля и застревает в нем. При какой минимальной скорости v пули шарик поднимется выше точки подвеса нити? Масса шарика в $n = 20$ раз больше массы пули.

Решение

Заметим, что начальная энергия $E_1 = mv^2/2$ системы «шарик-пуля» не равна ее конечной энергии, так как при неупругом столкновении пули с шариком выделяется тепло (m – масса шарика). Начальный импульс системы $\vec{p} = m\vec{v}$ также отличен от конечного импульса, равного нулю в верхней точке траектории. Изменение импульса системы «шарик-пуля» происходит из-за действия внешних сил: силы натяжения нити и силы тяжести.

Однако, если считать, что время столкновения пули с шариком настолько мало, что шарик не успевает за это время заметно сместиться из положения равновесия, то силы натяжения нити и тяжести за это малое время не успевают заметно изменить импульс системы. Тогда по закону сохранения импульса

$$mv = (m + nm)V,$$

где V – скорость шарика с застрявшей в нем пулей сразу после столкновения (то есть в момент, когда пуля прекратила двигаться относительно шарика). Именно во время столкновения, когда пуля движется в шарике, происходит выделение тепла. Далее шарик вместе с застрявшей в нем пулей движется по инерции под действием сил тяжести и натяжения нити. Механическая энергия при таком движении не изменяется:

$$\frac{m(n+1)V^2}{2} = m(n+1)gl.$$

Из этого уравнения получим

$$V^2 = 2gl.$$

Следовательно

$$v = (n+1)V = (n+1)\sqrt{2gl} = 126 \text{ м/с.}$$

Пример 3.19. Шарики массами m и $2m$, соединенные легкой недеформированной пружиной, находятся на гладком горизонтальном столе. Шарiku массой m сообщили скорость v в направлении второго шарика. Определите потенциальную энергию E_p пружины в момент ее максимального сжатия.

Решение

Пока скорость легкого шарика превышает скорость тяжелого, расстояние между шариками уменьшается. Расстояние между шариками начнет увеличиваться, когда скорость тяжелого шарика превысит скорость легкого. Отсюда следует, что расстояние между шариками минимально в момент времени, когда скорости шариков равны. Обозначим эту скорость за V . По закону сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{2mV^2}{2} + E_p.$$

Запишем также закон сохранения импульса

$$mv = (m + 2m)V.$$

Из этих уравнений найдем

$$E_p = mv^2 / 3.$$