

Р.Фейнман, Р.Лейтон, М.Сэндс
ФЕЙНМАНОВСКИЕ ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ
3. ИЗЛУЧЕНИЕ. ВОЛНЫ. КВАНТЫ

Оглавление

Глава 26 Оптика Принцип наименьшего времени	5
§ 1. Свет	5
§ 2. Отражение и преломление	7
§ 3. Принцип наименьшего времени Ферма	9
§ 4. Применения принципа Ферма	13
§ 5. Более точная формулировка принципа Ферма	18
§ 6. Квантовый механизм	20
Глава 27 Геометрическая оптика	22
§ 1. Введение	22
§ 2. Фокусное расстояние для сферической поверхности	23
§ 3. Фокусное расстояние линзы	28
§ 4 Увеличение	30
§ 5. Сложные линзы	32
§ 6. Аберрация	33
§ 7 Разрешающая способность	34
Глава 28 Электромагнитное излучение	36
§ 1. Электромагнетизм	36
§ 2. Излучение	40
§ 3. Дипольный излучатель	42
§ 4 Интерференция	44
Глава 29. Интерференция	47
§ 1. Электромагнитные волны	47
§ 2 Энергия излучения	49
§ 3. Синусоидальные волны	50
§ 4. Два дипольных излучателя	52
§ 5. Математическое описание интерференции	56
Глава 30. Дифракция	61
§ 1. Результирующее поле n одинаковых осцилляторов	61
§ 2 Дифракционная решетка	65
§ 3. Разрешающая способность дифракционной решетки	70
§ 4 Параболическая антенна	72
§ 5 Окрашенные пленки; кристаллы	73
§ 6. Дифракция на непрозрачном экране	74
§ 7. Поле системы осцилляторов, расположенных на плоскости	78
Глава 31. Как возникает показатель преломления	83
§ 1 Показатель преломления	83
§ 2 Поле, излучаемое средой	88
§ 3 Дисперсия	91
§ 4 Поглощение	95
§ 5. Энергия световой волны	96

§ 6 Дифракция света на непрозрачном экране	98
Глава 32. Радиационное затухание. Рассеяние света	101
§ 1 Радиационное сопротивление	101
§ 2 Интенсивность излучения	103
§ 3 Радиационное затухание	105
§ 4 Независимые источники	107
§ 5 Рассеяние света	110
Глава 33. Поляризация	116
§ 1 Вектор электрического поля световой волны	116
§ 2 Поляризация рассеянного света	119
§ 3 Двойное лучепреломление	119
§ 4 Поляризаторы	123
§ 5 Оптическая активность	125
§ 6 Интенсивность отраженного света	126
§ 7. Аномальное преломление	130
Глава 34. Релятивистские явления в излучении	134
§ 1 Движущиеся источники	134
§ 2. Определение «кажущегося» движения	136
§ 3. Синхротронное излучение	138
§ 4 Космическое синхротронное излучение	142
§ 5. Тормозное излучение	144
§ 6. Эффект Доплера	145
§ 7. Четырехвектор (ω , k)	148
§ 8. Абберация	150
§ 9. Импульс световой волны	151
Глава 35. Цветовое зрение	154
§ 1. Человеческий глаз	154
§ 2. Цвет зависит от интенсивности	157
§ 3. Измерение восприятия цвета	159
§ 4. Диаграмма цветности	164
§ 5. Механизм цветового зрения	167
§ 6. Физико-химические свойства цветового зрения	170
Глава 36. Механизм зрения	173
§ 1. Ощущение цвета	173
§ 2. Физиология зрения	177
§ 3. Палочки	183
§ 4. Сложные глаза насекомых	185
§ 5. Другие типы глаз	189
§ 6. Нервные механизмы зрения	190
Глава 37. Квантовое поведение	198
§ 1. Атомная механика	198
§ 2. Опыт с пулеметной стрельбой	200
§ 3. Опыт с волнами	202
§ 4. Опыт с электронами	204

§ 5 Интерференция электронных волн	206
§ 6. Как проследить за электроном?	208
§ 7 Начальные принципы квантовой механики	213
§ 8 Принцип неопределенности	215
Глава 38. Соотношение между волновой и корпускулярной точками зрения	218
§ 1. Волны амплитуды вероятности	218
§ 2. Измерение положения и импульса	220
§ 3. Дифракция на кристалле	225
§ 4. Размер атома	228
§ 5. Уровни энергии	230
§ 6. Немного философии	232

ОПТИКА. ПРИНЦИП НАИМЕНЬШЕГО
ВРЕМЕНИ

§ 1. Свет

Эта глава — первая из посвященных *электромагнитному излучению*. Свет, с помощью которого мы видим, составляет только небольшую часть широкого спектра явлений одной природы, причем разные части спектра характеризуются разными значениями определенной физической величины. Эту величину называют «длиной волны». По мере того, как она пробегает значения в пределах спектра видимого света, цвет световых лучей меняется от красного до фиолетового. Систематическое изучение спектра от длинных волн к коротким лучше всего начать с так называемых *радиоволн*. В технике радиоволны получают в широком диапазоне длин волн и даже более длинные, чем те, которые используются в обычном радиовещании. В радиовещании применяются волны длиной около 500 м, за ними идут так называемые *короткие волны*, далее радиолокационный диапазон, миллиметровый диапазон и т. д. На самом деле между разными диапазонами нет никаких границ, природа их не создала. Числа, которые соответствуют разным диапазонам, и, конечно, сами названия диапазонов весьма условны.

Далее, пройдя долгий путь через миллиметровый диапазон, мы придем к *инфракрасным* волнам, а оттуда к *спектру видимого света*. Спустившись за его границы, мы попадем в *ультрафиолетовую* область. За ультрафиолетовой областью начинаются *рентгеновские* лучи, но границу между ними точно определить мы не можем, она где-то около 10^{-8} м, или 10^{-2} мк. Это область *мягких* рентгеновских лучей, за нею идет обычное рентгеновское

§ 1. Свет

§ 2. Отражение
и преломление§ 3. Принцип
наименьшего
времени Ферма§ 4. Применения
принципа
Ферма§ 5. Более точная
формулировка
принципа
Ферма§ 6. Квантовый
механизм

излучение, затем *жесткое* излучение, потом γ -излучение и так ко все меньшим значениям величины, которую мы назвали длинной волны.

В пределах обширного диапазона длин волн имеется не менее трех областей, где возможны весьма интересные приближения. Существует, например, область, где длина волны мала по сравнению с размерами приборов, с помощью которых изучают такие волны; более того, энергия фотонов, если говорить на языке квантовой механики, меньше порога чувствительности приборов. В этой области первое грубое приближение дает метод, называемый *геометрической оптикой*. С другой стороны, когда длина волны становится порядка размеров прибора (такие условия проще создать для радиоволн, чем для видимого света), а энергия фотонов по-прежнему ничтожна, применяется другое очень полезное приближение, в котором учтены волновые свойства света, но снова пренебрегается эффектами квантовой механики. Это приближение основано на *классической теории электромагнитного излучения*; оно будет обсуждаться в одной из последующих глав. Наконец, для еще более коротких длин волн, когда энергия фотонов велика по сравнению с чувствительностью приборов и от волнового характера излучения можно отвлечься, снова возникает простая картина. Такую *фотонную* картину мы рассмотрим только в общих чертах. Полную теорию, описывающую все на основе единой модели, вы узнаете гораздо позже.

В этой главе мы ограничимся той областью, для которой эффективна геометрическая оптика и, как будет видно в дальнейшем, длина волны и фотонный характер света роли не играют. Мы даже не зададим вопроса, а *что такое* свет, и только опишем его *поведение* в масштабе длин и времен, много больших, чем некоторые характерные величины. Из сказанного ясно, что речь пойдет об очень грубом приближении, потом нам придется «отучаться» от изложенных здесь методов. Но отучимся мы легко, потому что почти сразу перейдем к более точному анализу.

Геометрическая оптика, хотя и является приближением, представляет огромный интерес с технической и исторической точек зрения. На истории этого вопроса мы намеренно остановимся подробнее, чтобы дать представление о развитии физической теории или физической идеи вообще.

Начнем с того, что свет знаком каждому и известен с незапамятных времен. Возникает первая проблема: каков механизм *видения* света? Теорий было много, но в конце концов они свелись к одной: существует нечто, попадающее в глаз при отражении от предметов. Эта идея существует уже давно и столь привычна, что теперь даже трудно себе представить другие идеи, предложенные, однако, весьма умными людьми, например, что нечто выходит из глаза и чувствует окружающие пред-

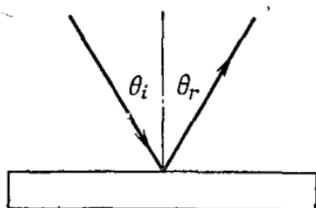
меты. Были и другие важные наблюдения: свет распространяется из одной точки в другую *по прямой линии*, если ничто ему не препятствует и лучи света не взаимодействуют друг с другом. Иными словами, свет распространяется в комнате во всевозможных направлениях, но тот луч, который перпендикулярен направлению нашего взгляда, не воздействует на лучи, идущие к нам от какого-либо предмета. В свое время это был сильнейший аргумент против корпускулярной теории света и его использовал Гюйгенс. Но если представить себе свет в виде пучка летящих стрел, то как могли бы тогда другие стрелы легко пронизывать его? На самом деле ценность таких схоластических доказательств весьма сомнительна. Всегда можно сказать, что свет состоит именно из таких стрел, которые свободно проходят друг через друга!

§ 2. Отражение и преломление

Все сказанное дает представление об основной *идее* геометрической оптики. Теперь перейдем к ее количественному описанию. До сих пор мы разбирали случай, когда свет распространяется между двумя точками по прямой линии. Посмотрим теперь, что происходит, когда свет на своем пути наталкивается на какой-то объект (фиг. 26.1). Простейший объект — это зеркало, и в этом случае мы знаем такой закон: свет, попадая на зеркало, не проходит через него, а отражается и снова уходит по прямой линии, причем направление прямой меняется при изменении наклона зеркала. Еще в древности люди были заняты вопросом: каково соотношение между этими двумя углами? Это очень простое соотношение, и найдено оно было давным-давно. Падающий на зеркало луч после отражения движется по такому пути, что углы между каждым лучом и зеркалом равны. По ряду соображений углы удобно отсчитывать от нормали к поверхности зеркала. Тогда так называемый закон отражения гласит:

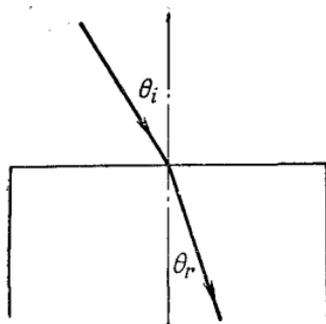
$$\theta_i = \theta_r. \quad (26.1)$$

В отличие от простого закона отражения более сложный закон возникает при переходе света из одной среды в другую, например из воздуха в воду; здесь тоже свет движется не по прямой. Траектория луча в воде образует некоторый угол с



Ф и г. 26.1. Угол падения равен углу отражения.

Ф и г. 26.2. При переходе из одной среды в другую луч света преломляется.



траекторией в воздухе. Когда луч падает почти вертикально, угол отклонения θ_r невелик; если же луч направить под большим углом, отклонение становится значительным (фиг. 26.2). Возникает вопрос: каково соотношение между двумя углами? В древности эта проблема долго ставила людей в тупик, но ответ тогда так и не был найден! Тем не менее именно по этому вопросу можно найти очень редкую в древнегреческой физике сводку экспериментальных данных!

Клавдий Птолемей составил таблицу углов отклонения света в воде для целого ряда углов падения из воздуха. В табл. 26.1 приведены углы в воздухе в градусах и соответствующие углы для воды. (Принято считать, что древние греки никогда не ставили опытов. Но, не зная закона, такую таблицу можно

Таблица 26.1

● ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА
ПО ПТОЛЕМЕЮ

Угол в воздухе, град	Угол в воде, град
10	8
20	15,5
30	22,5
40	28
50	35
60	40,5
70	45
80	50

составить только на основании эксперимента. Надо отметить, однако, что данные таблицы слишком хорошо ложатся на параболу, поэтому они не могли быть результатом независимых измерений; это лишь ряд чисел, интерполированных по немногим измеренным точкам.)

Это был очень важный шаг в становлении физического закона: сначала мы наблюдаем эффект, затем проводим измерения и сводим результаты в таблицу, после чего пытаемся найти закон, по которому одни величины сопоставляются с другими. Приведенная таблица была составлена еще в 140 г. до нашей эры, и вплоть до 1621 г. никто не смог найти такого закона, который

связал бы эти два угла! Закон был установлен голландским математиком Виллебрордом Снеллом и читается так: пусть θ_i есть угол в воздухе и θ_r есть угол в воде, тогда синус θ_i равен синусу θ_r , умноженному на некоторую константу

$$\sin \theta_i = n \sin \theta_r. \quad (26.2)$$

Для воды число n равно примерно 1,33. Равенство (26.2) называется *законом Снелла*; он позволяет *предсказать* отклонение света при переходе из воздуха в воду. В табл. 26.2 указаны углы в воде и воздухе, полученные с помощью закона Снелла. Обратите внимание на удивительное согласие с таблицей Птолемея.

Таблица 26.2 • ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА
ПО ЗАКОНУ СНЕЛЛА

Угол в воздухе, град	Угол в воде, град
10	7,5
20	15
30	22
40	29
50	35
60	40
70	48
80	49,5

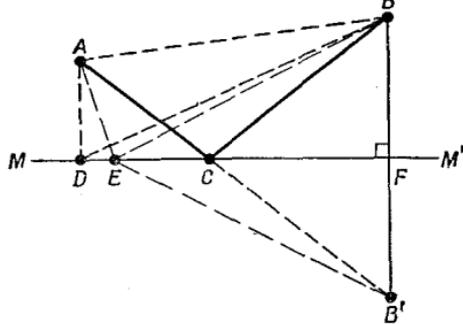
§ 3. Принцип наименьшего времени Ферма

По мере развития науки нам хочется получить нечто большее, чем просто формулу. Сначала мы наблюдаем явления, затем с помощью измерений получаем числа и, наконец, находим закон, связывающий эти числа. Но истинное величие науки состоит в том, что мы *можем найти такой способ рассуждения*, при котором закон становится *очевидным*.

Впервые общий принцип, наглядно объясняющий закон поведения света, был предложен Ферма примерно в 1650 г. и получил название *принципа наименьшего времени*, или *принципа Ферма*. Вот его идея: свет выбирает из всех возможных путей, соединяющих две точки, тот путь, который требует *наименьшего времени* для его прохождения.

Покажем сначала, что это верно для случая с зеркалом, что этот простой принцип объясняет и прямолинейность распространения света, и закон отражения света от зеркала. Мы явно делаем успехи!

Попытаемся решить следующую задачу. На фиг. 26.3 изображены две точки A и B и плоское зеркало MM' . Каким путем можно за кратчайшее время попасть из точки A в точку B ? *Ответ*: по прямой, проведенной из A в B !



Ф и г. 26.3. Иллюстрация принципа наименьшего времени.

Но если мы добавим дополнительное условие, что свет должен *попасть* на зеркало, отразиться от него и вернуться снова в точку B опять-таки за кратчайшее время, то ответить не так уж просто. Один путь — как можно скорее добраться до зеркала, а оттуда в точку B , т. е. по пути ADB . Путь DB , конечно, длинен. Если сдвинуться чуть-чуть вправо в точку E , то первый отрезок пути немного увеличится, но зато сильно *уменьшится* второй, и время прохождения поэтому станет меньше. Как найти точку C , для которой время прохождения наименьшее? Воспользуемся для этого хитрым геометрическим приемом.

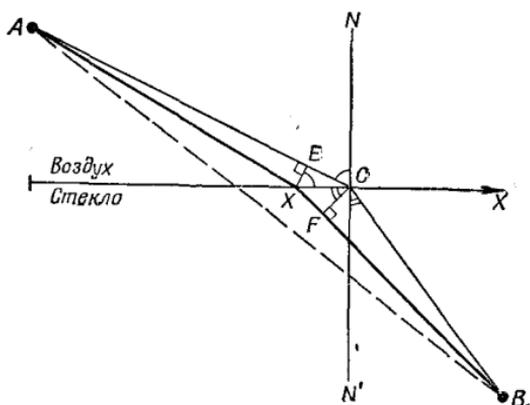
По другую сторону зеркала MM' , на таком же расстоянии от него, что и точка B , построим искусственную точку B' . Затем проведем линию EB' . Поскольку угол BFM прямой и $BF = FB'$, то EB равно EB' . Следовательно, сумма длин двух отрезков $AE + EB$, пропорциональная времени их прохождения (если свет проходит с постоянной скоростью), равна сумме длин $AE + EB'$. Теперь нужно выяснить, когда сумма длин будет наименьшей. *Ответ:* когда точка C будет лежать на прямой, соединяющей A и B' ! Другими словами, нужно идти к мнимой точке B' (мнимому изображению точки B) и тогда мы найдем точку C . Далее, если ACB' — прямая линия, угол BCF равен углу $B'CF$ и, следовательно, углу ACM . Таким образом, утверждение о равенстве углов падения и отражения равносильно утверждению, что свет при отражении от зеркала в точку B выбирает путь, требующий *наименьшего времени*. Еще Герон Александрийский высказал утверждение, что свет при отражении идет из одной точки в другую по *кратчайшему пути*, так что идея принципа, как видите, не нова. Именно это вдохновило Ферма, и он попробовал применить этот принцип к явлению преломления. Но свет, преломляясь, очевидным образом идет не по *кратчайшему пути*, и тогда Ферма предложил другой принцип — свет выбирает путь, *время* прохождения по которому *наименьшее*.

Прежде чем перейти к вопросу о преломлении света, сделаем еще одно замечание об отражении от зеркала. Если поместить источник света в точку B и направить луч на зеркало, свет, отражаясь от зеркала, пройдет из B в A так, как будто бы источ-

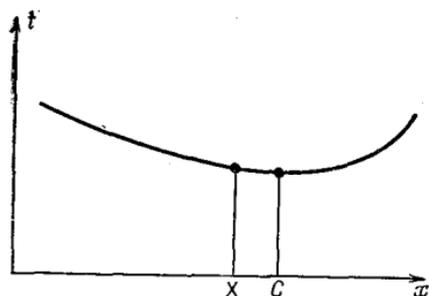
ник находится в B' , а зеркала *нет вообще*. Наш глаз видит только тот свет, который действительно входит в него; и хотя источник расположен в точке B , зеркало направляет свет в глаз точно так, как *будто* источник находится в B' , и система глаза — мозг интерпретирует именно так это явление. Поэтому иллюзия, что источник или предмет находится за зеркалом, вызывается только тем фактом, что свет попадает в глаз физически именно так, как если бы предмет действительно был *позади* зеркала (если не принимать во внимание пыль на зеркале и то, что нам известно, что зеркало реально существует, и другие сведения, которые учитывает наш мозг).

Покажем теперь, что из принципа наименьшего времени вытекает закон Снелла для преломления. Мы должны, конечно, что-то предположить относительно скорости света в воде. Будем считать, что скорость света в воде меньше скорости света в воздухе, и отношение второй скорости к первой обозначим через n .

Наша задача по-прежнему состоит в том, чтобы на фиг. 26.4 попасть из точки A в B за *наименьшее время*. Чтобы убедиться, что путь по прямой здесь не самый быстрый, представим себе следующую ситуацию: хорошенькая девушка падает из лодки в воду в точке B и кричит, просит спасти. Линия X — это берег. Вы находитесь на суше в точке A и видите, что произошло, вы умеете плавать и умеете бегать. Но бегаете вы быстрее, чем плаваете. Что вам делать? Бежать по прямой к берегу? (Конечно!) Но, немного поразмыслив, вы поймете, что выгоднее пробежать несколько дальше по берегу, чтобы уменьшить ваш путь в воде, потому что в воде вы будете двигаться гораздо медленнее. (Рассуждая таким образом, лучше всего было бы заранее тщательно *вычислить* путь!) Во всяком случае, давайте попытаемся показать, что окончательное решение задачи — это путь ACB , который занимает из всех возможных наименьшее время. Если этот путь кратчайший по времени, то любой другой окажется длиннее. Поэтому если отложить на графике зависимость



Фиг. 26.4. Иллюстрация принципа Ферма для случая преломления.



Ф и г. 26.5 Наименьшее время получается при выборе точки C . Соседние точки приводят примерно к такому же времени прохождения.

времени от положения точки X , получится кривая, похожая на изображенную на фиг. 26.5, где точка C соответствует наименьшему времени. Это означает, что для точек X вблизи C в первом приближении время прохождения практически *одинаковое*, так как в точке C наклон кривой равен нулю. Итак, наш способ найти искомый путь сводится к требованию, чтобы при небольшом изменении положения точки время прохождения не менялось. (Конечно, возникнут бесконечно малые изменения времени *второго* порядка, и они должны быть положительными при смещении в обе стороны от точки C .) Возьмем близкую точку X , вычислим время прохождения на пути AXB и сравним его со старым путем ACB . Сделать это очень просто. Конечно, нужно еще, чтобы разность времен стремилась к нулю для малых расстояний XC . Обратимся сначала к пути по суше. Если мы опустим перпендикуляр EX , то легко увидим, что наш путь стал короче на длину EC . Можно сказать, что это расстояние мы выиграли. С другой стороны, опустив перпендикуляр CF , мы увидим, что в воде приходится проплыть дополнительное расстояние XF . В этом мы проиграли. С точки зрения экономии *времени* выигрывается время на отрезке EC , но теряется на отрезке XF . Эти два интервала времени должны быть равны, так как в первом приближении полное время прохождения не меняется. Предположив, что скорость в воде равна скорости в воздухе, умноженной на $1/n$, получим

$$EC = nXF. \quad (26.3)$$

Поэтому мы видим, что если нам удалось правильно выбрать точку C ($XC \sin EXC = nXC \sin XCF$) или мы сократили на длину общей гипотенузы XC и заметили, что

$$EXC = ECN = \theta_i \quad \text{и} \quad XCF = BCN' = \theta_r,$$

то мы получим

$$\sin \theta_i = n \sin \theta_r. \quad (26.4)$$

Отсюда видно, что при отношении скоростей, равном n , свет должен двигаться из одной точки в другую по такому пути, чтобы отношение синусов θ_i и θ_r было равно отношению скоростей в двух средах.

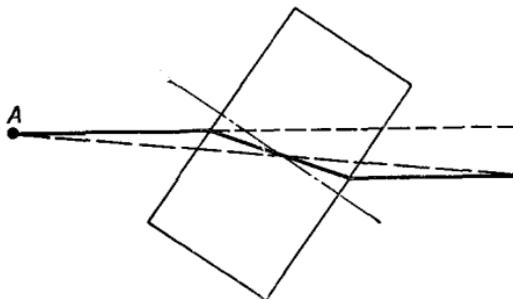
§ 4. Применения принципа Ферма

Рассмотрим теперь некоторые интересные следствия принципа наименьшего времени. Первое из них — принцип обратности. Мы уже нашли путь из A в B , требующий наименьшего времени; пойдем теперь в обратном направлении (считая, что скорость света не зависит от направления). Наименьшему времени отвечает та же траектория, и, следовательно, если свет распространяется по некоторому пути в одном направлении, он будет двигаться по этому пути и в обратном направлении.

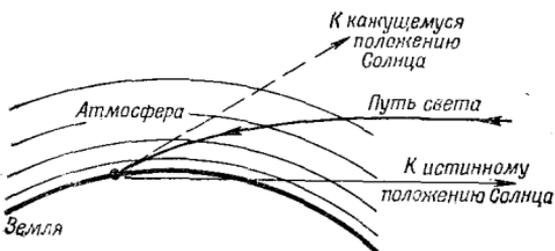
Другой интересный пример! На пути света под некоторым углом поставлена четырехгранная стеклянная призма с параллельными гранями. Свет проходит из точки A в B и, встретив на своем пути призму (фиг. 26.6), отклоняется, причем длительность пути в призме уменьшается за счет изменения наклона траектории, а путь в воздухе немного удлиняется. Участки траектории вне призмы оказываются параллельными друг другу, потому что углы входа и выхода из призмы одинаковы.

Третье интересное явление состоит в том, что когда мы смотрим на заходящее солнце, то оно на самом деле находится уже ниже линии горизонта! Нам *кажется*, что солнце еще над горизонтом, а оно фактически уже зашло (фиг. 26.7). Дело здесь в следующем. Земная атмосфера сверху разрежена, а в нижних слоях более плотная. Свет распространяется в воздухе медленнее, чем в вакууме, и поэтому солнечные лучи достигнут какой-то точки за горизонтом быстрее, если будут двигаться не по прямой линии, а по траектории с более крутым наклоном в плотных слоях атмосферы, сокращая таким образом свой путь в этих слоях.

Еще пример того же рода — мираж, который часто наблюдают путешественники на раскаленных солнцем дорогах. Они видят на дороге «воду», а когда подъезжают туда, то кругом оказывается все сухо, как в пустыне! Сущность явления в следующем. То, что мы видим в этом случае, это «отраженный» дорогой свет. На фиг. 26.8 показано, как падающий на дорогу луч света попадает к нам в глаз. Почему? Воздух сильно раскален над самой дорогой, а в верхних слоях холоднее. Горячий



Фиг. 26.6. Луч света, выходящий из прозрачной пластины, параллелен падающему лучу.



Ф и г. 26.7. У горизонта Солнце кажется на $\frac{1}{2}$ градуса выше, чем на самом деле.

воздух, расширяясь, становится более разреженным, а потому и скорость света в нем больше, чем в холодном. Другими словами, свет быстрее проходит в теплых слоях, чем в холодных. Поэтому свет проходит не по прямой, а идет по траектории с наименьшим временем, заворачивая для этого в теплые слои воздуха, чтобы сократить время. Таким образом, свет идет по кривой.

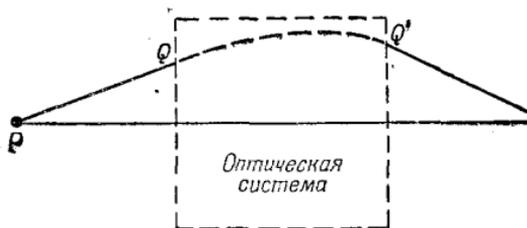
И еще один пример. Представим себе такую ситуацию, когда весь свет, испускаемый в точке P , собирается обратно в другую точку P' (фиг. 26.9). Это означает, конечно, что свет может попасть из точки P в P' по прямой линии. Это правильно. Но как устроить так, чтобы свет, идущий от P к Q , тоже попал в P' ? Мы хотим собрать весь свет снова в одной точке, которую называют *фокусом*. Как это сделать? Поскольку свет всегда выбирает путь с наименьшим временем, то наверняка он не пойдет по другим предложенным нами путям. Единственный способ сделать целый ряд близлежащих траекторий приемлемыми для света — это устроить так, чтобы для всех время прохождения было точно *одинаковым*! В противном случае свет пойдет по траектории, требующей минимального времени. Поэтому задача построения фокусирующей системы сводится просто к созданию устройства, в котором свет тратит на *всех* путях одинаковое время!

Такое устройство создать просто. Возьмем кусок стекла, в котором свет движется медленнее, чем в воздухе (фиг. 26.10). Проследим путь луча света, проходящего в воздухе по линии PQP' . Этот путь длиннее, чем прямо из P в P' , и наверняка занимает больше времени. Но если взять кусок стекла нужной толщины (позже мы вычислим, какой именно), то путь в нем компенсирует добавочное время, затрачиваемое при отклонении луча на траектории PQP' . При этих условиях можно устроить так, чтобы время, затрачиваемое светом на пути по прямой, совпадало со временем, затрачиваемым на пути PQP' . Точно



Ф и г. 26.8. Мираж.

Фиг. 26.9. Оптический «черный ящик».

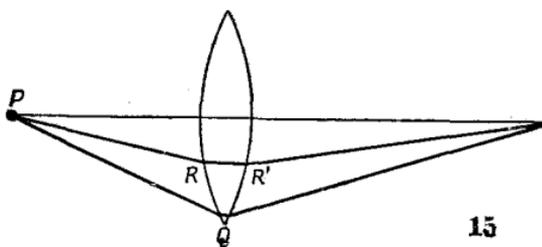


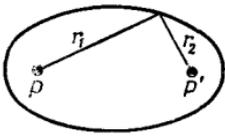
так же, если взять частично отклоненный луч $PRR'P'$ (более короткий, чем PQP'), то придется скомпенсировать уже не так много времени, как для прямолинейной траектории, но некоторую долю времени все же скомпенсировать придется. В результате мы приходим к форме куска стекла, изображенной на фиг. 26.10. При такой форме весь свет из точки P попадет в P' . Все это нам известно уже давно, и называется такое устройство собирательной линзой. В следующей главе мы вычислим, какой должна быть форма линзы, чтобы получить идеальную фокусировку.

Наконец, последний пример. Предположим, что нам нужно так поставить зеркало, чтобы свет из точки P всегда приходил в P' (фиг. 26.11). На любом пути свет должен отразиться от зеркала, и время для всех путей должно быть одинаковым. В данном случае свет проходит только в воздухе, так что время прохождения пропорционально длине пути. Поэтому требование равенства времен сводится к требованию равенства полных длин путей. Следовательно, сумма расстояний r_1 и r_2 должна оставаться постоянной. Эллипс обладает как раз тем свойством, что сумма расстояний любой точки на его кривой от двух заданных точек постоянна; поэтому свет, отразившись от зеркала, имеющего такую форму, наверняка попадет из одного фокуса в другой.

Этот принцип фокусировки служит для наблюдения света звезд. При постройке большого 200-дюймового телескопа в обсерватории Паломар использовалась следующая идея. Вообразите себе звезду, удаленную от нас на миллиарды километров; мы хотим собрать весь испускаемый ею свет в фокус. Конечно, мы не можем начертить всю траекторию лучей до звезды, тем не менее мы должны проверить, насколько времена на различных траекториях равны. Мы, конечно, знаем, что если множество различных лучей достигло плоскости KK' , перпендикулярной направлению лучей, то времена для всех этих лучей будут рав-

Фиг. 26.10. Фокусирующая оптическая система.





Ф и г. 26.11. Эллиптическое зеркало.

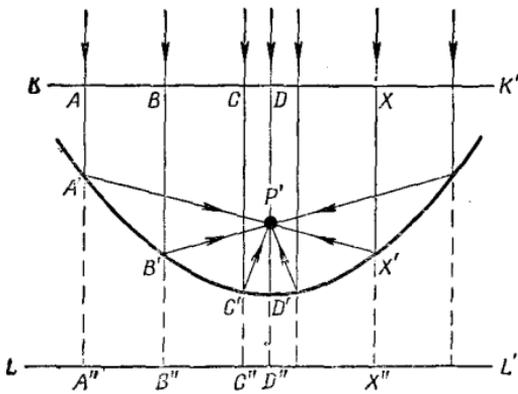
ны (фиг. 26.12). Далее лучи должны отразиться от зеркала и за равные промежутки времени попасть в фокус P' . Это означает, что мы должны найти такую кривую, для которой сумма расстояний $XX' + X'P'$ будет постоянна, независимо от выбора точки X . Легче всего это сделать, продолжив отрезок XX' до плоскости LL' . Потребуем теперь, чтобы выполнялись соотношения $A'A'' = A'P'$, $B'B'' = B'P'$, $C'C'' = C'P'$ и т. д.; в этом случае мы получаем нужную нам кривую, потому что сумма длин $A'A + A'P' = AA' + A'A''$ будет постоянной для всех точек кривой. Значит, наша кривая есть геометрическое место всех точек, равноудаленных от линии и некоторой заданной точки. Такая кривая называется *параболой*; вот зеркало телескопа и было изготовлено именно в форме параболы.

Приведенные примеры в общих чертах иллюстрируют принцип устройства оптических систем. Точные кривые можно рассчитать, используя правило равенства времен на всех путях, ведущих в точку фокуса, и требуя, чтобы время прохождения на всех соседних путях было большим.

В следующей главе мы еще вернемся к фокусирующим оптическим системам, а теперь обсудим дальнейшее развитие теории. Когда предлагается новый физический принцип, такой, как принцип наименьшего времени, то нашей первой естественной реакцией могли бы быть слова: «Все это очень хорошо, восхитительно, но вопрос заключается в том, улучшает ли это вообще наше понимание физики?». На это можно ответить: «Да. Посмотрите сколько новых фактов мы теперь поняли!» А кто-то возразит: «Ну, в зеркалах я и так разбираюсь. Мне нужна такая кривая, чтобы каждая касательная к ней плоскость образовывала равные углы с двумя лучами света. Я могу рассчитать и линзу, потому что каждый падающий на нее луч отклоняется на угол, даваемый законом Снелла». Здесь очевидным образом содержание принципа наименьшего действия совпадает с законом равенства углов при отражении и пропорциональности синусов углов при преломлении. Тогда, может быть, это философский вопрос, а может быть, вопрос просто в том, какой путь красивее? Можно привести аргументы в пользу обеих точек зрения.

Однако критерий важности всякого принципа состоит в том, что он *предсказывает нечто новое*.

Легко показать, что принцип Ферма предсказывает ряд новых фактов. Прежде всего предположим, что имеются *три* среды — стекло, вода и воздух и мы наблюдаем явление преломления и измеряем показатель n для перехода из одной среды в



Ф и г. 26.12. Параболическое зеркало.

другую. Обозначим через n_{12} показатель преломления для перехода из воздуха (1) в воду (2), а через n_{13} — для перехода из воздуха (1) в стекло (3). Измерив преломление в системе вода — стекло, найдем еще один показатель преломления и назовем его n_{23} . Здесь заранее нет оснований считать, что n_{12} , n_{13} и n_{23} связаны между собой. Если же исходить из принципа наименьшего времени, то такую связь можно установить. Показатель n_{12} есть отношение двух величин — скорости света в воздухе к скорости света в воде; показатель n_{13} есть отношение скорости в воздухе к скорости в стекле, а n_{23} есть отношение скорости в воде к скорости в стекле. Поэтому, сокращая скорость света в воздухе, получаем

$$n_{23} = \frac{v_2}{v_3} = \frac{v_1/v_3}{v_1/v_2} = \frac{n_{13}}{n_{12}}. \quad (26.5)$$

Другими словами, мы *предсказываем*, что показатель преломления для перехода из одного материала в другой можно получить из показателей преломления каждого материала по отношению к некоторой среде, скажем воздуху или вакууму. Таким образом, измерив скорость света во всех средах, мы образуем одно число для каждой среды — показатель преломления для перехода из вакуума в среду — и называем его n_i (например, n_i для воздуха есть отношение скорости в воздухе к скорости в вакууме и т. д.), после чего легко написать нужную формулу. Показатель преломления для любых двух материалов i и j равен

$$n_{ij} = \frac{v_i}{v_j} = \frac{n_j}{n_i}. \quad (26.6)$$

Используя только закон Снелла, подобное соотношение предсказать невозможно*. Но связь эта существует. Соотношение (26.5) известно давно и послужило сильным аргументом в пользу принципа наименьшего времени.

* Его можно вывести, если дополнительно предположить, что при добавлении слоя одной среды к поверхности другой угол преломления на выходе из последней среды не меняется.

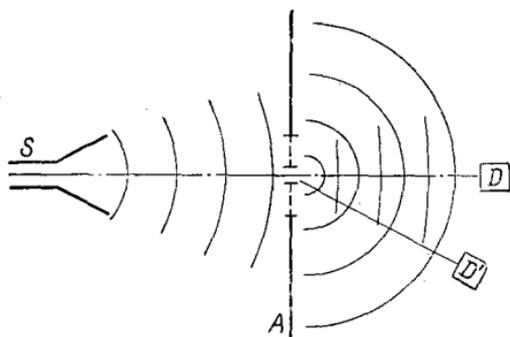
Еще одно предсказание принципа наименьшего времени состоит в том, что скорость света в воде *при измерении* должна оказаться меньше скорости света в воздухе. Это уже предсказание совсем другого рода. Оно гораздо глубже, потому что носит теоретический характер и никак не связано с наблюдениями, из которых Ферма вывел принцип наименьшего времени (до сих пор мы имели дело только с *углами*). Как оказалось, скорость света в воде *действительно* меньше скорости в воздухе, и ровно настолько, чтобы получился правильный показатель преломления.

§ 5. Более точная формулировка принципа Ферма

До сих пор мы фактически пользовались неправильной формулировкой принципа наименьшего времени. Здесь мы сформулируем его более точно. Мы *неправильно* называли его принципом наименьшего времени и для удобства по ходу дела применяли неправильную его трактовку. Но теперь мы выясним точное содержание принципа. Пусть имеется зеркало. Мы его показали на фиг. 26.3. Откуда свет *знает*, что он должен двигаться к зеркалу? Очевидно, путь, требующий *наименьшего* времени,— это линия *AB*. Кое-кто поэтому может сказать: «Иногда этот путь требует как раз *наибольшего* времени». Так это *неправильно!* Путь по кривой наверняка займет еще больше времени! Точная формулировка принципа следующая: луч, проходящий по траектории, обладает тем свойством, что любое малое изменение пути (скажем, на 1%), расположения точки падения луча на зеркало, или формы кривой, или какие-либо иные изменения, *не приводит* в первом порядке к изменению времени прохождения; изменение времени происходит только *во втором* порядке. Другими словами, согласно этому принципу, свет выбирает один путь из множества близлежащих, требующих почти *одинакового* времени для прохождения.

С принципом наименьшего времени связана еще одна трудность, которую многие, не любящие такого рода теории, никак не могут переварить. Теория Снелла помогает легко «понять» поведение света. Свет проходит, видит перед собой поверхность и отклоняется, потому что на поверхности с ним что-то происходит. Легко понять идею причинности, проявляющуюся в том, что свет идет из одной точки в другую, а затем в следующую. Но принцип наименьшего времени есть философский принцип, который совсем иначе объясняет причину явлений в природе. Вместо причинной обусловленности, когда из одного нашего действия вытекает другое и т. д., этот принцип говорит следующее: в данной ситуации *свет* выбирает путь с наименьшим, или экстремальным временем. Но *как* удастся свету выбирать свой

Ф и г. 26.13. Прохождение радиоволн сквозь узкую щель.



путь? Вынюхивает он что ли соседние пути и сравнивает их потом друг с другом? В некотором смысле так и происходит. Эту способность света нельзя понять в рамках геометрической оптики, поскольку она связана с понятием *длины волны*; длина волны, грубо говоря, есть тот отрезок впереди лежащего пути, который свет может «почувствовать» и сравнить с соседними путями. Этот факт трудно продемонстрировать на опыте со светом, так как длина волны света чрезвычайно мала. Но радиоволны с длиной волны, скажем, 3 см, «видят» намного дальше. Предположим, имеется источник радиоволн, детектор и экран со щелью, как показано на фиг. 26.13; при этих условиях лучи будут проходить из S в D , поскольку это прямолинейная траектория, и даже если сузить щель, лучи все равно пройдут. Но если теперь отодвинуть детектор в точку D' , то при широкой щели волны не пойдут из S в D' , потому что они сравнят близлежащие пути и скажут: «Нет, друг мой, все эти пути требуют другого времени». С другой стороны, если оставить только узенькую щелку и таким образом *помешать* волнам выбирать путь, то окажутся годными уже несколько путей и волны пойдут по ним! Если щель узкая, в точку D' попадет больше излучения, чем через широкую щель!

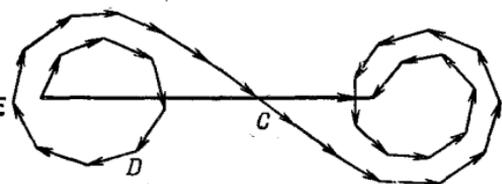
Такой же опыт возможен со светом, но в большом масштабе его проделать трудно. Этот эффект, однако, можно наблюдать в следующих простых условиях. Найдите маленький и яркий источник света, например уличный фонарь где-нибудь в конце улицы или отражение солнца от колеса автомобиля. Поставьте перед глазами два пальца, оставив для света узенькую щель, и постепенно сближайте пальцы, пока щель полностью не исчезнет. Вы увидите, что свет, который вначале казался крохотной точкой, начнет расплываться и даже вытянется в длинную линию. Происходит это потому, что между пальцами оставлена лишь очень маленькая щель и свет не идет, как обычно, по прямой, а расходится под некоторым углом и в глаз попадает с разных направлений. Если вы будете достаточно внимательны, то заметите еще боковые максимумы и своеобразную кайму по краям.

Кроме того, само изображение будет окрашено. Все это будет в свое время объяснено, а сейчас этот опыт (а его очень легко проделать) просто демонстрирует, что свет не всегда распространяется по прямой.

§ 6. Квантовый механизм

В заключение дадим очень грубую картину того, что происходит на самом деле, как протекает весь процесс распространения света с квантовомеханической точки зрения, которую сейчас считают самой правильной (разумеется, наше описание будет носить лишь качественный характер). Исследуя свет на пути из A в B (см. фиг. 26.3), можно обнаружить, что он вовсе не представляет собой волны. Лучи света, оказывается, состоят из фотонов, которые можно реально зарегистрировать с помощью фотонного счетчика; они заставляют его щелкать. Яркость света пропорциональна среднему числу фотонов, пролетающему в 1 сек, а нас интересует *вероятность* попадания фотона из A в B при отражении от зеркала. *Правило* вычисления этой вероятности весьма необычно. Выберем какой-нибудь путь и найдем время на этом пути; затем образуем комплексное число или нарисуем маленький комплексный вектор $re^{i\theta}$, где угол θ пропорционален времени. Число оборотов вектора в секунду — это частота света. Возьмем теперь другой путь, и пусть он занимает другое время; тогда соответствующий ему вектор повернется на угол, отличный от первого (вспомним, что угол всегда пропорционален времени). Переберем все возможные пути и сложим векторы для каждого из них, тогда квадрат длины суммарного вектора определит вероятность прохождения фотона из начальной точки в конечную!

Покажем теперь, что отсюда следует принцип наименьшего времени для зеркала. Возьмем все возможные пути ADB , AEB , ACB и т. д., изображенные на фиг. 26.3. Путь ADB вносит небольшой вклад, а соседний путь AEB занимает уже другое время, и его угол θ поэтому другой. Пусть точка C соответствует пути с наименьшим временем, тогда при небольшом изменении пути время не меняется. Точнее, сначала время заметно менялось, но с приближением к точке C оно меняется все меньше и меньше (фиг. 26.14). Таким образом, векторы, которые мы складываем, проходят вблизи C почти под одним и тем же углом, а



Фиг. 26.14. Суммирование амплитуд вероятности на всевозможных соседних траекториях.

затем времена начинают постепенно расти, векторы поворачиваются и т. д. В результате получается тугий клубок векторов. Полная вероятность есть расстояние от одного конца до другого, возведенное в квадрат. *Почти весь вклад в эту суммарную вероятность вносит область, где векторы идут в одном направлении (с одной и той же фазой).* Вклады от путей с разными временами взаимно сокращаются, потому что векторы направлены в разные стороны. Вот почему, если закрыть края зеркала, оно будет отражать почти точно так же, как и раньше, поскольку в приведенной выше процедуре это соответствует отбрасыванию части векторов внутри спиральных концов диаграммы, а для света это мало что изменит. Таково соответствие между современной теорией фотонов с ее понятием вероятности прохождения, зависящей от суммирования векторов, и принципом наименьшего времени.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

§ 1. Введение

В этой главе мы рассмотрим некоторые применения изложенных ранее принципов к устройству простейших оптических систем, используя приближение *геометрической оптики*. При конструировании многих оптических приборов это приближение оказывается особенно полезным. Геометрическая оптика и очень проста, и очень сложна. Я хочу этим сказать, что уже поверхностное изучение геометрической оптики в школе позволяет с помощью очень простых правил составлять грубые схемы приборов; если же мы хотим при этом учитывать искажения в линзах и прочие тонкости, то задача становится слишком сложной даже для студентов вашего курса! Если кому-нибудь действительно понадобится точно спроектировать линзу, учитывая абберацию, то лучше всего обратиться к специальным руководствам или просто проследить путь лучей через разные поверхности (как это сделать — сказано в книгах) и, пользуясь законом преломления, определить направление вышедших из линзы пучков и выяснить, насколько хорошее изображение они создают. Считалось, что это слишком длинная процедура, но сейчас, когда мы вооружены вычислительными машинами, этот способ вполне хорош. Сформулировав задачу математически, легко подсчитать пути всех лучей. Словом, дело это простое и не требует новых принципов. Кроме того, законы и элементарной и специальной оптики фактически неприменимы в других областях, поэтому нам не было бы необходимости чересчур подробно изучать предмет, если бы не одно важное исключение.

§ 1. Введение

§ 2. Фокусное расстояние для сферической поверхности

§ 3. Фокусное расстояние линзы

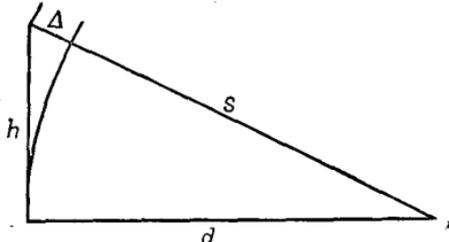
§ 4. Увеличение

§ 5. Сложные линзы

§ 6. Абберация

§ 7. Разрешающая способность

Ф и г . 27.1. Треугольник, высота которого h меньше основания d , а гипотенуза s больше основания.



Оказалось, что наиболее современная и абстрактная теория геометрической оптики, разработанная Гамильтоном, имеет весьма важные приложения в механике, причем в механике она имеет даже большее значение, чем в оптике, поэтому пусть ею занимается курс аналитической механики. А пока, понимая, что геометрическая оптика интересна только сама по себе, мы перейдем к изучению элементарных свойств оптических систем на основе принципов, изложенных в предыдущей главе.

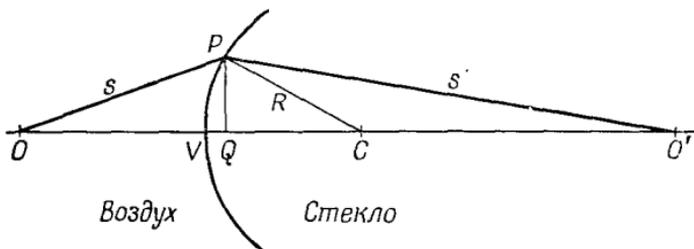
Для дальнейшего нам понадобится одна геометрическая формула: пусть дан треугольник, высота которого h мала, а основание d велико; тогда гипотенуза s (фиг. 27.1) больше основания (нам нужно это знать, чтобы вычислить разность времен на двух различных путях света). Насколько гипотенуза больше основания? Мы можем найти разность $\Delta = s - d$ несколькими способами. Например, $s^2 - d^2 = h^2$ или $(s - d)(s + d) = h^2$. Но $s - d = \Delta$, а $s + d \sim 2s$. Таким образом,

$$\Delta \sim \frac{h^2}{2s}. \quad (27.1)$$

Вот и все, что нам нужно знать из геометрии для изучения изображений, получаемых с помощью кривых поверхностей!

§ 2. Фокусное расстояние для сферической поверхности

Рассмотрим сначала простейший пример преломляющей поверхности, разделяющей две среды с разными показателями преломления (фиг. 27.2). Случай произвольных показателей



Ф и г . 27.2. Фокусировка на преломляющей поверхности.

пусть разберет читатель самостоятельно; нам важно рассказать об *идее*, задача же достаточно проста и ее можно решить в любом частном случае. Итак, пусть слева скорость света равна 1, а справа $1/n$, где n — показатель преломления. Свет в стекле идет медленнее в n раз.

Теперь представим себе точку O на расстоянии s от лицевой поверхности стекла и другую точку O' на расстоянии s' внутри стекла и попытаемся выбрать кривую поверхность так, чтобы каждый луч, вышедший из O и попавший на поверхность в P , приходил в точку O' . Для этого нужно придать поверхности такую форму, чтобы сумма времени прохождения света на пути от O к P (т. е. расстояние OP , деленное на скорость света, равную единице) плюс $n \cdot O'P$, т. е. время на пути от P к O' , было постоянной величиной, не зависящей от положения точки P . Это условие дает уравнение для определения поверхности. В результате получается весьма сложная поверхность четвертого порядка (читатель может вычислить ее для собственного удовольствия с помощью аналитической геометрии). Проще рассмотреть специальный случай $s \rightarrow \infty$, когда кривая получается второго порядка и ее легче определить. Интересно сравнить эту кривую с кривой для фокусирующего зеркала (когда свет приходил из бесконечности), которая, как вы помните, оказалась параболой.

Итак, нужную поверхность сделать нелегко; чтобы сфокусировать свет от одной точки в другую, нужна довольно сложная поверхность. Практически такие сложные поверхности даже не пытаются создать, а пользуются компромиссным решением. Мы не будем собирать *все* лучи в фокус, а соберем только лучи, достаточно близкие к оси OO' . Раз идеальная форма поверхности столь сложна, возьмем вместо нее сферическую поверхность, которая имеет нужную кривизну у самой оси, и пусть далекие лучи отклоняются от оси, если они того хотят. Сферу изготовить намного проще, чем другие поверхности, поэтому выберем сферу и рассмотрим поведение лучей, падающих на сферическую поверхность. Будем требовать точной фокусировки только для тех лучей, которые проходят вблизи от оси. Иногда эти лучи называют *параксиальными*, а наша задача — найти условия фокусировки параксиальных лучей. Позже мы обсудим ошибки, связанные с отклонением лучей от оси.

Итак, считая, что P близко к оси, опустим перпендикуляр PQ длиной h . Если бы наша поверхность была плоскостью, проходящей через P , то время, затрачиваемое на пути от O к P , превышало бы время на пути от O к Q , а время на пути от P к O' превышало бы время от Q к O' . Поверхность стекла должна быть кривой, потому что только в этом случае весь излишек времени компенсируется задержкой при прохождении пути от V к Q ! Далее, *излишек* времени на пути OP есть $h^2/2s$, а излишек вре-

мени на отрезке $O'P$ есть $nh^2/2s'$. Это лишнее время, которое должно компенсироваться временем на пути VQ , накапливается на пути в среде, а не в вакууме. Другими словами, время на пути VQ в n раз больше соответствующего времени в вакууме, а поэтому лишнее время на этом отрезке есть $(n-1)VQ$. Ну, а какова длина VQ ? Если C есть центр сферы с радиусом R , то с помощью уже знакомой нам формулы выводим, что длина VQ есть $h^2/2R$. В результате мы получаем закон, который связывает длины s и s' и определяет радиус кривизны R искомой поверхности:

$$\frac{h^2}{2s} + \frac{nh^2}{2s'} = (n-1) \frac{h^2}{2R} \quad (27.2)$$

или

$$\frac{1}{s} + \frac{n}{s'} = \frac{n-1}{R}. \quad (27.3)$$

Если мы хотим сфокусировать свет из точки O в точку O' , то эта формула позволяет вычислить требуемый радиус кривизны поверхности.

Интересно, что та же линза с таким же радиусом кривизны R будет фокусировать и на других расстояниях, т. е. она является фокусирующей для любой пары расстояний, для которых сумма обратной величины одного расстояния и обратной величины другого, умноженного на n , есть постоянное число. Таким образом, данная линза (если учитывать только параксиальные лучи) является фокусирующей не только для точек O и O' , но и для бесконечного числа пар точек, если эти пары удовлетворяют соотношению $1/s + n/s' = \text{постоянная}$, характеризующая данную линзу.

Представляет интерес частный случай $s \rightarrow \infty$. Из формулы видно, что при увеличении s другое расстояние s' уменьшается. Другими словами, когда точка O удаляется, точка O' приближается, и наоборот. Когда точка O уходит на бесконечность, точка O' также движется внутри стекла вплоть до расстояния, называемого *фокусным расстоянием* f' . Если на линзу падает параллельный пучок лучей, он соберется в линзе на расстоянии f' . Можно задать вопрос и по-другому. (Вспомним правило обратимости: если свет переходит из O в O' , он, разумеется, может двигаться и в обратном направлении, из O' в O .) Таким образом, если источник света находится внутри стекла, то может возникнуть вопрос, где лучи соберутся в фокус? В частности, если источник внутри стекла находится на бесконечности (та же задача, что и раньше), то где будет фокус вне линзы? Это расстояние обозначают через f . Можно, конечно, сказать и иначе. Если источник расположен на расстоянии

f , то лучи, проходя через поверхность линзы, выйдут параллельным пучком. Легко определить f и f' :

$$\frac{n}{f'} = \frac{n-1}{R}, \quad \text{или} \quad f' = \frac{Rn}{n-1}, \quad (27.4)$$

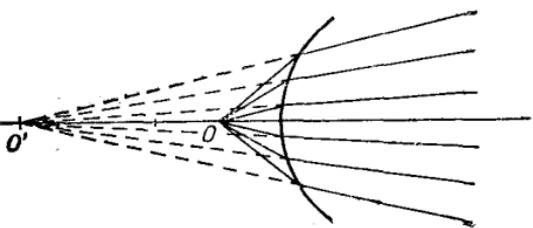
$$\frac{1}{f} = \frac{n-1}{R}, \quad \text{или} \quad f = \frac{R}{n-1}. \quad (27.5)$$

Отметим интересный факт: если мы разделим каждое фокусное расстояние на соответствующий показатель преломления, то получим один и тот же результат! На самом деле, это общая теорема. Она справедлива для любой сложной системы линз, поэтому ее стоит запомнить. Мы не доказали эту теорему в общем виде, а лишь отметили ее применимость для одной поверхности, однако оказывается, что вообще два фокусных расстояния некоторой системы связаны подобным образом. Иногда выражение (27.3) записывают в следующем виде:

$$\frac{1}{s} + \frac{n}{s'} = \frac{1}{f}. \quad (27.6)$$

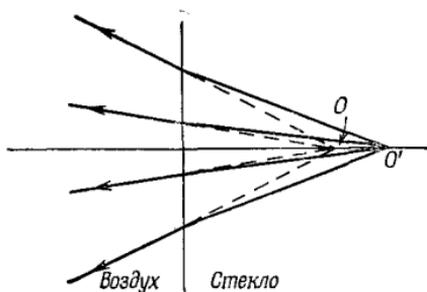
Такая форма более удобна, чем (27.3), потому что проще измерить f , чем кривизну и показатель преломления линзы. Если нам не нужно самим конструировать линзу или изучать в подробностях весь процесс, а достаточно достать линзу с полки, то нас будет интересовать только величина f , а не n или R !

Любопытная ситуация возникает, когда s становится меньше f . Что же тогда происходит? При $s < f$ обратная величина ($1/s$) больше ($1/f$) и поэтому s' отрицательна. Наша формула утверждает, что свет фокусируется только при отрицательном значении s' , — понимайте как хотите! Но означает это нечто весьма определенное и интересное. Формула эта остается полезной и для отрицательных значений. Что она означает, ясно из фиг. 27.3. Исходящие из точки O лучи преломляются на поверхности, но в фокус не собираются, так как точка O расположена слишком близко к поверхности, и лучи становятся «более чем параллельны». Однако они начинают расходиться так, как будто бы вышли из точки O' вне линзы. Эта точка есть кажущееся изображение, или, как иногда говорят, *мнимое изображение*.



Ф и г. 27.3. Мнимое изображение.

Ф и г. 27.4. Плоская поверхность раздела отображает точку O' в точку O .



Изображение O' на фиг. 27.2 называется *действительным изображением*. Действительное изображение возникает, когда свет действительно проходит через точку. Но если *кажется*, что свет исходит из некоторой фиктивной точки, не совпадающей с действительным источником, то эта точка и есть мнимое изображение. Следовательно, для отрицательных s' точка O' находится по другую сторону поверхности, и все встает на свои места.

Рассмотрим теперь интересный случай, когда $R = \infty$; при этих условиях $(1/s) + (n/s') = 0$. Иными словами, $s' = -ns$, что означает, что если из плотной среды смотреть на некую точку в разреженной среде, то она будет казаться дальше в n раз. Мы можем прочесть наше уравнение и наоборот: при взгляде на объект, находящийся в плотной среде за плоской поверхностью раздела, нам будет казаться, что он расположен к нам ближе, чем на самом деле (фиг. 27.4). Когда мы смотрим сверху на дно плавательного бассейна, он кажется нам мельче в $3/4$ раза, чем он есть на самом деле; эта цифра есть обратная величина показателя преломления воды.

Теперь мы могли бы перейти к сферическому зеркалу. Но если вникнуть в смысл сказанного нами ранее, то вполне можно разобрать этот вопрос самостоятельно. Поэтому пусть читатель сам выведет формулы для сферического зеркала, но для этого полезно принять следующие условия:

- 1) расстояние до объекта s положительно, если точка O расположена слева от поверхности;
- 2) расстояние до изображения s' положительно, если точка O' расположена справа от поверхности;
- 3) радиус кривизны поверхности положителен, если центр находится справа от поверхности.

Например, на фиг. 27.2 s , s' и R положительны; на фиг. 27.3 s и R положительны, а s' отрицательна. Для вогнутой поверхности наша формула (27.3) остается справедливой, если считать R отрицательной величиной.

Пользуясь приведенными условиями, можно вывести соответствующую формулу и для зеркала, положив в (27.3) $n = -1$

(как если бы среда за зеркалом имела показатель преломления -1), и тогда получится правильный результат!

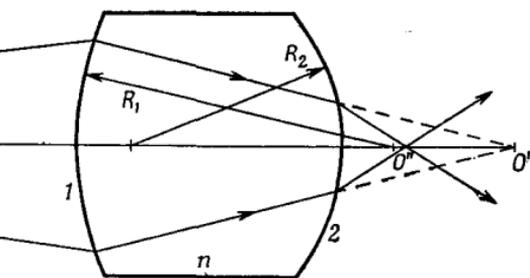
Мы вывели формулу (27.3) простым и элегантным способом, исходя из принципа наименьшего времени; ту же формулу можно, конечно, получить с помощью закона Снелла, если учесть, что углы малы и заменить синусы самими углами.

§ 3. Фокусное расстояние линзы

Рассмотрим теперь другой случай, имеющий большое практическое значение. Большинство линз, которыми мы пользуемся, имеет не одну, а две поверхности раздела. К чему это приводит? Пусть имеется стеклянная линза, ограниченная поверхностями с разной кривизной (фиг. 27.5). Рассмотрим задачу о фокусировании пучка света из точки O в точку O' . Как это сделать? Сначала используем формулу (27.3) для первой поверхности, забыв о второй поверхности. Это позволит нам установить, что испускаемый в точке O свет будет казаться сходящимся или расходящимся (в зависимости от знака фокусного расстояния) из некоторой другой точки, скажем O'' . Решим теперь вторую часть задачи. Имеется другая поверхность между стеклом и воздухом, и лучи подходят к ней, сходясь к точке O' . Где они сойдутся на самом деле? Снова воспользуемся той же формулой! Находим, что они сойдутся к точке O'' . Таким образом можно пройти, если необходимо, через 75 поверхностей, последовательно применяя одну и ту же формулу и переходя от одной поверхности к другой!

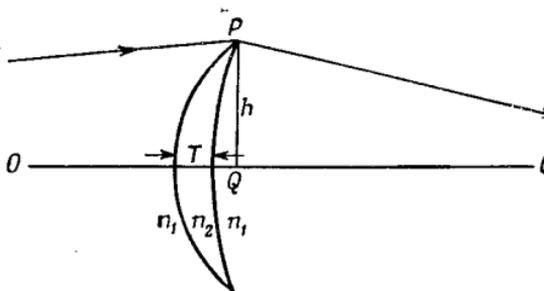
Имеются еще более сложные формулы, которые могут нам помочь в тех редких случаях нашей жизни, когда нам почему-то нужно проследить путь света через пять поверхностей. Однако если уж это необходимо, то лучше последовательно перебрать пять поверхностей, чем запоминать кучу формул, ведь может случиться, что нам вообще не придется возиться с поверхностями!

Во всяком случае, принцип расчета таков: при переходе через одну поверхность мы находим новое положение, новую точку фокуса и рассматриваем ее как источник для следующей



Ф и г. 27.5. Построение изображения, даваемого двусторонней линзой.

Ф и г. 27.6. Тонкая линза с двумя положительными радиусами кривизны.



поверхности и т. д. Часто в системах бывает несколько сортов стекла с разными показателями n_1, n_2, \dots ; поэтому для конкретного решения задачи нам нужно обобщить формулу (27.3) на случай двух разных показателей n_1 и n_2 . Нетрудно показать, что обобщенное уравнение (27.3) имеет вид

$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R}. \quad (27.7)$$

Особенно прост случай, когда поверхности близки друг к другу и ошибками из-за конечной толщины можно пренебречь. Рассмотрим линзу, изображенную на фиг. 27.6, и поставим такой вопрос: каким условиям должна удовлетворять линза, чтобы пучок из O фокусировался в O' ? Пусть свет проходит точно через край линзы в точке P . Тогда (пренебрегая временно толщиной линзы T с показателем преломления n_2) излишек времени на пути OPO' будет равен $(n_1 h^2 / 2s) + (n_1 h^2 / 2s')$. Чтобы уравнивать время на пути OPO' и время на прямолинейном пути, линза должна обладать в центре такой толщиной T , чтобы она задерживала свет на нужное время. Поэтому толщина линзы T должна удовлетворять соотношению

$$n_1 \frac{h^2}{2s} + n_1 \frac{h^2}{2s'} = \frac{n_2 - n_1}{T}. \quad (27.8)$$

Можно еще выразить T через радиусы обеих поверхностей R_1 и R_2 . Учитывая условие 3 (приведенное на стр. 27), мы находим для случая $R_1 < R_2$ (выпуклая линза)

$$T = \frac{h^2}{2R_1} - \frac{h^2}{2R_2}. \quad (27.9)$$

Отсюда получаем окончательно

$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_1}{s'} = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (27.10)$$

Отметим, что, как и раньше, когда одна точка находится на бесконечности, другая будет расположена на расстоянии, которое

мы называем фокусным расстоянием f . Величина f определяется равенством

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad (27.11)$$

где $n = n_2/n_1$.

В противоположном случае, когда s стремится к бесконечности, s' оказывается на фокусном расстоянии f' . Для нашей линзы фокусные расстояния совпадают. (Здесь мы встречаемся еще с одним частным случаем общего правила, по которому отношение фокусных расстояний равно отношению показателей преломления тех двух сред, где лучи фокусируются. Для нашей оптической системы оба показателя одинаковы, а поэтому фокусные расстояния равны.)

Забудем на время формулу для фокусного расстояния. Если вы кушили линзу с неизвестными радиусами кривизны и каким-то показателем преломления, то фокусное расстояние можно просто измерить, собирая в фокус лучи, идущие от удаленного источника. Зная f , удобнее переписать нашу формулу сразу в терминах фокусного расстояния:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}. \quad (27.12)$$

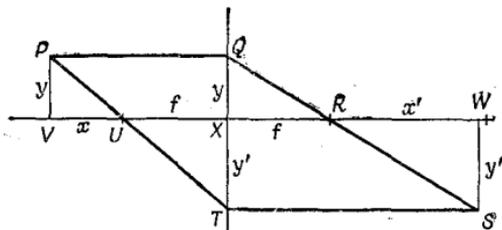
Давайте посмотрим теперь, как работает эта формула и что из нее получается в разных случаях. Во-первых, если одно из расстояний s и s' бесконечно, другое равно f . Это условие означает, что параллельный пучок света фокусируется на расстоянии f и может использоваться на практике для *определения f* . Интересно также, что обе точки движутся в одну сторону. Если одна идет направо, то и вторая движется в ту же сторону. И наконец, если s и s' одинаковы, то каждое из них равно $2f$.

§ 4. Увеличение

До сих пор мы рассматривали процесс фокусировки только для точек, лежащих на оси. Построим теперь изображение объектов, несколько смещенных в сторону от оси; это поможет нам понять явление *увеличения*. Если с помощью линзы сфокусировать свет от небольшой нити на экран, то мы увидим изображение той же нити, только несколько большего или меньшего размера по сравнению с настоящей. Отсюда мы заключаем, что свет попадает в фокус от *каждой точки* нити. Чтобы получше в этом разобраться, рассмотрим линзу, схематически изображенную на фиг. 27.7. Нам известно, следующее:

- 1) каждый луч, параллельный оси, фокусируется по другую сторону линзы в точке, называемой фокусом и расположенной на расстоянии f от линзы;
- 2) каждый луч, проходящий из фокуса по одну сторону линзы, выходит с другой стороны параллельно оси.

Ф и г. 27.7. Геометрическое построение изображения от тонкой линзы.



С помощью только этих фактов мы докажем формулу (27.12) геометрическим путем. Пусть объект находится на расстоянии x от фокуса и его высота есть y . Мы знаем, что луч PQ отклоняется и пройдет через фокус R по другую сторону линзы. Если свет от точки P фокусируется линзой, достаточно определить путь еще одного луча, и тогда фокус будет расположен в точке пересечения двух лучей. Нужно только умело выбрать направление второго луча. Вспомним, что параллельный луч проходит через фокус, и наоборот: луч, проходящий через фокус, выходит параллельно оси! Поэтому проведем луч PT через U . (Правда, фокусируемые лучи могут быть гораздо тоньше, чем начерченные нами, но их труднее изобразить, поэтому оставим нашу прежнюю схему.) Поскольку луч параллелен оси, проведем TS параллельно XW . Пересечение S и есть искомая точка. Отсюда мы получаем нужную высоту и правильное расстояние. Обозначим высоту через y' , а расстояние до фокуса через x' . Теперь можно вывести формулу для линзы. Из подобных треугольников PVU и $T XU$ находим

$$\frac{y'}{f} = \frac{y}{x}. \quad (27.13)$$

Из треугольников SWR и QXR получаем

$$\frac{y'}{x'} = \frac{y}{f}. \quad (27.14)$$

Разрешая оба равенства относительно y'/y , находим

$$\frac{y'}{y} = \frac{x'}{f} = \frac{f}{x}. \quad (27.15)$$

Равенство (27.15) есть знаменитая формула для линзы; в ней содержится все, что нам нужно знать о линзах; увеличение y'/y выражено через расстояние и фокусную длину. Возникающее отсюда соотношение, связывающее x и x' с f , имеет вид

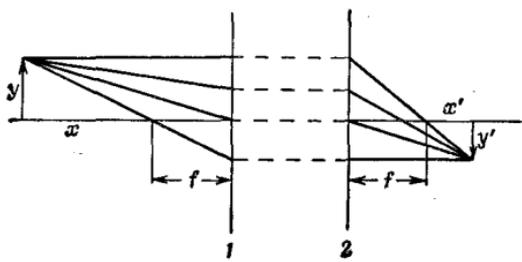
$$xx' = f^2. \quad (27.16)$$

Оно гораздо изящнее формулы (27.12). Мы рекомендуем читателю доказать, что при $s = x + f$ и $s' = x' + f$ равенства (27.12) и (27.16) совпадают.

§ 5. Сложные линзы

Опишем кратко без вывода основные свойства системы линз. Как исследуют систему нескольких линз? Очень просто. Начнем с некоторого объекта и определим его изображение, даваемое первой линзой, пользуясь формулами (27.16), (27.12) или любой эквивалентной формулой или, наконец, изобразив все это графически. Итак, мы получим первое изображение. Затем мы будем рассматривать это изображение как источник для следующей линзы и, чтобы найти новое изображение, воспользуемся второй линзой с любой заданной фокусной длиной. Проведем такую процедуру последовательно для всей системы линз. Вот и все. В принципе здесь нет ничего нового, поэтому мы не будем входить в подробности. Однако очень интересный результат получается, когда свет входит и выходит из системы линз в одну и ту же среду, например в воздух. Любое оптическое устройство — будь то телескоп или микроскоп с произвольным количеством линз и зеркал — обладает следующим интересным свойством. Имеются две плоскости, называемые *главными плоскостями* системы (часто они расположены поблизости от внешних поверхностей первой и последней линзы), которые обладают следующими свойствами: 1) свет, входящий параллельным пучком с одной стороны, собирается с другой стороны в фокус, отстоящий от *второй* главной плоскости на фокусное расстояние (как будто вместо системы имеется тонкая линза, совпадающая со второй главной плоскостью); 2) свет, входящий параллельным пучком с другой стороны, собирается в фокус на расстоянии f от *первой* главной плоскости, как будто там опять-таки находится тонкая линза (фиг. 27.8).

Само собой разумеется, если определить, как и раньше, расстояние x , x' и y , y' , то формула (27.16) для тонкой линзы будет применима и в этом общем случае, только фокусные расстояния нужно отсчитывать от главных плоскостей, а не от центра линзы. Для тонкой линзы главные плоскости совпадают. Получается так, как если бы мы взяли тонкую линзу, разрезали ее на дольки и разнесли их на некоторое расстояние, а в результате ничего не изменилось. Каждый входящий луч немедленно выскакивает по другую сторону от второй плоскости! Главные плоскости и фокусные расстояния находят либо вычислением, либо опытным



Ф и г. 27.8. Главные плоскости оптической системы.

путем; этим исчерпывается описание свойств оптической системы. Весьма интересно, что результат для большой и сложной оптической системы оказался таким простым.

§ 6. Аберрация

Пока вы еще не успели прийти в восхищение от такой великолепной штуки, как линза, я должен успеть сказать об ее серьезных недостатках, которые мы не могли заметить раньше, поскольку ограничились рассмотрением парааксиальных лучей. Реальная линза обладает конечной толщиной и, вообще говоря, обнаруживает свойства *абберации*. Например, луч, направленный вдоль оси, обязательно пройдет через фокус. Луч, близкий к оси, будет еще проходить через фокус, но более далекие лучи начнут от него отклоняться: близкие ненамного, а крайний луч уже на большое расстояние. В результате вместо точечного изображения получается расплывчатое пятно. Этот эффект называется *сферической абберацией*, потому что он возникает в результате использования сферических поверхностей вместо поверхностей правильной формы. Для каждого данного расстояния от объекта до линзы эффект абберации можно устранить, изменив форму линзы или взяв несколько линз с таким расчетом, чтобы абберации отдельных линз взаимно уничтожились.

Линзы страдают еще одним недостатком: свет разного цвета имеет разную скорость, т. е. разные показатели преломления в стекле, а поэтому фокусное расстояние для разных цветов разное. Изображение белого пятна получается цветным, так как, когда в фокусе красный цвет, синий оказывается вне фокуса, и наоборот. Это явление называется *хроматической абберацией*.

Бывают и другие искажения. Если объект находится не на оси, то добиться четкого фокуса невозможно. Легче всего это проверить, наклонив наведенную на фокус линзу так, чтобы в нее попадали лучи под большим углом к оси. Тогда изображение сильно расплывется и может случиться, что ни одного четко сфокусированного места не останется. Таким образом, линзы страдают рядом искажений, и обычно оптик-конструктор старается их выправить, соединяя по несколько линз, с тем чтобы скомпенсировать искажения отдельных линз.

До какого предела можно устранить абберации? Можно ли создать совершенную оптическую систему? Допустим, что мы сумели построить оптическую систему, фокусирующую свет точно в одну точку. Можем ли мы теперь найти требования (с точки зрения принципа Ферма), которым должна удовлетворять наша система? Система всегда имеет отверстие конечных размеров, в которое входит свет. Для совершенной системы время прохождения любого, как угодно удаленного от оптической оси луча одинаково. Но абсолютного совершенства не бывает, поэтому

поставим вопрос: каков разумный предел точности совпадения всех времен? Это зависит от того, насколько совершенное изображение мы хотим иметь. Предположим, что мы хотим, чтобы оно было настолько совершенным, насколько это вообще возможно. Тогда с первого взгляда кажется, что и времена прохождения всех лучей нужно уравнивать с максимальной точностью. На самом деле это не так; существует некий предел, за которым всякое уточнение бессмысленно, потому что приближение геометрической оптики перестает работать!

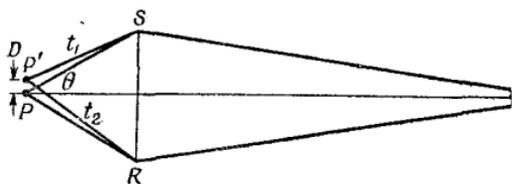
Вспомним, что принцип наименьшего времени, в отличие от закона сохранения энергии и импульса, не есть точный принцип, а лишь некоторое *приближение*. И поэтому интересно установить, какие ошибки допустимы в пределах точности этого приближения. *Ответ:* не имеет смысла требовать равенства времен прохождения лучей (скажем, в худшем случае луча вдоль оси и наиболее удаленного от оси) с точностью, превышающей период колебания света. Свет есть колебательный процесс с определенной частотой, которая связана с длиной волны, и если мы добились, что времена прохождения лучей отличаются на величину, меньшую или порядка периода колебаний, то дальше уравнивать времена бесполезно.

§ 7. Разрешающая способность

Еще один интересный вопрос, очень важный с технической точки зрения: какова *разрешающая способность* оптических приборов? Когда мы создаем микроскоп, мы хотим целиком видеть тот объект, который находится в поле нашего зрения. Это означает, например, что, глядя на бактерию, на боках которой имеются два пятнышка, мы хотим различить оба пятнышка на увеличенном изображении. Могут подумать, что для этого нужно только получить достаточное увеличение, ведь всегда можно добавить еще линзы и достичь большего увеличения, а если конструктор ловкий, то он устранил сферические и хроматические аберрации; вот вроде бы и нет причин, почему бы не увеличить желаемое изображение до любых размеров. Но предел возможностей микроскопа связан не с тем, что невозможно добиться увеличения более чем в 2000 раз. Можно построить систему линз, увеличивающую в 10 000 раз, и все же не увидать те два пятнышка, расположенные так близко одно к другому, и не увидим мы их из-за ограниченности возможностей геометрической оптики и неточности принципа наименьшего времени.

Сравнивая время прохождения разных лучей, можно красивым способом вывести правило, определяющее расстояние между двумя точками, при котором эти точки еще различаются на изображении. Отвлечемся пока от аберраций и пусть все лучи от некоторой точки P (фиг. 27.9) проходят до изображения T за

Ф и г. 27.9. Разрешающая способность оптической системы.



одно и то же время (такого быть не может, поскольку система несовершенна, но это уже к данному вопросу не относится). Возьмем еще одну близлежащую точку P' и посмотрим, различаются ли их изображения. Другими словами, сможем ли мы различить оба изображения? Конечно, согласно геометрической оптике, должно быть два изображения, но то, что мы увидим, может оказаться весьма расплывчатым, и нам не удастся разобрать, что точек две. Требование, чтобы вторая точка давала изображение, отличное от первого, сводится к следующему условию: времена прохождения двух крайних лучей $P'ST$ и $P'RT$ от точки P' до изображения первой точки T должны быть *разными*. Почему? Потому что при равных временах свет от P' сфокусировался бы в T , т. е. изображения совпали бы. И так времена должны быть разными. Но насколько они должны отличаться, чтобы мы сказали, что они имеют *разные* фокусы, и обе точки на изображении различимы? Разрешающая способность любого оптического устройства определяется следующим правилом: изображения двух точечных источников могут быть различимы, если только времена прохождения крайних лучей от одного источника к изображению второго отличаются от времени прохождения к собственному изображению более чем на один период. Для этого необходимо, чтобы разность времен прохождения верхнего и нижнего крайних лучей к *чужому* изображению была больше некоторой величины, примерно равной периоду колебания световой волны:

$$t_2 - t_1 > \frac{1}{\nu}, \quad (27.17)$$

где ν — частота света (число колебаний в секунду, или скорость света, деленная на длину волны). Обозначим расстояние между точками через D , а половину угла, под которым видна линза из точки P , через θ ; тогда (27.17) равносильно утверждению, что D больше $(\lambda/n) \sin \theta$, где n — показатель преломления в точке P , а λ — длина волны. Отсюда размеры самого малого объекта, который мы можем увидеть, оказываются порядка длины волны света. Для телескопов тоже имеется такая формула; она определяет наименьшую разность углов (угловое расстояние) между двумя звездами, при которой их еще можно отличить друг от друга*.

* Предельный угол имеет величину порядка λ/D , где D — диаметр линзы. Сможете ли вы показать, как это получается?

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

§ 1. Электромагнетизм

§ 2. Излучение

§ 3. Дипольный излучатель

§ 4. Интерференция

§ 1. Электромагнетизм

Решающие и наиболее поразительные периоды развития физики — это периоды великих обобщений, когда явления, казавшиеся разоб-
щенными, неожиданно становятся всего лишь разными аспектами одного и того же процесса. История физики — это история таких обобщений, и в основе успеха физической науки лежит главным образом наша способность к синтезу.

По-видимому, самым знаменательным моментом в развитии физики XIX столетия следует считать тот день в 1860 г., когда Дж. К. Максвелл сопоставил законы электричества и магнетизма с законами поведения света. В результате были частично объяснены свойства света — этой старой и тонкой субстанции, настолько загадочной и важной, что в свое время при написании главы о сотворении Мира сочли нужным отнести для него отдельный акт творения. Закончив свое исследование, Максвелл мог бы сказать: «Да будет электричество и магнетизм, и станет свет!»

Этот кульминационный момент долго подготавливался постепенным раскрытием законов электричества и магнетизма, о которых мы подробно расскажем в дальнейшем. Вкратце история сводится к следующему. По мере того как постепенно открывались все новые свойства электричества и магнетизма, электрических сил притяжения и отталкивания, а также магнитных сил, было обнаружено, что, хотя эти силы носят довольно сложный характер, все они спадают обратно пропорционально квадрату расстояния. Известно, например, что именно таким образом меняются кулоновские силы между неподвижными зарядами. Отсюда выте-

кает, что на достаточно больших расстояниях системы зарядов мало влияют друг на друга. Связав между собой открытые до тех пор законы, Максвелл обнаружил, что они несовместны, и, чтобы сделать всю систему совместной, он добавил к уравнениям еще один член. Появление этого члена привело к замечательному предсказанию: часть электрического и магнитного поля спадает медленнее, чем обратный квадрат расстояния, а именно обратно пропорционально самому расстоянию! Отсюда Максвелл вывел, что электрические токи воздействуют на как угодно далекие системы зарядов, и предсказал все основные, хорошо нам теперь знакомые явления — передачу радиоволн, радиолокацию и т. д.

Кажется поистине чудом, что с помощью каких-то электрических воздействий человек, говорящий где-нибудь в Европе, может быть услышан за тысячи миль в Лос-Анжелосе. Почему это стало возможным? Потому, что поля спадают обратно пропорционально не квадрату, а первой степени расстояния. Наконец, было показано, что свет тоже представляет собой электрические и магнитные поля, распространяющиеся на большие расстояния, а генерируется он неправдоподобно быстрым колебанием электронов в атомах. Все эти явления мы будем называть *излучением*, или, более точно, *электромагнитным излучением*, потому что бывают и другие типы излучений. Но почти всегда излучение означает электромагнитное излучение.

И тут выступает единство явлений во Вселенной. Движение атомов далекой звезды даже на огромных расстояниях возбуждает электроны нашего глаза, и мы узнаем о звездах. Если бы закона воздействия полей не существовало, мы бы буквально ничего не знали о внешнем мире! А электрические бури в галактике, удаленной от нас на пять миллиардов световых лет (самой далекой из обнаруженных до сих пор), еще способны возбуждать токи в гигантской «чаше» радиотелескопа. Вот почему мы видим и звезды, и галактики.

Об этих замечательных явлениях и пойдет речь в настоящей главе. В самом начале нашего курса лекций мы обрисовали общую картину мира, но теперь мы более подготовлены к тому, чтобы понять ее глубже. Поэтому вернемся снова к общей картине явлений и поговорим о ней более подробно. Начнем мы с описания положения, которое физика занимала в конце XIX столетия. Все, что тогда было известно об основных закономерностях, можно сформулировать так.

Во-первых, была известна сила тяготения (мы ее записывали неоднократно). Сила, действующая на тело с массой m со стороны тела массы M , дается выражением

$$F = G \frac{mM}{r^2} \mathbf{e}_r, \quad (28.1)$$

где e_r — единичный вектор, направленный от m к M , а r — расстояние между телами.

Во-вторых, к концу XIX века был известен такой закон электричества и магнетизма: сила, действующая на заряд q , характеризуется двумя полями E и B и скоростью заряда v :

$$F = q(E + v \times B). \quad (28.2)$$

К этому нужно добавить формулы для E и B . Для совокупности заряженных частиц поля E и B представляются как суммы вкладов от каждой частицы в отдельности. Таким образом, определив E и B для одного заряда и сложив вклады от всех зарядов во Вселенной, мы получим полную величину E и B ! В этом и состоит принцип суперпозиции.

Как теперь получить формулу для электрического и магнитного поля одного заряда? Оказывается, это очень сложно; понадобится затратить много труда и использовать тонкие доказательства. Но не в этом дело. Мы написали законы, собственно, чтобы подчеркнуть красоту природы, показать, что все основные законы можно уместить на одной странице (с обозначениями читатель уже знаком). Точная и вполне строгая формула для поля, создаваемого отдельным зарядом, насколько мы знаем, имеет очень сложный вид (мы отвлекаемся от эффектов квантовой механики). Поэтому мы не будем выводить ее подробно, а запишем сразу, как она выглядит. На самом деле *правильнее* было бы записать законы электричества и магнетизма с помощью *уравнений поля*, о которых будет сказано позднее. Но там используются совсем иные понятия и обозначения, поэтому давайте сейчас напишем выражения для поля в уже знакомой нам форме, хотя она и не очень удобна для вычислений.

Электрическое поле E дается выражением

$$E = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{e_{r'}}{r'^2} + \frac{r'}{c} \frac{d}{dt} \left(\frac{e_{r'}}{r'^2} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} e_{r'} \right]. \quad (28.3)$$

Что означают отдельные члены в этом выражении? Возьмем первый из них, $E = -qe_{r'}/4\pi\epsilon_0 r'^2$. Это уже знакомый нам закон Кулона; здесь q — заряд, создающий поле, $e_{r'}$ — единичный вектор, направленный от точки P , где измеряется поле E , r' — расстояние от P до q . Но закон Кулона неточен. Открытия, сделанные в XIX веке, показали, что любое воздействие не может распространяться быстрее некоторой фундаментальной скорости c , называемой теперь скоростью света. Поэтому определить положение заряда в *настоящий момент* времени невозможно. Кроме того, на поле в данный момент времени может влиять только поведение заряда в *прошлом*. А как *давно* в прошлом? Задержка во времени, или так называемое *время запаздывания*, есть время, необходимое для прохождения расстояния от заряда до точки измерения поля P со скоростью света c . Время

запаздывания равно r'/c . Таким образом, первый член в (28.3) представляет собой не обычный, а запаздывающий закон Кулона.

Чтобы учесть запаздывание, мы поставили штрих у r , понимая под r' то расстояние, на которое в начальный момент своего воздействия *был удален* заряд q от точки P . Представим на минуту, что заряд несет с собой световые сигналы, которые движутся к точке P со скоростью c . Тогда, глядя на заряд q , мы увидели бы его не в том месте, где он находится сейчас, а там, где он *был* некоторое время назад. В нашу формулу входит *кажущееся* направление $e_{r'}$, так называемое *запаздывающее* направление, и *запаздывающее* расстояние r' . Это легко понять, но это еще не все. Дело, оказывается, еще гораздо сложнее.

В выражении (28.3) имеется и ряд других членов. Вторым членом природа как бы учитывает запаздывание в первом грубом приближении. Это поправка к запаздывающему кулоновскому члену; она представляет собой произведение скорости изменения кулоновского поля и времени запаздывания. Но и это не все. Есть еще третий член — вторая производная по t единичного вектора, направленного к заряду. Этим исчерпывается формула; мы учли все вклады в электрическое поле от произвольно движущегося заряда.

Магнитное поле выражается следующим образом:

$$\mathbf{B} = -\mathbf{e}_{r'} \times \frac{\mathbf{E}}{c}. \quad (28.4)$$

Все предыдущее мы написали, чтобы показать красоту природы и, в некотором смысле, могущество математики. Говоря откровенно, мы даже не пытаемся понять, *почему* столь значительные по содержанию формулы занимают так мало места, ведь в них содержится и принцип действия генераторов тока, и особенности поведения света — словом, все явления электричества и магнетизма. Конечно, для полноты картины нужно добавить еще кое-что о свойствах использованных материалов (свойствах вещества), которые пока не учтены в (28.3).

Заканчивая краткое описание представлений о мире в XIX веке, следует упомянуть еще об одном фундаментальном обобщении, к которому в большой степени причастен и Максвелл, а именно о единстве явлений механики и теплоты. Мы будем говорить об этом в ближайшем будущем.

В XX столетии обнаружили, что все законы динамики Ньютона неправильны, и чтобы уточнить их, воспользовались квантовой механикой. (Законы Ньютона справедливы для тел достаточно больших размеров.) Совсем недавно законы квантовой механики в совокупности с законами электромагнетизма послужили основой для открытия законов *квантовой электродинамики*. Кроме того, был открыт ряд новых явлений, и раньше

других — явление радиоактивности, открытое Беккерелем в 1898 г. (он похитил его из-под самого носа у XX столетия). Явление радиоактивности послужило началом развития науки о ядрах, новых частицах и о взаимодействиях совсем другого рода — не гравитационных и не электрических. Все эти вопросы еще ждут своего разрешения.

Для уж очень строгих и образованных читателей (скажем, профессоров, которым случится читать эти строки) специально добавим: наше утверждение, что выражение (28.3) содержит все известное из электродинамики, не совсем точно. Существует вопрос, который так и не был разрешен к концу XIX столетия. Если попробовать вычислить поле, создаваемое всеми зарядами, *включая и тот заряд, на который в свою очередь действует поле*, то возникнут трудности при попытке определить, например, расстояние от заряда до него самого и последующей подстановке этой величины, равной нулю, в знаменатель. Как быть с той частью поля, которая создается зарядом и на него же действует, до сих пор не понятно. Оставим этот вопрос, загадка не разгадана до конца, и мы по возможности будем избегать говорить о ней.

§ 2. Излучение

Перейдем от общей картины мира к явлениям излучения. Прежде всего мы должны выбрать тот член в выражении (28.3), который спадает обратно пропорционально первой (а не второй!) степени расстояния. Оказывается, что этот член имеет столь простой вид, что если принять его в качестве закона поведения электрического поля, создаваемого движущимся зарядом на больших расстояниях, то можно излагать электродинамику и оптику на элементарном уровне. Мы временно примем этот закон без доказательства, а позже изучим его подробнее.

Первый член в правой части (28.3) явно обратно пропорционален второй степени расстояния; легко показать, что и второй член, дающий поправку на запаздывание для первого, меняется таким же образом. Весь интересующий нас эффект заключен в третьем члене, и в общем он не так уж сложен. Этот член говорит нам следующее: посмотрите на заряд и заметьте направление единичного вектора (конец вектора скользит по поверхности единичной сферы). По мере движения заряда единичный вектор крутится, и его ускорение есть именно то, что нам нужно. Вот и все. Итак,

$$\mathbf{E} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{d^2 \mathbf{e}_r}{dt^2}. \quad (28.5)$$

Формула (28.5) выражает закон излучения, потому что единственный член, который она содержит, спадает обратно пропорци-

онально расстоянию и, следовательно, доминирует на больших расстояниях от заряда. (Часть, меняющаяся обратно пропорционально квадрату расстояния, становится настолько малой, что не представляет интереса.)

Продвинемся несколько вперед и выясним смысл формулы (28.5). Пусть заряд движется произвольным образом и мы наблюдаем его на некотором расстоянии. Представим на минуту, что заряд «светится» (хотя именно явление света мы и должны объяснить); итак, пусть заряд есть светящаяся белая точка. Мы видим движение этой точки. Но мы не можем *точно* определить, как она движется в *данный* момент, из-за упоминавшегося уже ранее запаздывания. Имеет смысл говорить только о том, как она двигалась в *более ранний момент времени*. Единичный вектор $e_{r'}$ направлен к кажущемуся положению заряда. Конец вектора $e_{r'}$, естественно, описывает некую кривую, так что ускорение имеет две составляющие. Одна из них — поперечная составляющая, возникающая из-за движения конца вектора вверх и вниз, а другая — радиальная, или продольная, возникающая из-за вращения конца вектора по сфере. Легко показать, что вторая составляющая много меньше первой и изменяется обратно пропорционально квадрату r для очень больших r . В самом деле, если отодвигать источник все дальше и дальше от точки наблюдения, колебания вектора $e_{r'}$ будут становиться все слабее (обратно пропорционально расстоянию), а продольная составляющая ускорения будет убывать еще быстрее. Поэтому для практических целей достаточно спроектировать движение заряда на плоскость, находящуюся на единичном расстоянии. В результате мы приходим к следующему правилу: пусть мы наблюдаем движущийся заряд и все, что мы видим, запаздывает во времени, т. е. мы находимся в положении художника, который рисует пейзаж на полотне, стоящем от него на расстоянии единицы длины. Конечно, художник не учитывает тот факт, что скорость света конечна, а изображает мир таким, каким он его видит. Посмотрим, что он нарисует на этой картине. Мы увидим точку (изображение заряда), движущуюся по картине. Ускорение этой точки пропорционально электрическому полю. Вот и все, что нам нужно.

Таким образом, формула (28.5) дает полное и точное описание процесса излучения; в ней содержатся даже все релятивистские эффекты. Однако часто встречается более простая ситуация, когда заряды передвигаются с малой скоростью и на небольшие расстояния. Поскольку заряды движутся медленно, расстояния, которые они проходят с момента излучения, невелики, так что время запаздывания оказывается практически постоянным. В этом случае формула (28.5) упрощается. В самом деле, пусть заряд совершает малые смещения и находится примерно на одном и том же расстоянии от точки наблюдения. Время запазды-

вания на расстоянии r есть r/c . Тогда наше правило (определяющее поле излучения) будет выражаться так: если заряженное тело сдвигается на малые расстояния и боковое смещение есть $x(t)$, то единичный вектор e_r поворачивается на угол x/r , и поскольку r практически постоянно, то составляющая d^2e_r/dt^2 в направлении x равна просто ускорению самой величины x в более ранний момент времени. В результате мы приходим к формуле

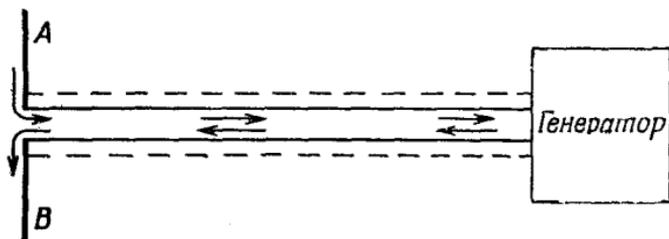
$$E_x(t) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} a_x \left(t - \frac{r}{c} \right). \quad (28.6)$$

Сюда входит только составляющая a_x , перпендикулярная лучу зрения. Попробуем понять, почему это так. В самом деле, когда заряд движется прямо к нам или от нас, единичный вектор в направлении заряда не смещается и ускорение равно нулю. Поэтому для нас существенно только боковое движение, т. е. только та часть ускорения, которая проектируется на экран.

§ 3. Дипольный излучатель

Примем формулу (28.6) в качестве основного закона электромагнитного излучения, т. е. будем считать, что электрическое поле, создаваемое нерелятивистски движущимся зарядом на достаточно больших расстояниях r , имеет вид (28.6). Электрическое поле обратно пропорционально r и прямо пропорционально ускорению заряда, спроектированному на «плоскость зрения», причем ускорение берется не в данный момент времени, а в более ранний (время запаздывания равно r/c). Вся оставшаяся часть главы будет посвящена приложению закона (28.6) к всевозможным явлениям распространения света и радиоволн, таким, как отражение, преломление, интерференция, дифракция и рассеяние. Закон (28.6) имеет фундаментальное значение и содержит всю необходимую для нас информацию. Остальная часть формулы (28.3) только декорация и нужна лишь для того, чтобы понять, как и почему возник закон (28.6).

В дальнейшем мы еще вернемся к формуле (28.3), а пока примем ее как нечто данное и отметим, что справедливость ее основывается не только на теоретических выводах. Можно придумать целый ряд опытов, в которых проявлялось бы действие закона (28.3). Для этого необходим ускоряющийся заряд. Строго говоря, заряд должен быть одиночным, но, если взять большое количество зарядов, движущихся одинаково, поле представится суммой вкладов отдельных зарядов. Для примера рассмотрим два отрезка проволоки, присоединенных к генератору, как показано на фиг. 28.1. Суть дела в том, что генератор создает разность потенциалов или поле, которое в один момент времени выталкивает электроны из участка A и втягивает их в участок B , а через ничтожно малый промежуток времени действие поля ста-



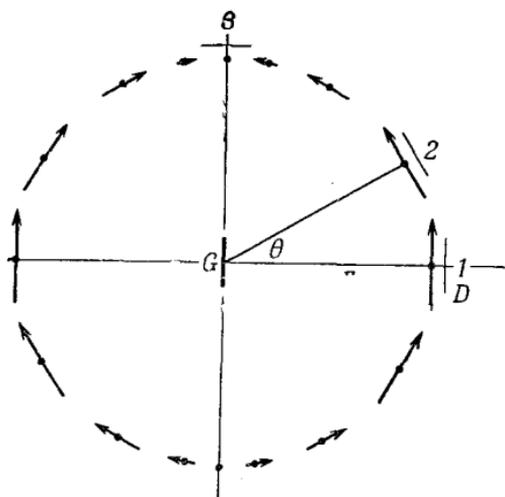
Ф и г. 28.1. Высокочастотный генератор раскачивает электроны в проволоках вверх и вниз.

новится обратным и электроны из B перекачиваются обратно в A ! Так что в этих двух проволочках заряды на участках A и B как бы ускоряются одновременно то вверх, то вниз. Две проволоки и генератор нужны только в этом устройстве. Окончательный же результат таков, что заряды ускоряются вверх и вниз так, как если бы A и B составляли один кусок проволоки. Отрезок проволоки, длина которого очень мала по сравнению с расстоянием, проходимым светом за один период колебаний, называется *электрическим дипольным осциллятором*.

Таким образом, у нас есть прибор для создания электрического поля; теперь нам нужен прибор для детектирования электрического поля, но для этого можно взять то же самое устройство — пару проволок A и B ! Если к такому устройству приложить электрическое поле, возникнет сила, движущая электроны по обеим проволокам либо вверх, либо вниз. Это движение фиксируется с помощью выпрямителя, смонтированного между проволоками A и B , а информация передается по тонкой проволоке в усилитель, где сигнал усиливается и воспроизводится с звуковой частотой путем модуляции радиочастот. Когда детектор воспринимает электрическое поле, из громкоговорителя доносится громкий звук; если поля нет, звука не возникает.

В помещении, где мы детектируем волны, обычно находятся и другие объекты, и электрическое поле тоже раскачивает в них электроны; они колеблются вверх и вниз и в свою очередь воздействуют на детектор. Поэтому для успешного эксперимента расстояние между источником волн и детектором не должно быть большим, чтобы снизить влияние волн, отраженных от стен и от нас самих. Таким образом, опыт может дать результаты, не вполне точно совпадающие с (28.6), но достаточные для грубой проверки нашего закона.

Включим теперь генератор и прислушаемся к звуковому сигналу. Когда детектор D находится в положении, параллельном генератору G в точке I (фиг. 28.2), мы услышим громкий сигнал (это характеризует большую величину поля). Ту же величину поля мы найдем и для любого азимутального угла θ , получаемого вращением вокруг оси G , потому что в нашем опыте



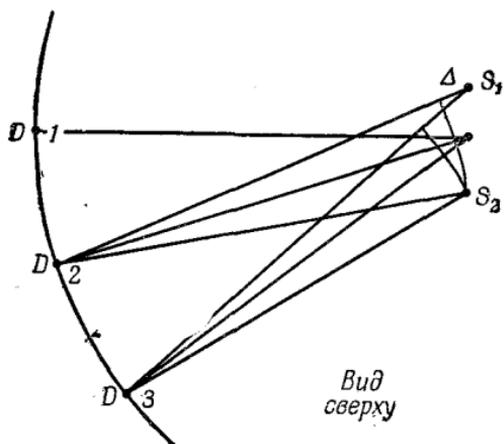
Фиг. 28.2. Измерение электрического поля в точках окружности, центр которой совпадает с положением линейного осциллятора.

ни одно азимутальное направление не выделено. С другой стороны, когда детектор находится в точке 3, поле оказывается равным нулю. Так и должно быть. Согласно нашей формуле, поле пропорционально ускорению заряда, спроектированному на плоскость, перпендикулярную лучу зрения. Когда детектор находится над генератором в точке 3, заряды движутся к детектору и обратно и, следовательно, поле не должно возникнуть. Итак, опыт подтверждает первое высказанное нами правило, что заряды, движущиеся в направлении D и обратно, никакого действия не оказывают. Во-вторых, из формулы следует, что поле перпендикулярно r и лежит в плоскости, построенной на векторах G и r ; поэтому, поместив D в положение 1 и повернув на 90° , мы сигнала не услышим. Это как раз и означает, что электрическое поле направлено по вертикали. Если D смещено на некоторый промежуточный угол, наиболее громкий сигнал получается при ориентации детектора, указанной на рисунке. Дело в том, что, хотя генератор G и расположен вертикально, создаваемое им поле не будет параллельно направлению самого генератора; эффект определяется *составляющей ускорения, перпендикулярной лучу зрения*. В положении 2 сигнал оказывается слабее, чем в положении 1 именно из-за эффекта проектирования.

§ 4. Интерференция

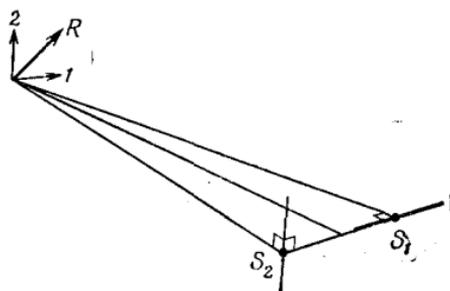
Возьмем теперь два источника, расположенных рядом, на расстоянии в несколько сантиметров один от другого (фиг. 28.3). Если оба источника присоединены к одному генератору и заряды в них движутся вверх и вниз одинаковым образом, то по принципу суперпозиции действия обоих источников складываются; электрическое поле равно сумме двух слагаемых и оказывается в два раза больше, чем в предыдущем случае.

Ф и г. 28.3. Интерференция полей от двух источников.



Здесь появляется интересная возможность. Пусть заряды в S_1 и S_2 ускоряются вверх и вниз, но в S_2 движение зарядов запаздывает и сдвинуто по фазе на 180° . Тогда в один и тот же момент времени поле, создаваемое S_1 , будет иметь одно направление, а поле, создаваемое S_2 , — противоположное, и, следовательно, в точке I никакого эффекта не возникнет. Относительную фазу колебаний легко создать с помощью трубки, передающей сигнал в S_2 . При изменении длины трубки меняется и время прохождения сигнала до S_2 , а следовательно, меняется разность фаз колебаний. Подобрать нужную длину трубки, мы можем добиться такого положения, что сигнал исчезнет, несмотря на движение зарядов в источниках S_1 и S_2 ! Излучение каждого источника в отдельности легко установить, выключая один из них; тогда действие второго обнаруживается сразу. Таким образом, если все сделать аккуратно, оба источника в совокупности могут дать нулевой эффект.

Теперь интересно убедиться, что сложение двух полей фактически есть векторное сложение. Мы только что рассмотрели случай движения зарядов вверх и вниз; обратимся теперь к примеру двух непараллельных движений. Прежде всего установим для S_1 и S_2 одинаковые фазы, т. е. пусть заряды движутся одинаково. Далее повернем S_1 на угол 90° , как показано на фиг. 28.4. В точке I произойдет сложение двух полей, одного от



Ф и г. 28.4. Иллюстрация векторного характера сложения полей.

горизонтального источника, а другого — от вертикального. Полное электрическое поле представится векторной суммой двух сигналов, находящихся в одной и той же фазе; оба сигнала одновременно проходят и через максимум и через нуль. Суммарное поле должно быть равно сигналу R , повернутому на 45° . Максимальный звук будет получен, если повернуть детектор D на 45° , а не в вертикальном направлении. При повороте на прямой угол по отношению к указанному направлению звуковой сигнал, как легко проверить, должен быть равен нулю. И действительно, именно это и наблюдается!

А как быть с запаздыванием? Как показать, что сигнал действительно запаздывает? Конечно, прибегнув к большому числу сложных устройств, можно измерить время прибытия сигнала, но есть другой, очень простой способ. Обратимся снова к фиг. 28.3 и предположим, что S_1 и S_2 находятся в одной фазе. Оба источника колеблются одинаково и создают в точке I равные поля. Но вот мы перешли в точку 2 , которая находится ближе к S_2 , чем к S_1 . Тогда, поскольку запаздывание определяется величиной r/c , при разных запаздываниях сигналы будут приходить с разными фазами. Следовательно, должна существовать такая точка, для которой расстояния от D до S_1 и S_2 различаются на такую величину Δ , когда сигналы будут погашаться.

В этом случае Δ должна быть равна расстоянию, проходимому светом за половину периода колебаний генератора. Сдвинемся еще дальше и найдем точку, где разность расстояний соответствует полному периоду колебаний, т. е. сигнал от первой антенны достигает точки 3 с запаздыванием по сравнению с сигналом от второй антенны, и это запаздывание в точности равно одному периоду колебаний. Тогда оба электрических поля снова находятся в одной фазе и сигнал в точке 3 опять становится сильным.

На этом закончим описание экспериментальной проверки важнейших следствий формулы (28.6). Мы, конечно, не касались вопроса об электрических полях, спадающих по закону $1/r$, и не учитывали, что магнитное поле сопутствует электрическому при распространении сигнала. Для этого требуется довольно сложная техника вычислений, и вряд ли это что-либо добавит к нашему пониманию вопроса. Во всяком случае, мы установили свойства, наиболее важные для последующих приложений, а к другим свойствам электромагнитных волн мы еще вернемся.

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

§ 1. Электромагнитные волны

§ 2. Энергия излучения

§ 3. Синусоидальные волны

§ 4. Два дипольных излучателя

§ 5. Математическое описание интерференции

§ 1. Электромагнитные волны

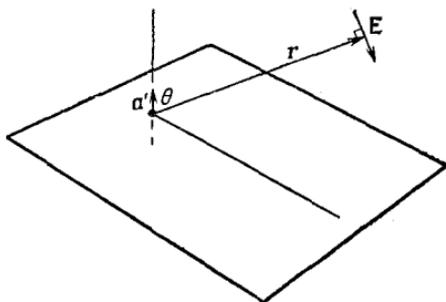
В этой главе мы будем обсуждать те же вопросы, что и в предыдущей, но с большими математическими подробностями. Качественно мы уже показали, что поле излучения двух источников имеет максимумы и минимумы, и теперь наша задача — дать математическое, а не просто качественное описание поля.

Мы вполне удовлетворительно разобрали физический смысл формулы (28.6), рассмотрим теперь некоторые ее математические черты. Прежде всего поле заряда, движущегося вверх и вниз с малой амплитудой в направлении θ от оси движения, перпендикулярно лучу зрения и лежит в плоскости ускорения и луча зрения (фиг. 29.1). Обозначим расстояние через r , тогда в момент времени t величина электрического поля равна

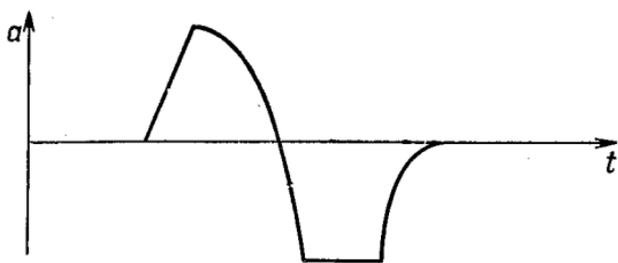
$$E(t) = -\frac{qa(t-r/c)\sin\theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r}, \quad (29.1)$$

где $a(t-r/c)$ — ускорение в момент времени $(t-r/c)$, или запаздывающее ускорение.

Интересно нарисовать картину распределения поля в разных случаях. Наиболее



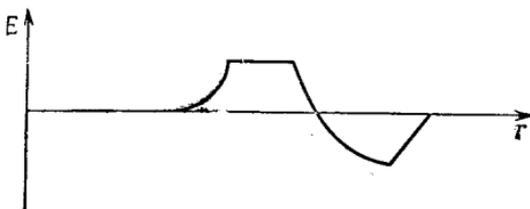
Фиг. 29.1. Напряженность поля E , создаваемая положительным зарядом с запаздывающим ускорением a' .



Ф и г. 29.2. Ускорение некоторого заряда как функция времени.

характерный множитель в формуле (29.1) — это $a(t - r/c)$; чтобы его понять, возьмем простейший случай $\theta = 90^\circ$ и изобразим поле на графике. Раньше мы были заняты вопросом, как ведет себя поле в данной фиксированной точке пространства с течением времени. Теперь посмотрим, как выглядит поле в разных точках пространства в один и тот же момент времени. Иначе говоря, нам нужен «моментальный снимок» поля, из которого будет ясно, каково оно в разных местах. Разумеется, картина распределения поля зависит от ускорения заряда. Зададим характер движения заряда: пусть сначала он покоится, затем внезапно начнет определенным образом ускоряться (как показано на фиг. 29.2) и, наконец, остановится. Затем, чуть позже, измерим поле в разных точках пространства. Мы можем утверждать, что поле будет иметь вид, приведенный на фиг. 29.3. В самом деле, поле в каждой точке определяется ускорением заряда в предыдущий момент времени, причем под словом «предыдущий» понимается r/c секунд назад. Чем дальше точка, тем более ранним моментом времени определяется для нее ускорение. Поэтому кривая на фиг. 29.3 в некотором смысле есть «обращенный» во времени график ускорения; время и расстояние отличаются постоянным множителем c , который часто выбирается равным единице. Этот факт легко заметить и в математической записи $a(t - r/c)$. Ясно, что добавка интервала времени Δt и вычитание отрезка пути $\Delta r = -c\Delta t$ дают одну и ту же величину $a(t - r/c)$.

Другими словами, увеличив время на Δt , можно восстановить значение $a(t - r/c)$ добавлением отрезка $\Delta r = c\Delta t$, т. е. поле распространяется со временем как волна, уходящая от



Ф и г. 29.3. Электрическое поле как функция положения точки наблюдения спустя некоторый промежуток времени. Множителем $1/r$ пренебрегаем.

источника. Вот почему иногда говорят, что свет движется как волна. Можно также сказать, что поле запаздывает во времени, или иначе, что поле распространяется вширь с течением времени.

Особый интерес представляет случай периодических колебаний заряда q . В опыте, рассмотренном в гл. 28, смещение зарядов x в момент t равнялось некоторой константе x_0 , амплитуде колебаний, умноженной на $\cos \omega t$. Ускорение в этом случае равно

$$a = -\omega^2 x_0 \cos \omega t = a_0 \cos \omega t, \quad (29.2)$$

где a_0 , равное $-\omega^2 x_0$, и есть амплитуда ускорения. Подставляя эту формулу в (29.1), находим

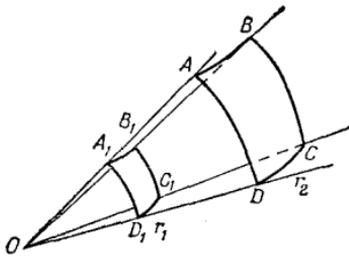
$$E = -q \sin \theta \frac{a_0 \cos \omega (t-r/c)}{4\pi\epsilon_0 r c^2}. \quad (29.3)$$

Отвлечемся пока от угла θ и постоянных и посмотрим, как ведет себя E (29.3) в зависимости от времени или координат.

§ 2. Энергия излучения

Как мы уже говорили, в любой момент времени и в любой точке пространства напряженность поля меняется обратно пропорционально расстоянию r . Следует заметить, что *энергия*, несомая волной, и любые энергетические характеристики электрического поля пропорциональны *квадрату* поля. Пусть, например, заряд или осциллятор находится в электрическом поле и под влиянием поля начинает двигаться. Для линейного осциллятора смещение, ускорение и скорость, возникающие под действием поля, прямо пропорциональны величине поля. Поэтому кинетическая энергия заряда пропорциональна *квадрату* поля. Мы примем, что энергия, которую поле может передать какой-либо системе, пропорциональна квадрату поля.

Отсюда следует, что энергия, получаемая в данном месте от источника поля, уменьшается по мере удаления от источника, точнее, она падает *обратно пропорционально квадрату расстояния*. Существует очень простая интерпретация этого факта: соберем энергию волны, попадающую в конус с вершиной в источнике, сначала на расстоянии r_1 (фиг. 29.4), а затем на расстоянии r_2 ; тогда количество энергии, падающее на единичную площадку, обратно пропорционально квадрату расстояния r , а площадь поверхности внутри конуса растет *прямо* пропорционально квадрату расстояния r от поверхности до вершины конуса. Таким образом, на каком бы расстоянии от вершины кону-



Ф и г. 29.4. Количество энергии, протекающей внутри конуса $OABCD$, не зависит от расстояния r , на котором оно измеряется.

са мы ни находились, энергия, проходящая внутри конуса, одна и та же! В частности, если окружить источник со всех сторон поглощающими осцилляторами, то полное количество энергии, поступающее в них от волны, будет постоянным, независимо от расстояния до источника. Закон спада поля E как $1/r$ эквивалентен утверждению, что имеется поток энергии, который нигде не теряется; при этом энергия распространяется на все большие и большие области пространства. Таким образом, заряд, колеблясь, безвозвратно теряет энергию, уходящую все дальше и дальше. Заряд не может вернуть излученную энергию с тех расстояний, где применимо наше рассмотрение; для достаточно больших расстояний от источника вся излученная энергия уходит прочь. Конечно, энергия не исчезает бесследно и ее можно поглотить с помощью других систем. Потери энергии на излучение мы будем изучать в гл. 32.

Рассмотрим теперь более подробно волны вида (29.3) как функции времени в данном месте и как функции расстояния в данный момент времени. Как и раньше, будем отвлекаться от постоянных множителей и множителя $1/r$.

§ 3. Синусоидальные волны

Зафиксируем вначале r и рассмотрим поле как функцию времени. Получается функция, которая осциллирует с угловой частотой ω . Угловую частоту ω можно определить как *скорость изменения фазы со временем* (радианы в секунду). Эта величина нам уже знакома. *Период* есть время одного колебания, одного полного цикла; он равен $2\pi/\omega$, так как произведение ω и периода есть полный период косинуса.

Введем новую величину, которая очень часто используется в физике. Она возникает в другой ситуации, когда t фиксировано и волна рассматривается как функция расстояния r . Легко увидеть, что как функция r волна (29.3) тоже осциллирует. Если отвлекаться от множителя $1/r$, то мы видим, что E тоже осциллирует, когда мы меняем положение. Тогда по аналогии с ω введем

так называемое *волновое число* и обозначим его через k . Оно определяется как *скорость изменения фазы с расстоянием* (радианы на метр). Время при таком изменении остается фиксированным.

Роль периода здесь играет другая величина, ее можно было бы назвать периодом в пространстве, однако ее обычное название — длина волны, а обозначается она буквой λ . Длина волны есть расстояние, на котором колебание поля совершает один полный цикл. Легко видеть, что длина волны равна $2\pi/k$, потому что k , умноженное на длину волны, равно полному периоду косинуса. Итак, соотношение $k\lambda = 2\pi$ полностью аналогично $\omega t_0 = 2\pi$.

В нашем конкретном случае между частотой и длиной волны имеется определенная связь, однако приведенные выше определения k и ω носят совершенно общий характер и применимы также в тех физических условиях, когда никакого соотношения между этими величинами нет. Для рассматриваемой нами волны скорость изменения фазы с расстоянием найти легко. В самом деле, запишем выражение для фазы $\varphi = \omega(t - r/c)$ и возьмем частную производную по r

$$\left| \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right| = k = \frac{\omega}{c}. \quad (29.4)$$

Это соотношение можно записать разными способами:

$$\lambda = ct_0, \quad (29.5)$$

$$\omega = ck, \quad (29.6)$$

$$\lambda v = c, \quad (29.7)$$

$$\omega \lambda = 2\pi c. \quad (29.8)$$

Почему длина волны оказывается равной периоду, умноженному на c ? Очень просто. Дело в том, что за время, равное одному периоду, волны, двигаясь со скоростью c , пройдут расстояние ct_0 , а, с другой стороны, это расстояние должно быть равно длине волны.

В других физических явлениях, когда приходится иметь дело не со светом, такого простого соотношения между k и ω может и не быть. Пусть волна движется вдоль оси x , тогда распространение синусоидальной волны с частотой ω и волновым числом k описывается общей формулой вида $\sin(\omega t - kx)$.

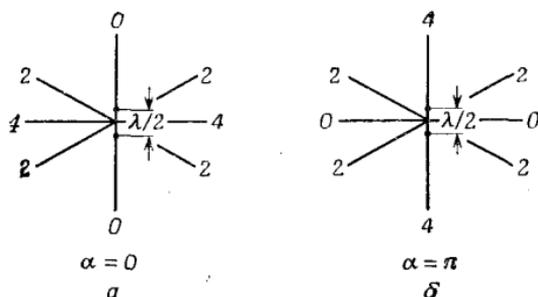
Введенное понятие длины волны позволяет уточнить пределы применимости формулы (29.1). Напомним, что поле складывается из нескольких частей: одна из них спадает как $1/r$, другая — как $1/r^2$, а остальные падают с расстоянием еще быстрее. Имеет

смысл выяснить: когда часть, спадающая по закону $1/r$, наиболее существенна, а остальными можно пренебречь? Естественно ответить: «Когда мы отойдем достаточно далеко от источника, потому что член $1/r^2$ будет мал по сравнению с членом $1/r$ ». Но что значит «достаточно далеко»? В общих чертах ответ таков: все остальные члены имеют порядок величины λ/r по сравнению с первым членом $1/r$. Так что когда мы находимся на расстоянии нескольких длин волн от источника, формула (29.1) описывает поле в хорошем приближении. Область, удаленную от источника на расстояние, превышающее несколько длин волн, иногда называют «волновой зоной».

§ 4. Два дипольных излучателя

Рассмотрим теперь результирующее поле, которое возникает при одновременном действии двух осцилляторов. В предыдущей главе уже разбирались несколько наиболее простых случаев. Мы дадим сначала качественную картину явления, а затем опишем те же эффекты с количественной точки зрения. Возьмем простейший случай, когда осцилляторы и детектор расположены в одной горизонтальной плоскости, а колебания осцилляторов происходят в вертикальном направлении.

На фиг. 29.5,а показан вид обоих осцилляторов сверху; в данном случае расстояние между ними в направлении север — юг равно половине длины волны и колеблются они в одной фазе, т.е. разность фаз осцилляторов равна нулю. Нас интересует интенсивность излучения в разных направлениях. Под интенсивностью мы подразумеваем количество энергии, проходящей мимо нас в 1 сек; оно пропорционально квадрату напряженности поля, усредненному по времени. Так, для определения яркости света нужно взять квадрат напряженности электрического поля, а не саму напряженность. (Напряженность электрического поля характеризуется силой, с которой поле действует на неподвижный заряд, а количество энергии, проходящей через некоторую площадку, пропорционально квадрату напряженности поля и



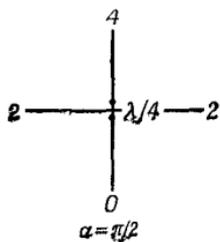
Фиг. 29.5. Зависимость интенсивности излучения двух диполей, находящихся на расстоянии в половину длины волны, от направления излучения.

a — диполи в фазе ($\alpha=0$); b — диполи в противофазе ($\alpha=\pi$).

измеряется в ваттах на квадратный метр. Коэффициент пропорциональности будет выведен в следующей главе.) Если мы находимся к западу от системы осцилляторов, к нам от обоих осцилляторов приходят поля, одинаковые по величине и с одной фазой, так что суммарное электрическое поле в два раза больше поля отдельного осциллятора. Следовательно, *интенсивность будет в четыре раза больше интенсивности, возникающей от действия только одного осциллятора.* (Числа на фиг. 29.5 указывают интенсивность, причем за единицу измерения выбрана интенсивность излучения одного осциллятора, помещенного в начале координат.) Пусть теперь поле измеряется в северном или южном направлении, вдоль линии осцилляторов. Поскольку расстояние между осцилляторами равно половине длины волны, их поля излучения различаются по фазе ровно на полцикла, а следовательно, суммарное поле равно нулю. Для промежуточного угла (равного 30°) интенсивность равна 2, т. е., уменьшаясь, интенсивность последовательно принимает значения 4, 2, 0 и т. д. Нам нужно научиться находить интенсивность для разных углов. По существу, это сводится к задаче о сложении двух колебаний с разными фазами.

Давайте коротко рассмотрим еще несколько интересных случаев. Пусть расстояние между осцилляторами, как и раньше, равно половине длины волны, но колебания одного осциллятора отстают по фазе от колебаний другого на половину периода (см. фиг. 29.5, б). Интенсивность в горизонтальном направлении (западном или восточном) обращается в нуль, потому что один осциллятор «толкает» в одном направлении, а другой — в обратном. В северном направлении сигнал от ближайшего осциллятора приходит на полпериода раньше сигнала от дальнего осциллятора. Но последний запаздывает в своих колебаниях *как раз на полпериода*, так что оба сигнала приходят *одновременно*, и интенсивность в северном направлении равна 4. Интенсивность под углом 30° , как будет показано позже, снова равна 2.

Теперь мы подошли к одному интересному свойству, весьма полезному на практике. Заметим, что фазовые соотношения между осцилляторами используются при передаче радиоволн. Допустим, мы хотим направить радиосигнал на Гавайские острова. Используем для этого систему антенн, расположенную так, как показано на фиг. 29.5, а, и установим между ними нулевую разность фаз. Тогда максимальная интенсивность будет идти как раз в нужном направлении, поскольку Гавайские острова лежат на западе от США. На следующий день мы решим передавать сигналы уже в Канаду. А поскольку Канада находится на севере, нам надо только изменить знак одной из антенн, чтобы антенны находились в противофазе, как на фиг. 29.5, б, и передача пойдет на север. Можно придумать разные устройства



Ф и г. 29.6. Две дипольные антенны, дающие максимум излучения в одном направлении.

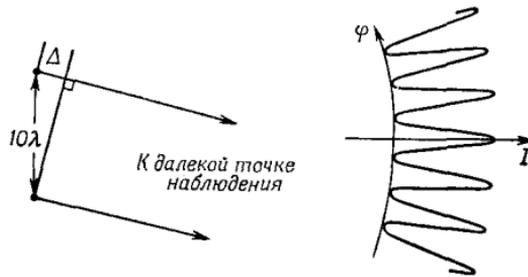
системы антенн. Наш способ—один из самых простых; мы можем значительно усложнить систему и, выбрав нужные фазовые соотношения, послать пучок с максимальной интенсивностью в требуемом направлении, даже не сдвинув с места ни одну из антенн! Однако в обеих радиопередачах мы затрачивали много энергии зря, она уходила в прямо противоположном направлении; интересно знать, есть ли способ посылать сигналы только в *одном* направлении? На первый взгляд кажется, что пара антенн такого типа будет всегда излучать симметрично. На самом деле картина гораздо разнообразнее; рассмотрим для примера случай несимметричного излучения двух антенн.

Пусть расстояние между антеннами равно четверти длины волны и северная антенна отстает от южной по фазе на четверть периода. Что у нас тогда получится (фиг. 29.6)? Как мы дальше покажем, в западном направлении интенсивность равна 2. В южном направлении получится *нуль*, потому что сигнал от северного источника *N* приходит на 90° позже сигнала от южного источника *S* и, кроме того, он отстает по фазе еще на 90° ; в результате полная разность фаз есть 180° и суммарный эффект равен нулю. В северном направлении сигнал от источника *N* приходит на 90° раньше сигнала от *S*, поскольку источник *N* на четверть волны ближе. Но разность фаз равна 90° и *компенсирует* задержку во времени, поэтому оба сигнала приходят с *одной фазой*, что дает интенсивность, равную 4.

Таким образом, проявив некоторую изобретательность в расположении антенн и выбрав нужные сдвиги фаз, можно направить энергию излучения в одном направлении. Правда, энергия будет все-таки испускаться в довольно большой интервал углов. А можно ли сфокусировать излучение в более узкий интервал углов? Обратимся снова к передаче волн на Гавайские острова; там радиоволны шли на запад и на восток в широком диапазоне углов и даже на угол 30° интенсивность была всего вдвое меньше максимальной, энергия расходовалась впус-тую.

Можно ли улучшить это положение? Рассмотрим случай, когда расстояние между источниками равно десяти длинам волн (фиг. 29.7), а разность фаз колебаний равна нулю. Это ближе к

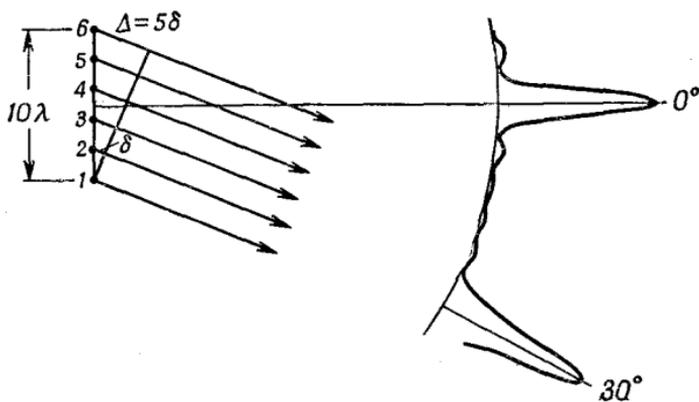
Ф и г. 29.7. Распределение интенсивности двух диполей, находящихся на расстоянии 10λ друг от друга.



ситуации, описанной ранее, когда мы экспериментировали с интервалами, равными нескольким длинам волн, а не малым долям длины волны. Здесь иная картина.

Если расстояние между источниками равно десяти длинам волн (мы выбираем более легкий случай, когда они находятся в фазе), то в западном и восточном направлениях интенсивность максимальна и равна 4. Если же сдвинуться на небольшой угол, разность фаз станет равной 180° и интенсивность обратится в нуль. Более строго: если мы проведем прямые от каждого осциллятора до точки наблюдения и вычислим разность расстояний до осцилляторов Δ , причем Δ окажется равным $\lambda/2$, то оба сигнала будут в противофазе и суммарный эффект равен нулю. Этому направлению отвечает первый нуль на фиг. 29.7 (масштаб на рисунке не выдержан, это, по существу, грубая схема). Это означает, что мы получаем узкий луч в нужном направлении; если же мы чуть сдвигаемся в сторону, интенсивность исчезает. Для практических целей, к сожалению, такие передающие системы имеют существенный недостаток: при некотором угле расстояние Δ может стать равным λ и тогда оба сигнала снова окажутся в фазе! В результате получается картина с чередующимися максимумами и минимумами, точь-в-точь как в гл. 28 для расстояния между осцилляторами, равного $2,5\lambda$.

Как избавиться от всех лишних максимумов? Существует довольно интересный способ устранения нежелательных максимумов. Поместим между нашими двумя антеннами целый ряд других (фиг. 29.8). Пусть расстояние между крайними по-прежнему равно 10λ , а через каждые 2λ поставим по антенне и настроим все антенны на одну фазу. Всего у нас будет, таким образом, шесть антенн, и интенсивность в направлении запад — восток, конечно, сильно возрастет по сравнению с интенсивностью от одной антенны. Поле увеличится в шесть раз, а интенсивность, определяемая квадратом поля, — в тридцать шесть раз. Поблизости от направления запад — восток, как и раньше, возникнет направление с нулевой интенсивностью, а дальше, там, где мы ожидали увидеть высокий максимум, появится всего лишь небольшой «горб». Попробуем разобраться, почему так происходит.



Ф и г. 29.8. Устройство из шести дипольных антенн и часть распределения интенсивности его излучения.

Причина появления максимума, казалось бы, по-прежнему существует, поскольку Δ может равняться длине волны, и осцилляторы 1 и 6, находясь в фазе, взаимно усиливают свои сигналы. Но осцилляторы 3 и 4 оказываются не в фазе с осцилляторами 1 и 6, отличаясь от них по фазе приблизительно на половину длины волны, и вызывают обратный эффект по сравнению с этими осцилляторами. Поэтому интенсивность в данном направлении оказывается малой, хотя и не равной точно нулю. В результате возникает мощный луч в нужном направлении и ряд небольших побочных максимумов. Но в нашем частном примере есть одна добавочная неприятность: поскольку расстояние между соседними диполями равно 2λ , можно найти угол, для которого разность хода σ лучей от соседних диполей в точности равна длине волны. Сигналы от соседних осцилляторов будут отличаться на 360° , т. е. снова окажутся в фазе, и в этом направлении мы получим еще один мощный пучок радиоволн! На практике этого эффекта легко избежать, если выбрать расстояние между осцилляторами меньше одной длины волны. Само же возникновение добавочных максимумов при расстоянии между осцилляторами более одной длины волны очень интересно и важно, но не для передачи радиоволн, а для дифракционных решеток.

§ 5. Математическое описание интерференции

Мы рассматривали излучение диполей с качественной точки зрения, теперь рассмотрим количественную картину. Найдем прежде всего суммарное поле от двух источников в самом общем случае, когда разность фаз α и силы осцилляторов A_1 и A_2 произвольны; для этого необходимо сложить два косинуса с одинаковой частотой, но разными фазами. Разность фаз нахо-

дится весьма просто: она складывается из разности, возникающей за счет неодинакового удаления точки наблюдения от обоих источников, и внутренней, заданной разности фаз колебаний. Выражаясь математически, нам необходимо сложить две волны: $R = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Как это сделать?

Каждый, вероятно, сумеет провести это сложение, но тем не менее проследим за ходом вычислений. Прежде всего, если мы разбираемся в математике и достаточно ловко управляемся с синусами и косинусами, эту задачу легко решить. Самый простой случай, когда амплитуда A_1 равна A_2 , и пусть обе они обозначаются через A . В этих условиях (назовем это тригонометрическим методом решения задачи) мы имеем

$$R = A [\cos(\omega t + \varphi_1) + \cos(\omega t + \varphi_2)]. \quad (29.9)$$

На уроках тригонометрии вы, вероятно, доказывали равенство

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{1}{2}(A + B) \cos \frac{1}{2}(A - B). \quad (29.10)$$

Если это нам известно, то мы немедленно получаем R :

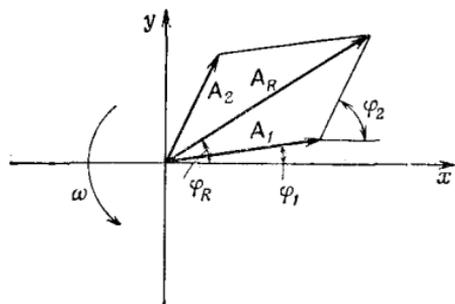
$$R = 2A \cos \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) \cos \left(\omega t + \frac{1}{2}\varphi_1 + \frac{1}{2}\varphi_2 \right). \quad (29.11)$$

Итак, мы снова получили синусоидальную волну, но с новой фазой и новой амплитудой. Вообще результат сложения двух синусоидальных волн *есть* синусоидальная волна с новой амплитудой A_R , называемой результирующей амплитудой, и новой фазой φ_R , называемой результирующей фазой. В нашем частном случае результирующая амплитуда равна

$$A_R = 2A \cos \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (29.12)$$

а результирующая фаза есть арифметическое среднее обеих фаз. Таким образом, поставленная задача полностью решена.

Предположим теперь, что мы забыли формулу сложения косинусов. Тогда можно применить другой метод решения — геометрический. Косинус, зависящий от ωt , можно представить в виде горизонтальной проекции некоторого *вращающегося вектора*. Пусть имеется вектор \mathbf{A}_1 , вращающийся с течением времени; длина его равна A_1 , а угол с осью абсцисс равен $\omega t + \varphi_1$. (Мы пока опустим слагаемое ωt ; как мы увидим, при выводе это не играет роли.) Сделаем моментальный снимок векторов в момент времени $t = 0$, помня, что на самом деле вся схема вращается с угловой скоростью ω (фиг. 29.9). Проекция A_1 на ось абсцисс в точности равна $A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$. В момент времени $t = 0$ вторая волна представляется вектором \mathbf{A}_2 , длина которого равна A_2 , а его угол с осью абсцисс равен φ_2 , причем



Ф и г. 29.9. Геометрический способ сложения двух косинусоидальных волн.

Чертеж вращается со скоростью ω против часовой стрелки.

он тоже вращается с течением времени. Оба вектора вращаются с одинаковой угловой скоростью ω , и их *относительное* расположение неизменно. Вся система вращается жестко, подобно твердому телу.

Горизонтальная проекция A_2 равна $A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Из векторного анализа известно, что при сложении двух векторов по правилу параллелограмма образуется новый, результирующий вектор A_R , причем x -компонента его есть сумма x -компонент слагающих векторов. Отсюда получаем решение нашей задачи. Легко проверить, что получается правильный ответ в нашем частном случае $A_1 = A_2 = A$. Действительно, из фиг. 29.9 очевидно, что A_R лежит посередине между A_1 и A_2 и составляет угол $\frac{1}{2}(\varphi_2 - \varphi_1)$ с каждым из них. Следовательно, $A_R = 2A \cos \frac{1}{2}(\varphi_2 - \varphi_1)$, что совпадает с прежним результатом. Кроме того, в случае $A_1 = A_2$ фаза A_R есть среднее от фаз A_1 и A_2 . Для неравных A_1 и A_2 задача решается столь же просто. Мы можем назвать это *геометрическим* решением задачи.

Существует еще один метод решения задачи, его можно было бы назвать *аналитическим*. Вместо того чтобы рисовать схему, подобную приведенной на фиг. 29.9, напишем выражения, имеющие тот же смысл, что и чертеж, и сопоставим каждому вектору *комплексное число*. Действительные части этих комплексных чисел отвечают реальным физическим величинам. В нашем конкретном случае волны записываются следующим образом: $A_1 \exp[i(\omega t + \varphi_1)]$ [действительная часть этого равна $A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$] и $A_2 \exp[i(\omega t + \varphi_2)]$. Сложим обе волны:

$$R = A_1 e^{i(\omega t + \varphi_1)} + A_2 e^{i(\omega t + \varphi_2)} = (A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2}) e^{i\omega t}, \quad (29.13)$$

или

$$\hat{R} = A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2} = A_R e^{i\varphi_R}. \quad (29.14)$$

Задача, таким образом, решена, так как мы имеем окончательный результат в виде комплексного числа с модулем A_R и фазой φ_R .

Для иллюстрации аналитического метода найдем амплитуду A_R , т. е. «длину» R . «Длина» комплексного числа в квадрате есть само комплексное число, умноженное на сопряженное ему.

Комплексное сопряжение состоит в изменении знака i . Отсюда получаем

$$A_R^2 = (A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2}) (A_1 e^{-i\varphi_1} + A_2 e^{-i\varphi_2}). \quad (29.15)$$

Перемножая, получаем $A_1^2 + A_2^2$ и перекрестные члены

$$A_1 A_2 [e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} + e^{i(\varphi_2 - \varphi_1)}].$$

Далее

$$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta + \cos \theta - i \sin \theta,$$

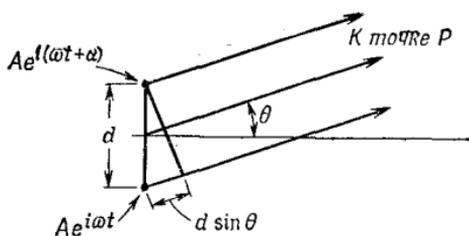
т. е. $e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2 \cos \theta$. Следовательно, окончательный результат есть

$$A_R^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (29.16)$$

(С помощью формул тригонометрии легко установить совпадение получаемого результата с длиной A_R на фиг. 29.9.)

Итак, суммарная интенсивность складывается из члена A_1^2 , возникающего от действия только первого источника, интенсивности A_2^2 , равной интенсивности второго источника, и еще дополнительного члена. Этот дополнительный член мы назовем *эффектом интерференции*. Он представляет собой разность между истинным результатом сложения и суммой интенсивностей. Интерференционный член может быть как положительным, так и отрицательным. [Интерференция (interference) в английской разговорной речи означает возражение, помеху, но в физике слова часто теряют первоначальный смысл и употребляются совсем в другом значении!] Если интерференционный член положителен, мы будем говорить о *конструктивной* интерференции (буквальный смысл этого выражения покажется ужасным всем, кроме физиков!). В противном случае мы говорим о *деструктивной* интерференции.

Посмотрим теперь, как применить нашу общую формулу (29.16) для сложения полей излучения двух осцилляторов к тем частным случаям, которые мы уже качественно обсуждали. Для этого необходимо лишь вычислить разность фаз $\varphi_1 - \varphi_2$ двух сигналов, приходящих в данную точку пространства. (Эффект, разумеется, связан с разностью фаз, а не с их абсолютными значениями.) Рассмотрим случай, когда два осциллятора с равными амплитудами и с относительной фазой колебаний α (когда колебания одного имеют фазу нуль, фаза другого равна α) расположены на расстоянии d друг от друга. Будем искать интенсивность под углом θ к линии запад — восток. [Заметьте, что этот угол не имеет *ничего общего* с углом θ в формуле (29.1).] Разность расстояний от точки P до осцилляторов равна $d \sin \theta$ (фиг. 29.10), поэтому разность фаз, возникающая по этой причине, равна



Ф и г. 29.10. Два осциллятора, обладающие одинаковой амплитудой и разностью фаз α .

числу длин волн, заключенных на отрезке $d \sin \theta$, умноженному на 2π . (Более подготовленный читатель, вероятно, умножил бы волновое число k , т. е. скорость изменения фазы с расстоянием, на $d \sin \theta$, результат получится тот же самый.) Разность фаз, возникающая из-за разности хода лучей, есть, таким образом, $(2\pi d \sin \theta)/\lambda$, но из-за относительного запаздывания осцилляторов возникает дополнительная разность фаз α . Отсюда полная разность фаз двух волн в точке наблюдения равна

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \alpha + 2\pi d \frac{1}{\lambda} \sin \theta. \quad (29.17)$$

Это выражение охватывает все случаи. Теперь остается только подставить его в (29.16) и положить $A_1 = A_2$; получится формула, с помощью которой можно вывести все результаты для двух антенн одинаковой интенсивности.

Рассмотрим частные случаи. Например, на фиг. 29.5 мы полагали, что интенсивность на угол 30° равна 2. Откуда это получается? Осцилляторы находятся на расстоянии $\lambda/2$, следовательно, для угла 30° $d \sin \theta = \lambda/4$, отсюда $\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi\lambda/4\lambda = \pi/2$ и интерференционный член равен нулю. (Происходит сложение двух векторов, направленных под углом 90° друг к другу.) Сумма векторов есть гипотенуза прямоугольного равнобедренного треугольника, она в $\sqrt{2}$ раз больше каждой амплитуды. Следовательно, интенсивность в 2 раза больше интенсивности каждого источника в отдельности. Все остальные примеры исследуются точно таким же способом.

ДИФРАКЦИЯ

§ 1. Результирующее поле n одинаковых осцилляторов

§ 1. Результирующее поле n одинаковых осцилляторов

§ 2. Дифракционная решетка

§ 3. Разрешающая способность дифракционной решетки

§ 4. Параболическая антенна

§ 5. Окрашенные пленки; кристаллы

§ 6. Дифракция на непрозрачном экране

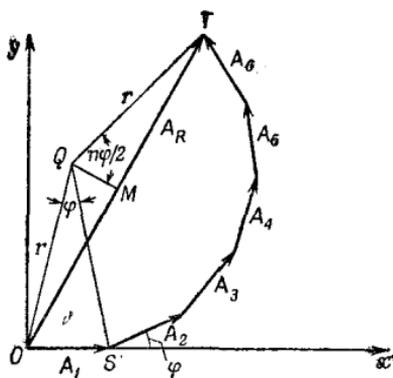
§ 7. Поле системы осцилляторов, расположенных на плоскости

Настоящая глава — непосредственное продолжение предыдущей, хотя название «Интерференция» здесь заменено словом «Дифракция». До сих пор никому не удалось удовлетворительным образом определить разницу между дифракцией и интерференцией. Дело здесь только в привычке, а существенного физического различия между этими явлениями нет. Единственное, что можно сказать по этому поводу, — это следующее: когда источников мало, например два, то результат их совместного действия обычно называют интерференцией, а если источников много, то чаще говорят о дифракции. Поэтому мы не будем утруждать себя вопросом — интерференция это или дифракция, а просто продолжим наше обсуждение с того места, где мы остановились в предыдущей главе.

Обсудим теперь случай, когда имеется n осцилляторов, расположенных на равных расстояниях один от другого и обладающих равными амплитудами, но разными фазами создаваемых ими полей. Разность фаз создается либо из-за выбора определенных фазовых сдвигов колебаний осцилляторов, либо потому, что мы находимся под углом к осцилляторам и возникает разность хода лучей. Независимо от причины возникновения разности фаз необходимо вычислить сумму такого вида:

$$R = A \{ \cos \omega t + \cos (\omega t + \varphi) + \cos (\omega t + 2\varphi) + \dots \\ \dots + \cos [\omega t + (n-1)\varphi] \}, \quad (30.1)$$

где φ — разность фаз соседних осцилляторов для некоторого направления лучей. В данном частном случае $\varphi = \alpha + 2\pi d \frac{1}{\lambda} \sin \theta$. Вычислим сумму R . Для этого воспользуемся геомет-



Ф и г. 30.1. Результирующая амплитуда шести эквидистантных источников при разности фаз φ между каждым двумя соседними источниками.

рическим способом сложения. Длина первого слагаемого A , а его фаза равна нулю; длина второго также A , а фаза его равна φ . Следующее слагаемое имеет снова длину A и фазу, равную 2φ , и т. д. В конце концов получается часть правильного многоугольника с n сторонами (фиг. 30.1).

Вершины многоугольника лежат, конечно, на окружности, и чтобы легче было определить результирующую амплитуду, найдем радиус этой окружности. Пусть Q есть ее центр. Тогда угол OQS равен как раз фазе φ (поскольку радиус QS образует с A_2 такой же угол, как QO с A_1). Следовательно, радиус r должен удовлетворять равенству $A = 2r \sin \varphi/2$, откуда мы и находим величину r . Далее, большой угол OQT равен $n\varphi$; следовательно, $A_R = 2r \sin n\varphi/2$. Исключая из обоих равенств r , получаем

$$A_R = A \frac{\sin n\varphi/2}{\sin \varphi/2}. \quad (30.2)$$

Таким образом, суммарная интенсивность оказывается равной

$$I = I_0 \frac{\sin^2 n\varphi/2}{\sin^2 \varphi/2}. \quad (30.3)$$

Проанализируем это выражение и обсудим вытекающие из него следствия. Прежде всего, положив $n = 1$, получим, как и следовало ожидать, $I = I_0$. Проверим формулу для $n = 2$: с помощью соотношения $\sin \varphi = 2 \sin \varphi/2 \cos \varphi/2$ сразу находим $A_R = 2A \cos \varphi/2$, что совпадает с (29.12).

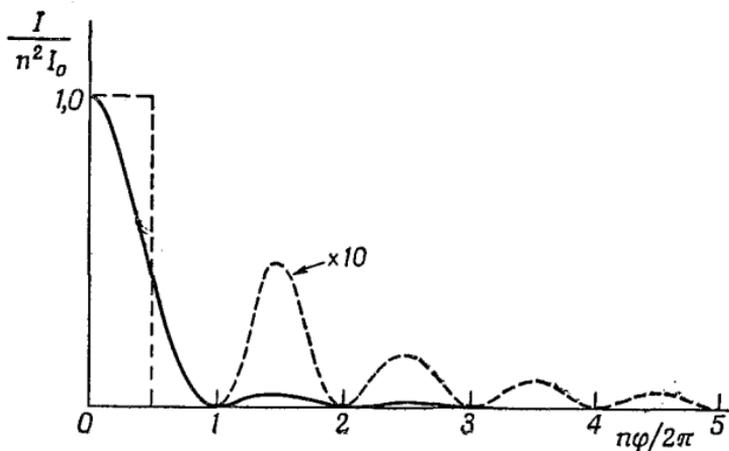
Мы вынуждены рассматривать сложение полей от многих источников потому, что в этом случае интенсивность в одном направлении получается много больше, чем в соседних, т. е. все побочные максимумы интенсивности оказываются гораздо меньше основного. Чтобы понять этот факт, начертим кривую соответствующую выражению (30.3) для больших n и φ , близких к нулю. Прежде всего, когда φ точно равно нулю, мы получаем отношение $0/0$, но фактически для бесконечно малых φ отношение синусов равно n^2 , так как синус можно заменить его

аргументом. Таким образом, максимум кривой в n^2 раз больше интенсивности одного осциллятора. Этот результат легко понять, поскольку при нулевой разности фаз все n маленьких векторов складываются в один вектор, в n раз больший исходного, а интенсивность увеличивается в n^2 раз.

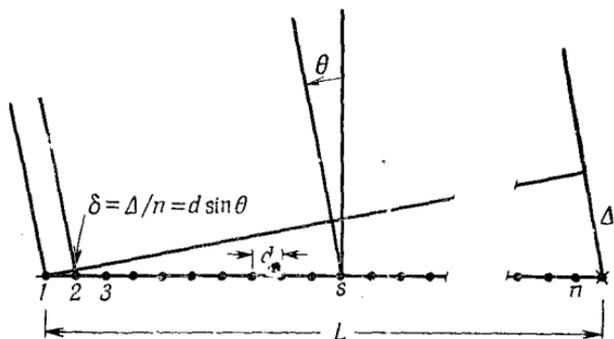
С ростом фазы φ отношение двух синусов падает и обращается в нуль в первый раз при $n\varphi/2 = \pi$, поскольку $\sin \pi = 0$. Другими словами, значение $\varphi = 2\pi/n$ отвечает первому минимуму кривой (фиг. 30.2). С точки зрения векторов на фиг. 30.1 первый минимум возникает в том случае, когда стрелки векторов возвращаются в исходную точку, при этом полная разность фаз от первого до последнего осциллятора равна 2π .

Перейдем к следующему максимуму и покажем, что он действительно, как мы и ждали, много меньше первого. Для точного определения положения максимума необходимо учитывать, что и числитель, и знаменатель в (30.3) оба меняются с изменением φ . Мы не станем этого делать, поскольку при большом n $\sin \varphi/2$ меняется медленнее $\sin n\varphi/2$ и условие $\sin n\varphi/2 = 1$ дает положение максимума с большой точностью. Максимум $\sin^2 n\varphi/2$ достигается при $n\varphi/2 = 3\pi/2$ или $\varphi = 3\pi/n$. Это означает, что стрелки векторов описывают полторы окружности.

Подставляя $\varphi = 3\pi/n$, получаем $\sin^2 3\pi/2 = 1$ в числителе (30.3) (с этой целью и был выбран угол φ) и $\sin^2 3\pi/2n$ в знаменателе. Для достаточно большого n можно заменить синус его аргументом: $\sin 3\pi/2n \approx 3\pi/2n$. Отсюда интенсивность во втором максимуме оказывается равной $I = I_0 (4n^2/9\pi^2)$. Но $n^2 I_0$ — не что иное, как интенсивность в первом максимуме, т. е. интенсивность второго максимума получается равной $4/9\pi^2$ от максимальной, что составляет 0,047, или меньше 5%! Остальные максимумы, очевидно, будут еще меньше. Таким образом, возникает



Ф и г. 30.2. Зависимость интенсивности от фазового угла для большого числа осцилляторов с одинаковыми амплитудами.



Фиг. 30.3. Устройство из n одинаковых осцилляторов, расположенных на линии.

Фаза колебания s -го осциллятора равна $\alpha_s = \alpha n$.

очень узкий основной максимум и очень слабые дополнительные максимумы по обе стороны от основного.

Можно показать, что площадь под кривой интенсивности, включая все максимумы, равна $2\pi n I_0$ и в два раза превышает площадь пунктирного прямоугольника на фиг. 30.2.

Посмотрим теперь, что дает формула (30.3) в приложении к разным случаям. Пусть источники расположены на одной линии, как показано на фиг. 30.3. Всего имеется n источников на расстоянии d друг от друга, и сдвиг фазы между соседними источниками выбран равным α . Тогда для лучей, распространяющихся в заданном направлении θ , отсчитываемом от нормали, вследствие разности хода лучей от двух соседних источников возникает дополнительный сдвиг фазы $2\pi d \frac{1}{\lambda} \sin \theta$. Таким образом,

$$\varphi = \alpha + 2\pi d \frac{1}{\lambda} \sin \theta = \alpha + kd \sin \theta. \quad (30.4)$$

Рассмотрим сначала случай $\alpha = 0$. Все осцилляторы колеблются с одной фазой; требуется найти интенсивность их излучения как функцию угла θ . Подставим с этой целью $\varphi = kd \sin \theta$ в формулу (30.3) и посмотрим, что получится в результате. Прежде всего при $\varphi = 0$ возникает максимум. Значит, осцилляторы, колеблющиеся с одной фазой, дают мощное излучение в направлении $\theta = 0$. Интересно узнать, где находится первый минимум.

Он возникает при $\varphi = 2\pi/n$; другими словами, первый минимум кривой интенсивности определяется из соотношения $(2\pi d/\lambda) \sin \theta = 2\pi/n$. Сокращая на 2π , получаем

$$nd \sin \theta = \lambda. \quad (30.5)$$

Теперь разберем с физической точки зрения, почему минимум возникает именно в этом месте. В этом выражении nd есть полная длина L нашей системы осцилляторов. Обращаясь к фиг. 30.3, мы видим, что $nd \sin \theta = L \sin \theta = \Delta$. Формула (30.5)

подсказывает нам, что минимум возникает при Δ , равном *одной длине волны*. Но почему минимум получается при $\Delta = \lambda$? Дело в том, что поля от отдельных осцилляторов равномерно распределены по фазе от 0 до 360° . Стрелки (см. фиг. 30.1) описывают полную окружность; мы складываем равные векторы, имеющие произвольные направления, а в этом случае сумма равна нулю. Вот при таких значениях угла, когда $\Delta = \lambda$, возникает минимум. Это и есть первый минимум.

Формула (30.3) имеет еще одну важную особенность: при увеличении угла φ на число, кратное 2π , значение интенсивности не меняется. Поэтому для $\varphi = 2\pi, 4\pi, 6\pi$ и т. д. также возникают резкие и высокие максимумы. Вблизи этих максимумов интенсивность повторяет свой ход (см. фиг. 30.2). Зададимся вопросом, в силу каких геометрических соотношений возникают другие максимумы? Условие появления максимума записывается в виде $\varphi = 2\pi m$, где m — любое целое число. Отсюда получаем $(2\pi d/\lambda) \sin \theta = 2\pi m$. Сокращая на 2π , получаем

$$d \sin \theta = m\lambda. \quad (30.6)$$

Это соотношение очень похоже на формулу (30.5). Однако там было $nd \sin \theta = \lambda$. Разница в том, что здесь нужно взять каждый *отдельный источник* и выяснить, что для него означает условие $d \sin \theta = m\lambda$; угол θ здесь таков, что разность хода $\delta = m\lambda$. Другими словами, волны, идущие от источников, различаются по фазе на величину, кратную 360° , и, следовательно, все находятся *в фазе*. Поэтому при сложении волн возникает столь же высокий максимум, как и в рассмотренном ранее случае $m = 0$. Побочные максимумы и весь ход интенсивности здесь такие же, как в случае $\varphi = 0$. Таким образом, наша система посылает пучки лучей в разных направлениях, причем каждый пучок имеет высокий центральный максимум и ряд слабых боковых. Главные (центральные) максимумы в зависимости от величины m называются максимумами нулевого, первого и т. д. порядков; m называют *порядком* максимума.

Обратите внимание на такой факт: если d меньше λ , то формула (30.6) имеет единственное решение при $m = 0$. Поэтому для малого расстояния между источниками возникает один-единственный пучок, сконцентрированный около $\theta = 0$. (Разумеется, есть еще пучок в обратном направлении.) Чтобы получить максимумы других порядков, расстояние d должно быть больше одной длины волны.

§ 2. Дифракционная решетка

На практике равенство фаз осцилляторов или антенн достигается с помощью проводов и всяких специальных устройств. Возникает вопрос, можно ли и как создать подобную систему

для света. Сейчас мы еще не умеем делать маленькие радиостанции оптической частоты в буквальном смысле слова, соединять их крохотными проволочками и устанавливать для всех них одинаковые фазы. Однако есть другой очень простой способ, позволяющий добиться этой цели.

Предположим, у нас имеется большое количество параллельных проводов, отстоящих друг от друга на расстоянии d , и источник радиоволн, расположенный очень далеко, практически на бесконечности. Этот источник создает электрическое поле у каждой из проволочек с одной и той же фазой. (Можно взять и объемную систему проводов, но мы ограничимся плоской системой.) Тогда внешнее электрическое поле будет двигать электроны взад и вперед в каждой проволочке, в результате они становятся *новыми излучателями*. Такое явление называется *рассеянием*: свет от некоторого источника вызывает движение электронов в среде, а оно в свою очередь генерирует собственные волны. Поэтому достаточно взять ряд проволок на равном расстоянии друг от друга, подействовать на них радиоволнами от удаленного источника, и получается нужная нам система без всяких специальных контуров и т. п. Если лучи падают по нормали к плоскости проводов, фазы колебаний будут одинаковыми и возникнет та картина, о которой говорилось выше. Так, при расстоянии между проволочками, превышающем длину волны, максимальная интенсивность рассеяния получается в направлении нормали и в других направлениях, определяемых формулой (30.6.).

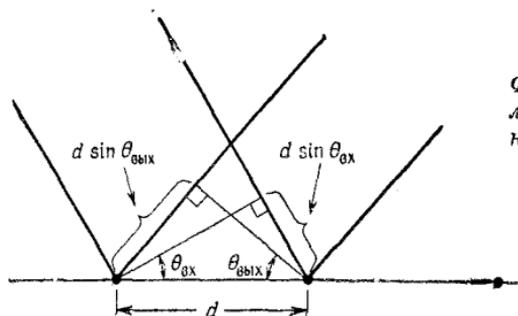
Точно такое же устройство годится и для света! Только вместо проволок берут стеклянную пластинку и наносят на нее ряд штрихов так, чтобы каждый из них рассеивал свет иначе, чем остальная поверхность пластинки. Если затем направить на пластинку пучок света, то каждый штрих станет источником, а если расстояние между штрихами будет достаточно мало, но не меньше одной длины волны (практически таких малых расстояний все равно невозможно добиться), возникает удивительное явление: лучи идут через пластинку не только по прямой, но и под конечным углом к нормали, зависящим от расстояния между штрихами! Устройства такого типа действительно существуют и широко используются, их называют *дифракционными решетками*.

Одна из разновидностей дифракционных решеток представляет собой обычную стеклянную пластинку, прозрачную и бесцветную, с нацарапанными на ней штрихами. Число штрихов на 1 мм зачастую достигает нескольких сотен, а расстояние между ними выдерживается с большой точностью. Действие такой решетки можно наблюдать, посылая сквозь нее с помощью проектора узкую вертикальную полоску света (изображение щели) на экран. Помещая решетку на пути света так, чтобы штрихи

были расположены вертикально, мы увидим на экране ту же самую полосу света, но по сторонам от нее, кроме того, будут и *другие* полосы, *окрашенные* в разные цвета. Разумеется, мы получили не что иное, как уширенное изображение щели; угол θ в (30.6) зависит от λ , и разная окраска света, как мы знаем, соответствует разным частотам и разным длинам волн. Самой большой видимой длиной волны обладает красный свет; в силу условия $d \sin \theta = \lambda$ ему соответствует наибольшее θ . И мы действительно обнаруживаем, что на экране красная полоса лежит дальше всех от центра изображения! С другой стороны должна быть такая же полоса; и в самом деле, мы видим на экране вторую полосу. Выражение (30.6) имеет еще одно решение с $m = 2$. На соответствующем ему месте на экране видно какое-то расплывчатое слабое пятно, а дальше в сторону чуть заметен еще целый ряд слабых полосок.

Только что мы сказали, что максимумы всех порядков должны иметь одинаковую интенсивность, а у нас интенсивность получается разная, и, более того, правый и левый максимумы первого порядка отличаются по своей яркости! Причина здесь кроется в том, что решетки изготавливаются особым способом, чтобы как раз и получался подобный эффект. Как это делается? Если бы дифракционные решетки имели бесконечно тонкие штрихи, расположенные на строго равном расстоянии друг от друга, то интенсивности максимумов всех порядков были бы одинаковы. Но фактически, хотя мы пока разобрали только простейший случай, мы могли бы также взять систему, состоящую из *пар* антенн, причем в каждой паре установили бы определенную разность фаз и интенсивности. Тогда можно было бы получить разную интенсивность у максимумов разных порядков. На дифракционную решетку часто наносят не ровные, а пилообразные штрихи. Специально подбирая форму «зубцов», можно увеличить интенсивность спектра данного порядка по отношению к остальным. В практической работе с решетками желательнее иметь максимальную яркость в одном из порядков. Мы отложим пока весьма сложное объяснение этих фактов, скажем только, что такие решетки оказываются гораздо более полезными в применениях.

До сих пор мы рассматривали случай, когда фазы всех источников равны. Однако полученная нами формула (30.3) годится также и тогда, когда сдвиг фаз ϕ каждого источника по сравнению с предыдущим постоянен и равен α . Это означает, что антенны должны быть соединены по схеме, обеспечивающей небольшой сдвиг фазы между ними. Можно ли создать подобное устройство для света? Да, и очень просто. Пусть источник света находится на бесконечности и свет падает на решетку *под некоторым углом*, равным $\theta_{вх}$ (фиг. 30.4); рассмотрим рассеянный пучок света, выходящий под углом $\theta_{вых}$ ($\theta_{вых}$ — это наш старый



Ф и г. 30.4. Разность хода двух лучей, отраженных соседними линиями решетки, равна

$$d \sin \theta_{\text{ВЫХ}} - d \sin \theta_{\text{ВХ}}.$$

угол θ , а $\theta_{\text{ВХ}}$ нужен для создания разности фаз у источников). Пучок света от бесконечно удаленного источника падает сначала на первый штрих, затем на второй и т. д., сдвиг фазы света, попадающего на два соседних штриха, есть $\alpha = -d \sin \theta_{\text{ВХ}} / \lambda$. Отсюда получаем формулу для дифракции света, падающего на решетку под некоторым углом:

$$\varphi = 2\pi d \frac{\sin \theta_{\text{ВЫХ}}}{\lambda} - 2\pi d \frac{\sin \theta_{\text{ВХ}}}{\lambda}. \quad (30.7)$$

Попытаемся найти направление максимальной интенсивности в этом случае. Условие возникновения максимума по-прежнему состоит в том, что φ должно быть числом, кратным 2π . Здесь следует отметить несколько интересных моментов.

Прежде всего рассмотрим весьма интересный случай, соответствующий $m=0$; когда d меньше λ , тогда $m=0$ и других решений не возникает. Тогда получаем $\sin \theta_{\text{ВХ}} = \sin \theta_{\text{ВЫХ}}$, т. е. рассеянный луч выходит в том же направлении, что и первоначальный луч, падающий на дифракционную решетку. Но не следует думать, что свет просто «проходит насквозь». Мы ведь говорим о *других лучах*. Свет, проходящий насквозь, идет от первоначального источника, а мы имеем в виду свет, *возникающий при рассеянии*. Получается так, что рассеянный пучок света идет в том же направлении, что и первоначальный; более того, оба пучка могут интерферировать друг с другом, о чем мы расскажем в последующих главах.

В нашем случае имеется еще одно возможное решение. При заданном $\theta_{\text{ВХ}}$ угол $\theta_{\text{ВЫХ}}$ может быть равен *дополнительному* к $\theta_{\text{ВХ}}$ углу ($\pi - \theta_{\text{ВХ}}$). Таким образом, кроме луча в направлении падающего пучка света, возникает еще один луч. Легко заметить, что его направление подчиняется правилу: *угол падения равен углу рассеяния*. Этот луч мы назовем *отраженным*.

Так мы подходим к пониманию основного механизма процесса отражения: падающий свет возбуждает движение атомов отражающего тела, а оно в свою очередь генерирует *новую волну*, и одно из направлений рассеянной волны (*единственное для расстояния между рассеивателями, малого по сравнению с*

длиной волны) таково, что угол падения луча света равен углу, под которым выходит отраженный луч!

Перейдем теперь к особому случаю, когда $d \rightarrow 0$. Имеется, скажем, плотное тело конечных размеров. Потребуем еще, чтобы разность фаз между соседними рассеивателями стремилась к нулю. Иначе говоря, будем ставить все новые и новые антенны в промежутках между прежними, так что разности фаз будут становиться все меньше по мере уменьшения расстояния до соседних антенн, но общее число антенн пусть растет так, что полная разность фаз между первой и последней антенной остается постоянной. Посмотрим, как видоизменится формула (30.3), если полная разность фаз $n\varphi$ остается постоянной (пусть $n\varphi = \Phi$), а число n и фаза φ стремятся соответственно к бесконечности и нулю. Теперь значение φ так мало, что $\sin \varphi = \varphi$, и если учесть также, что $n^2 I_0$ есть интенсивность в центре максимума I_m , то мы получим

$$I = 4I_m \frac{\sin^2 \Phi/2}{\Phi^2}. \quad (30.8)$$

На фиг. 30.2 показан ход этой предельной зависимости.

В данном случае дифракционная картина в общих чертах получается такой же, как и для конечного промежутка $d > \lambda$, те же боковые максимумы, нет только максимумов высших порядков. Когда все рассеиватели находятся в фазе, возникает максимум в направлении $\theta_{\text{вых}} = 0$ и минимум при $\Delta = \lambda$, в точности как для конечных d и n . Таким образом, оказывается возможным рассмотреть *непрерывное* распределение рассеивателей или осцилляторов, используя интегралы вместо сумм.

Для примера возьмем длинную линию, составленную из осцилляторов, которые колеблются вдоль нее (фиг. 30.5). Такое устройство дает максимальную интенсивность в направлении, перпендикулярном нити. Кверху и книзу от экваториальной плоскости имеется небольшая интенсивность, но она очень мала. Пользуясь этим результатом, перейдем к более сложному устройству. Предположим, у нас имеется целый набор нитей, каждая из которых излучает в экваториальной плоскости. Если мы находимся в центральной плоскости, перпендикулярной всем проволокам, интенсивность излучения набора длинных линий



Ф и г. 30.5. Распределение интенсивности излучения непрерывной линии осцилляторов имеет высокий центральный максимум и многочисленные слабые боковые максимумы.

в разных направлениях определяется так же, как и в случае бесконечно коротких линий, — нужно сложить вклады от всех длинных проволок. Вот почему вместо крошечных решеток — антенн, которые мы рассматривали, можно было бы использовать решетки с длинными и узкими щелями. Каждая из длинных щелей излучает в своем собственном направлении не вверх и не вниз, а только перпендикулярно щели, и, поставив их рядом друг с другом в горизонтальной плоскости, мы получим интерференцию.

Таким образом, можно создать еще более сложные устройства, размещая рассеиватели по линии, в плоскости или в пространстве. Сначала мы располагали рассеиватели на линии, а затем проанализировали случай, когда они заполняют полосу; для получения ответа каждый раз нужно было просуммировать вклады отдельных рассеивателей. Последний принцип справедлив во всех случаях.

§ 3. Разрешающая способность дифракционной решетки

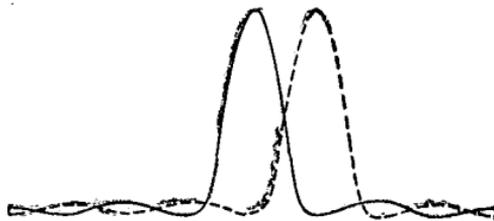
Теперь мы способны понять еще ряд интересных явлений. Например, попробуем использовать решетку для определения длины волны света. На экране изображение щели развертывается в целый спектр линий, поэтому с помощью дифракционной решетки можно разделить свет по составляющим его длинам волн.

Возникает интересный вопрос: предположим, что имеются два источника с несколько разными частотами излучения или несколько разными длинами волн; насколько близкими должны быть эти частоты, чтобы по дифракционной картине нельзя было отделить одну частоту от другой? Красные и синие линии четко различаются. А вот если один луч красный, а другой чуть-чуть покраснее, самую малость. Насколько близки они должны быть? Ответ дается величиной, которая называется *разрешающей способностью* решетки. Ниже мы используем один из способов ее определения.

Предположим, что удалось найти дифракционный максимум для лучей определенного цвета, расположенный под некоторым углом. Если мы изменим длину волны, то и значение фазы $(2\pi d \sin \theta) / \lambda$ будет иным и максимум, разумеется, возникнет при каком-то другом угле. Именно поэтому красные и синие полосы на экране разделяются. Насколько должны отличаться углы, чтобы мы смогли различить два разных максимума? Если вершины максимумов совпадают, мы, конечно, не сможем различить их один от другого. Если же максимумы достаточно далеки друг от друга, то на картине распределения света возникают два горба.

Ф и г. 30.6. Иллюстрация критерия Рэля.

Максимум одного распределения совпадает с минимумом другого.



Чтобы заметить, когда начинает вырисовываться двойной горб, лучше всего воспользоваться простым правилом, называемым обычно *правилом* (или *критерием*) Рэля (фиг. 30.6). По этому правилу первый минимум на дифракционной картине для одной длины волны должен совпадать с максимумом для другой длины волны. Теперь уже нетрудно вычислить разность длин волн, когда один минимум в точности «садится» на максимум другого пучка. Лучше всего для этого воспользоваться геометрическим способом.

Чтобы возник максимум при длине волны λ' , расстояние Δ (см. фиг. 30.3) должно быть равно $n\lambda'$, а чтобы возник максимум порядка m , расстояние Δ должно быть равно $mn\lambda'$. Другими словами, $(2\pi d/\lambda')$, $\sin \theta = 2\pi m$ и $nd \sin \theta$, равное Δ , есть λ' , умноженная на mn , или соответственно $mn\lambda'$. Если мы хотим, чтобы под тем же углом для другого луча с длиной волны λ появился *минимум*, расстояние Δ должно превышать $mn\lambda$ ровно на одну длину волны λ , т. е. $\Delta = mn\lambda + \lambda = mn\lambda'$. Отсюда, полагая $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$, получаем

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{mn}. \quad (30.9)$$

Отношение $\lambda/\delta\lambda$ называется *разрешающей способностью* дифракционной решетки; она равна, как видно из формулы, полному числу линий в решетке, умноженному на порядок максимума луча. Легко убедиться, что эта формула эквивалентна следующему утверждению: разность частот должна быть равна обратной величине разности времен прохождения для самых крайних интерферирующих лучей *

$$\delta\nu = \frac{1}{T}.$$

Полезно запомнить именно эту общую формулу, потому что она применима не только для решеток, но и для любых устройств, тогда как вывод формулы (30.9) связан со свойствами дифракционных решеток.

* В нашем случае $T = \Delta/c = mn\lambda/c$, где c — скорость света. Частота $\nu = c/\lambda$, так что $\delta\nu = c\delta\lambda/\lambda^2$.

§ 4. Параболическая антенна

Рассмотрим теперь еще один вопрос, связанный с разрешающей способностью. Речь идет об антеннах радиотелескопов, использующихся для определения положения источников радиоволн на небе и их угловых размеров. Если бы мы взяли нашу старую антенну и с ее помощью приняли сигналы, то, конечно, не могли бы сказать, откуда они пришли. А знать, где находится источник, очень важно. Можно, конечно, покрыть всю Австралию проводами-диполями, расположенными на равном расстоянии друг от друга. Затем подсоединить все диполи к одному приемнику так, чтобы уравнивать запаздывание сигналов в соединительных проводах. Тогда сигналы от всех диполей придут к приемнику с одной фазой. Что в результате получится? Если источник расположен достаточно далеко и прямо над нашей системой, то сигналы от всех антенн придут к приемнику в фазе.

Но предположим, что источник расположен под небольшим углом θ к вертикали. Тогда сигналы, принятые различными антеннами, будут немного сдвинуты по фазе. В приемнике все эти сигналы с разными фазами складываются, и мы ничего не получим, если только угол θ достаточно велик. Но как велик должен быть этот угол? *Ответ:* мы получим нуль, если угол $\Delta/L = \theta$ (см. фиг. 30.3) соответствует сдвигу фаз в 360° , т. е. если Δ равно длине волны λ .

Этот результат легко понять, если учесть, что векторы, соответствующие сигналам от разных антенн, образуют замкнутый многоугольник и их сумма тогда обращается в нуль. Наименьший угол, который антенное устройство длиной L еще может разрешить, есть $\theta = \lambda/L$. Заметим, что кривая чувствительности антенны при приеме имеет точно такой же вид, как и распределение интенсивности, даваемое антеннами-передатчиками. Здесь проявляется так называемый *принцип обратимости*. Согласно этому принципу, для любых антенных устройств, при любых углах и т. п. справедливо правило: относительная чувствительность в разных направлениях совпадает с относительной интенсивностью для тех же направлений, если заменить приемник передатчиком.

Бывают антенные устройства и другого типа. Вместо того чтобы выстраивать целую систему диполей с кучей соединительных проводов между ними, можно расположить их по кривой, а приемник поставить в такую точку, где он мог бы фиксировать отраженные сигналы. Кривая выбирается с таким хитрым расчетом, чтобы все лучи от далекого источника после рассеяния доходили к приемнику за одно и то же время (см. фиг. 26.12). Значит, кривая должна быть *параболой*; тогда если источник находится на ее оси, то в фокусе возникает большая интенсивность рассеянного излучения. Легко найти разрешающую спо-

способность такого устройства. Расположение антенн по параболе здесь несущественно. Параболическая форма выбрана просто для удобства, она позволяет собирать все сигналы за одинаковое время и притом без проводов. Минимальный угол разрешения такого устройства по-прежнему равен $\theta = \lambda/L$, где L — расстояние между крайними антеннами. Этот угол не зависит от промежутка между соседними антеннами, они могут быть размещены очень близко одна от другой, фактически вместо системы антенн можно даже взять сплошной кусок металла. В принципе это то же самое, что и зеркало телескопа. Итак, мы нашли разрешающую способность телескопа! (Иногда разрешающую способность пишут в виде $\theta = 1,22 \lambda/L$, где L — диаметр телескопа. Множитель 1,22 появляется по следующей причине: при выводе формулы $\theta = \lambda/L$ интенсивность всех диполей считалась одинаковой независимо от их положения, но, поскольку телескопы обычно делают круглыми, а не квадратными, интенсивность сигналов от краев меньше, чем от середины; в отличие от случая квадратного сечения края дают относительно малый вклад. Следовательно, эффективный диаметр короче истинного, что и учитывается множителем 1,22. На самом же деле такая точность в формуле для разрешающей способности кажется слишком педантичной *.)

§ 5. Окрашенные пленки; кристаллы

Выше были рассмотрены некоторые эффекты, возникающие при интерференции нескольких волн. Но можно привести ряд других примеров, основной механизм которых слишком сложен, чтобы говорить о нем в данный момент (мы обсудим его впоследствии), а пока разберем возникающие в этих примерах интерференционные явления.

Например, когда свет падает на поверхность среды с показателем преломления n по нормали к поверхности, то часть света отражается. *Причину* отражения сейчас нам было бы трудно понять; мы поговорим о ней позже. Сейчас же предположим, что факт отражения света при входе и выходе света из преломляющей среды нам уже известен. Тогда при отражении света от тонкой пленки возникнет совокупность двух волн, отраженных от передней и задней поверхностей пленки; при достаточно малой толщине пленки эти волны будут интерферировать, усиливая или ослабляя друг друга в зависимости от знака разности фаз. Например, может случиться, что красный свет будет отра-

* Прежде всего потому, что сам критерий Рэлея приближенный. Он только указывает область углов, где трудно разобрать, сколько звезд на изображении — одна или две. А в действительности, если точно измерить распределение интенсивности, можно различить два источника при углах θ , даже меньших λ/L .

жаться с усилением, а синий свет, который имеет другую длину волны,—с ослаблением, так что отраженный луч будет иметь яркую красную окраску. Если мы изменим толщину пленки и будем наблюдать отражение, скажем, в тех местах, где пленка толще, то сможем увидеть обратную картину, т. е. красные волны будут ослабляться, а синие нет, и пленка будет казаться синей, или зеленой, или желтой, в общем любого цвета. Таким образом, мы видим тонкую пленку *окрашенной*, а если будем смотреть на нее под другим углом, то расцветка будет иной, так как время прохождения света через пленку меняется с изменением угла зрения. Так становится понятной причина возникновения сложной цветовой гаммы на пленках нефти, мыльных пузырях и во многих других подобных случаях. Сущность явления всюду одна — сложение волн с разными фазами.

Отметим еще одно важное применение дифракции. Возьмем дифракционную решетку и спроектируем ее изображение на экран. Для монохроматического света в определенных местах экрана возникнут максимумы — основные и более высоких порядков. По расположению максимумов и длине волны можно найти расстояние между линиями решетки. А по отношению интенсивностей различных максимумов можно найти форму штрихов решетки и различить пилообразную, прямолинейную и разные другие формы, *даже не глядя на решетку*. Этот принцип служит для определения положения атомов в кристалле. Единственная сложность состоит в том, что кристалл трехмерен; он представляет собой периодическую трехмерную решетку, составленную из атомов. Мы не можем использовать здесь видимый свет, потому что длина волны источника должна быть меньше расстояния между атомами, иначе никакого эффекта не будет; следовательно, нужно взять излучение с очень малыми длинами волн, т. е. рентгеновские лучи. Итак, освещая кристалл рентгеновскими лучами и найдя интенсивности максимумов разного порядка, можно определить расположение атомов в кристалле, даже не имея возможности увидеть все это собственными глазами! Именно таким путем было найдено расположение атомов в разных веществах. В гл. 1 мы привели несколько схем, показывающих размещение атомов в кристалле соли и ряде других веществ. Мы еще вернемся к этому вопросу в дальнейшем и обсудим его подробно, а пока не будем заниматься этой интереснейшей проблемой.

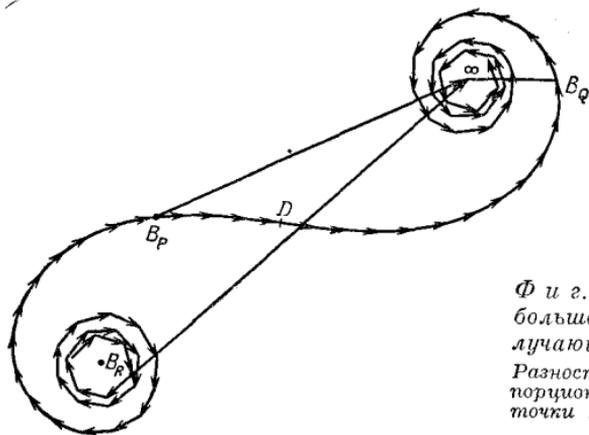
§ 6. Дифракция на непрозрачном экране

Рассмотрим сейчас весьма интересное явление. Пусть имеется непрозрачный лист с отверстиями, и по одну сторону от него расположен источник света. Нас интересует, какое изображение возникнет на экране по другую сторону листа. Каждый скажет,

картины опыта можно ввести эффективные источники, равномерно распределенные вне объекта.

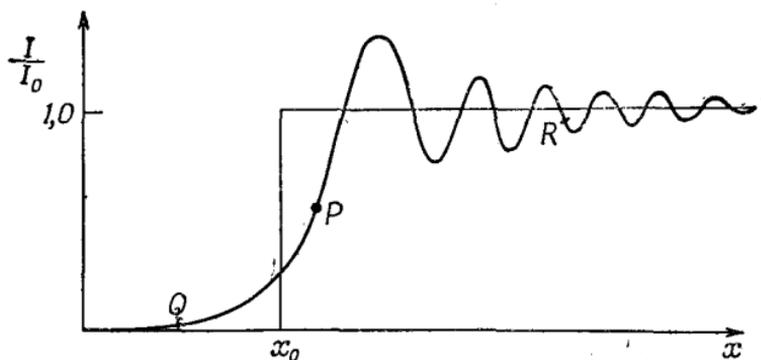
Представим себе эти эффективные источники в виде большого количества близко расположенных антенн и найдем интенсивность в некоторой точке P . Это очень похоже на то, чем мы занимались до сих пор. Но не вполне, поскольку наш экран теперь находится не на бесконечности. В данном случае нас интересует интенсивность интерферирующих лучей на конечном расстоянии, а не на бесконечности. Интенсивность в некоторой точке дается суммой вкладов от каждой антенны. Сначала возьмем антенну в точке D , прямо напротив P . Если слегка изменить угол, скажем, подняться на высоту h , лучу потребуется больше времени, чтобы попасть в точку P (амплитуда тоже изменится, так как расстояние до источника увеличилось, но разница эта очень мала, поскольку расстояние все равно велико, и гораздо менее важна, чем изменение фазы излучения). Далее, разность $EP - DP$ равна $h^2/2s$, т. е. разность фаз пропорциональна *квадрату* удаления от точки D , тогда как раньше у нас s было бесконечно и разность фаз была *линейно* связана с h . Когда фазы зависят от h линейно, каждый вектор повернут относительно предыдущего на постоянный угол. Теперь же мы должны построить кривую, складывая бесконечно малые векторы при условии, что образуемый ими угол с осью абсцисс растет с увеличением длины кривой не линейным, а *квадратичным* образом. Явный вид кривой находится с помощью довольно сложных математических методов, но мы всегда можем построить эту кривую, просто складывая векторы под требуемым углом. В конечном счете мы получаем замечательную кривую (называемую спиралью Корню), изображенную на фиг. 30.8. Как ею пользоваться?

P . Пусть требуется определить интенсивность, скажем, в точке P . Сложим волны с разными фазами от точки D вверх до бесконечности и вниз от D до точки B_P . Таким образом, нужно отложить ряд стрелок под постоянно растущим углом, начиная с



Фиг. 30.8. Сложение амплитуд большого числа осцилляторов, излучающих с одной фазой.

Разность фаз за счет запаздывания пропорциональна квадрату расстояния до точки D на фиг. 30.7.



Ф и г. 30.9. Ход интенсивности вблизи края тени.
Геометрический край тени находится в точке x_0 .

точки B_p на фиг. 30.8. Весь вклад от области над B_p дается спиральной кривой. Если бы суммирование заканчивалось в некоторой точке, то полная амплитуда представилась бы вектором от B_p до этой точки; в нашем случае суммирование ведется до бесконечности, так что искомая амплитуда есть вектор $B_{p\infty}$. Точка на кривой, соответствующая точке B_p на предмете, зависит от положения точки P , потому что точка D кривой (точка перегиба) всегда относится к выбранной точке P . Следовательно, в зависимости от положения P над B начальная точка, откуда проводится вектор, попадает в разные места нижней спирали, и результирующий вектор $B_{p\infty}$ имеет многочисленные максимумы и минимумы (фиг. 30.9).

Но если мы находимся в точке Q , по другую сторону от P , то нам понадобится только верхний конец спиральной кривой. Другими словами, начальной точкой результирующего вектора будет не D , а B_Q , и, следовательно, книзу от P интенсивность должна непрерывно падать при удалении Q в область тени.

Есть одна величина, которую можно легко вычислить сразу и таким образом убедиться, что мы здесь что-то понимаем, — это интенсивность в точке, лежащей прямо против края. Эта интенсивность равна $1/4$ от интенсивности падающего света. Причина: для точки, лежащей против края предмета (когда B_p совпадает с D на фиг. 30.8), получается половина кривой в отличие от целой кривой, которая была бы получена, если бы точки лежали достаточно далеко в освещенной области. Если точка R расположена достаточно высоко, результирующий вектор проводится от центра одной спирали до центра другой, а для точки на краю тени амплитуда равна половине этого вектора; следовательно, отношение интенсивностей получается равным $1/4$.

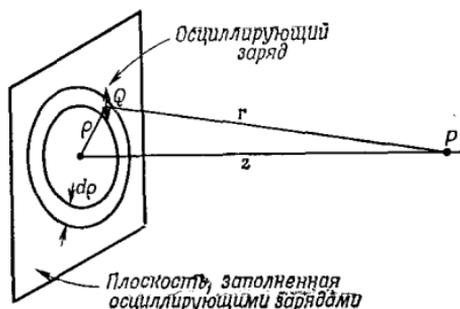
В этой главе мы вычисляли интенсивность в разных направлениях при различном расположении источников. В заключение

выведем формулу, которая нам понадобится в следующей главе, посвященной показателю преломления. До сих пор мы обходились только относительными интенсивностями, а на этот раз мы получим формулу для полной величины поля при условиях, о которых будет рассказано ниже.

§ 7. Поле системы осцилляторов, расположенных на плоскости

Предположим, что имеется некоторая плоскость, которую заполняют осцилляторы, причем все они колеблются в плоскости одновременно, с одной амплитудой и фазой. Чему равно поле на конечном, но достаточно большом расстоянии от плоскости? (Мы не можем выбрать точку наблюдения очень близко от плоскости, потому что у нас нет точных формул для поля вблизи источников.) Пусть плоскость зарядов совпадает с плоскостью XU и нас интересует поле в точке P , лежащей на оси z , достаточно далеко от плоскости (фиг. 30.10). Предположим, что число зарядов на единичной площадке равно n , а величина каждого заряда q . Все заряды совершают одинаковые гармонические колебания в одном и том же направлении, с той же амплитудой и фазой. Смещение заряда из его среднего положения описывается функцией $x_0 \cos \omega t$. Вводя комплексную амплитуду, действительная часть которой дает реальное движение, будем описывать колебание заряда функцией $x_0 e^{i\omega t}$.

Чтобы найти поле, создаваемое всеми зарядами в точке P , нужно вычислить сначала поле отдельного заряда q , а затем сложить поля всех зарядов. Как известно, поле излучения пропорционально ускорению заряда, т. е. $-\omega^2 x_0 e^{i\omega t}$ (и одинаково для всех зарядов). Электрическое поле в точке P , создаваемое зарядом в точке Q , пропорционально ускорению заряда q , нужно только помнить, что поле в точке P в момент времени t определяется ускорением заряда в более ранний момент времени $t' = t - r/c$, где r/c — время, за которое волна проходит расстоя-



Фиг. 30.10. Поле излучения осциллирующих зарядов, заполняющих плоскость.

ние от Q до P . Поэтому поле в точке P пропорционально

$$-\omega^2 x_0 e^{i\omega(t-r/c)}. \quad (30.10)$$

Подставляя это значение ускорения в формулу для поля, создаваемого зарядом на большом расстоянии, получаем

$$\left(\begin{array}{l} \text{Электрическое поле в } P, \\ \text{создаваемое зарядом в } Q \end{array} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{\omega^2 x_0 e^{i\omega(t-r/c)}}{r} \quad (\text{приближенно}). \quad (30.11)$$

Однако эта формула не совсем правильна, поскольку нужно брать *не все* ускорение целиком, а его *компоненту*, перпендикулярную линии QP . Мы предположим, однако, что точка P находится от плоскости намного дальше, чем точка Q от оси z (расстояние ρ на фиг. 30.10), так что для эффектов, которые мы хотим учесть, косинус можно заменить единицей (косинус и так довольно близок к единице).

Полное поле в точке P получается суммированием вкладов от всех зарядов в плоскости. Разумеется, мы должны взять *векторную* сумму полей. Но поскольку направление поля примерно одинаково для всех зарядов, в рамках сделанного приближения достаточно сложить величины всех полей. Кроме того, в нашем приближении поле в точке P зависит только от r , следовательно, все заряды с одинаковым r создают равные поля. Поэтому прежде всего сложим поля всех зарядов в кольце шириной $d\rho$ и радиусом ρ . Интегрируя затем по всем ρ , получаем полное поле всех зарядов.

Число зарядов в кольце равно произведению площади кольца, $2\pi\rho d\rho$, на η — плотность зарядов на единицу площади. Отсюда

$$\text{Полное поле в точке } P = \int \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{\omega^2 x_0 e^{i\omega(t-r/c)}}{r} \eta 2\pi\rho d\rho. \quad (30.12)$$

Интеграл берется в пределах $\rho=0$ и $\rho=\infty$. Время t , конечно, зафиксировано, так что единственными меняющимися величинами являются ρ и r . Отвлечемся пока от постоянных множителей, *включая* и $e^{i\omega t}$, и вычислим интеграл

$$\int_{\rho=0}^{\rho=\infty} \frac{e^{-i\omega r/c}}{r} \rho d\rho. \quad (30.13)$$

Для этого учтем соотношение между ρ и r :

$$r^2 = \rho^2 + z^2. \quad (30.14)$$

При дифференцировании формулы (30.14) z нужно считать независимым от ρ , тогда

$$2r dr = 2\rho d\rho,$$

что очень кстати, поскольку при замене в интеграле $\rho d\rho$ на $r dr$ знаменатель r сокращается. Интеграл приобретает более простой вид

$$\int_{r=z}^{r=\infty} e^{-i\omega r/c} dr. \quad (30.15)$$

Экспонента интегрируется очень просто. Нужно поставить в знаменатель коэффициент при r в показателе экспоненты и взять саму экспоненту в точках, соответствующих пределам. Но пределы по r отличаются от пределов по ρ . Когда $\rho=0$, нижний предел $r=z$, т. е. пределы по r равны z и бесконечности. Интеграл (30.15) равен

$$-\frac{c}{i\omega} [e^{-i\infty} - e^{-(i\omega/c)z}]. \quad (30.16)$$

Вместо $(r/c)\infty$ мы здесь написали ∞ , поскольку и то и другое означает просто сколь угодно большую величину!

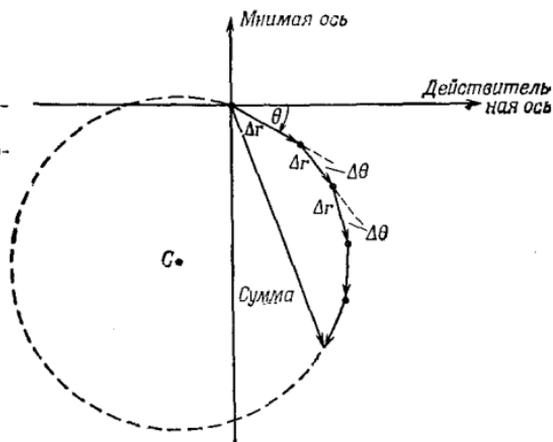
А вот $e^{-i\infty}$ — величина загадочная. Ее действительная часть, равная $\cos(-\infty)$, с математической точки зрения величина совершенно неопределенная. [Хотя можно допустить, что она находится где-то [а может быть и всюду (?)] — между $+1$ и -1 !] Но в *физической* ситуации эта величина может означать нечто вполне разумное и обычно оказывается равной нулю. Чтобы убедиться, что это так в нашем случае, вернемся к первоначальному интегралу (30.15)

Выражение (30.15) можно понимать как сумму большого числа маленьких комплексных чисел, модуль которых Δr , а угол в комплексной плоскости $\theta = -\omega r/c$. Попробуем оценить эту сумму графически. На фиг. 30.11 отложены первые пять членов суммы. Каждый отрезок кривой имеет длину Δr и расположен под углом $\Delta\theta = -\omega (\Delta r/c)$ к предыдущему отрезку. Сумма первых пяти слагаемых обозначена стрелкой из начальной точки к концу пятого отрезка. Продолжая прибавлять стрелки, мы опишем многоугольник, вернемся примерно к начальной точке и начнем описывать новый многоугольник. Чем большее число отрезков мы будем прибавлять, тем большее число раз мы обернемся, двигаясь почти по окружности с радиусом c/ω . Теперь понятно, почему интеграл дает при вычислении неопределенный ответ!

Здесь мы должны обратиться к *физическому* смыслу нашего примера. В любой реальной ситуации плоскость зарядов *не может быть* бесконечной, а должна где-то оборваться. Если плоскость резко обрывается и ее граница имеет точно форму окружности, то наш интеграл будет равен некоторому значению на этой окружности (см. фиг. 30.11). Если же плотность зарядов

Ф и г. 30.11. Вычисление интеграла $\int_z^\infty e^{-i\omega r/c} dr$ графическим способом.

$$\theta = -\frac{\omega r}{c}; \quad \Delta\theta = -\frac{\omega \Delta r}{c}$$

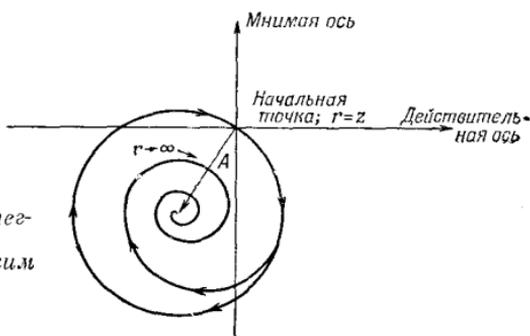


постепенно уменьшается по мере удаления от центра (или обращается в нуль вне некоторой границы неправильной формы, так что для достаточно больших ρ вклад всего кольца шириной $d\rho$ равен нулю), то коэффициент η в точном интеграле убывает, стремясь к нулю. Поскольку длина добавляемых отрезков в этом случае уменьшается, а угол $\Delta\theta$ остается тем же самым, график кривой, соответствующей интегралу, будет иметь вид спирали. Спираль оканчивается в центре первоначальной окружности, как изображено на фиг. 30.12. Физически правильное значение интеграла дается величиной A , которой на схеме соответствует расстояние от начальной точки до центра окружности, равное, как нетрудно убедиться,

$$\frac{c}{i\omega} e^{-i\omega z/c}. \quad (30.17)$$

Точно такой же результат мы получили бы из (30.16), положив $e^{-i\infty} = 0$.

(Есть еще одна причина, почему вклад в интеграл от больших значений r стремится к нулю, — это ошущенный нами множитель,



Ф и г. 30.12. Вычисление интеграла $\int_z^\infty \eta e^{-i\omega r/c} dr$ графическим способом.

учитывающий проекцию ускорения на плоскость, перпендикулярную линии PQ .)

Нас, конечно, интересует именно случай, имеющий физический смысл, поэтому мы положим $e^{-i\alpha}$ равным нулю. Возвращаясь к формуле (30.12) для поля и вводя все опущенные ранее множители, мы получаем

$$\text{Полное поле в точке } P = -\frac{\eta q}{2\epsilon_0 c} i\omega x_0 e^{i\omega(t-z/c)} \quad (30.18)$$

(помним, что $1/i = -i$).

Интересно отметить, что $i\omega x_0 e^{i\omega t}$ в точности равно скорости зарядов, так что выражения для поля можно переписать в виде

$$\text{Полное поле в точке } P = -\frac{\eta q}{2\epsilon_0 c} \cdot [\text{Скорость зарядов}]_{t-z/c}. \quad (30.19)$$

Этот результат немного странен, потому что запаздывание отвечает расстоянию z , которое есть кратчайшее расстояние от P до плоскости. Но таков ответ, и, к счастью, формула довольно проста. [Добавим кстати, что, хотя формулы (30.18) и (30.19) были получены только для достаточно большого расстояния от плоскости, обе они оказываются правильными для любых z , даже для $z < \lambda$.]

КАК ВОЗНИКАЕТ ПОКАЗАТЕЛЬ
ПРЕЛОМЛЕНИЯ

- § 1. Показатель преломления
- § 2. Поле, излучаемое средой
- § 3. Дисперсия
- § 4. Поглощение
- § 5. Энергия световой волны
- § 6. Дифракция света на непрозрачном экране

§ 1. Показатель преломления

Мы уже говорили, что свет в воде движется медленнее, чем в воздухе, а в воздухе чуть медленнее, чем в вакууме. Этот факт учитывается введением показателя преломления n . Попробуем теперь понять, как возникает уменьшение скорости света. В частности, особенно важно проследить связь этого факта с некоторыми физическими предположениями или законами, которые были ранее высказаны и сводятся к следующему:

- а) полное электрическое поле при любых физических условиях может быть представлено в виде суммы полей от всех зарядов во Вселенной;
- б) поле излучения каждого отдельного заряда определяется его ускорением; ускорение берется с учетом запаздывания, возникающего из-за конечной скорости распространения, *всегда* равной c .

Но вы, наверное, приведете сразу в качестве примера кусок стекла и воскликнете: «Ерунда, это положение здесь не годится. Нужно говорить, что запаздывание отвечает скорости c/n ». Однако это неправильно; попробуем разобраться, почему это неправильно.

Наблюдателю *кажется*, что свет или любая другая электрическая волна распространяется сквозь вещество с показателем преломления n со скоростью c/n . И это с некоторой точностью *так и есть*. Но на самом деле поле создается движением *всех* зарядов, включая и заряды, движущиеся в среде, а все составные части поля, все его слагаемые распространяются с максимальной скоростью c . Задача наша состоит в том, чтобы понять, как возникает *кажущаяся* меньшая скорость.



Фиг. 31.1. Прохождение электрических волн сквозь слой прозрачного вещества.

Попробуем понять это явление на очень простом примере. Пусть источник (назовем его «внешним источником») помещен на большом расстоянии от тонкой прозрачной пластинки, скажем стеклянной. Нас интересует поле по другую сторону пластинки и достаточно далеко от нее. Все это схематично представлено на фиг. 31.1; точки S и P здесь предполагаются удаленными на большое расстояние от плоскости. Согласно сформулированным нами принципам, электрическое поле вдали от пластинки представляется (векторной) суммой полей внешнего источника (в точке S) и полей *всех* зарядов в стеклянной пластинке, причем *каждое* поле берется с запаздыванием при скорости c . Напомним, что поле каждого заряда не меняется от присутствия других зарядов. Это наши основные принципы. Таким образом, поле в точке P может быть записано в виде

$$\mathbf{E} = \sum_{\text{по всем зарядам}} \mathbf{E}_{\text{отд. заряда}} \quad (31.1)$$

или

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_s + \sum_{\text{все остальные заряды}} \mathbf{E}_{\text{отд. заряда}}, \quad (31.2)$$

где \mathbf{E}_s — поле внешнего источника; оно совпадало бы с искомым полем в точке P , если бы не было пластинки. Мы ожидаем, что в присутствии любых движущихся зарядов поле в точке P будет отлично от \mathbf{E}_s .

Откуда берутся движущиеся заряды в стекле? Известно, что любой предмет состоит из атомов, содержащих электроны. Электрическое поле внешнего источника действует на эти атомы и раскачивает электроны взад и вперед. Электроны в свою очередь создают поле; их можно рассматривать как новые излучатели. Новые излучатели связаны с источником S , поскольку именно поле источника заставляет их колебаться. Полное поле содержит вклад не только от источника S , но и дополнительные

вклады от излучения всех движущихся зарядов. Это значит, что поле в присутствии стекла изменяется, причем таким образом, что внутри стекла его скорость распространения кажется иной. Именно эту идею мы используем при количественном рассмотрении.

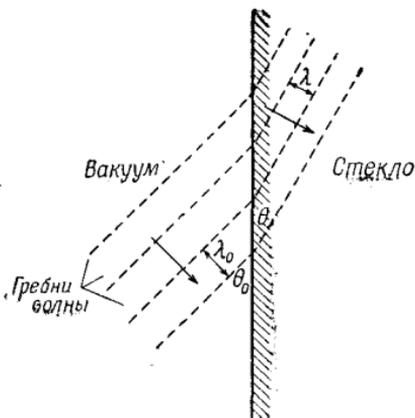
Однако точный расчет очень сложен, потому что наше утверждение, что заряды испытывают только действие источника, не совсем правильно. Каждый данный заряд «чувствует» не только источник, но, подобно любому объекту во Вселенной, он чувствует и *все* остальные движущиеся заряды, в частности и заряды, колеблющиеся в стекле. Поэтому полное поле, действующее на *данный заряд*, представляет собой совокупность полей от *всех остальных зарядов, движение которых в свою очередь зависит от движения данного заряда!* Вы видите, что вывод точной формулы требует решения сложной системы уравнений. Эта система очень сложна, и вы будете изучать ее значительно позднее.

А сейчас обратимся к совсем простому примеру, чтобы отчетливо понять проявление всех физических принципов. Предположим, что действие всех остальных атомов на данный атом мало по сравнению с действием источника. Иными словами, мы изучаем такую среду, в которой полное поле мало меняется из-за движения находящихся в ней зарядов. Такая ситуация характерна для материалов с показателем преломления, очень близким к единице, например для разреженных сред. Наши формулы будут справедливы для всех материалов с показателем преломления, близким к единице. Таким путем мы сможем избежать трудностей, связанных с решением полной системы уравнений.

Вы могли по ходу дела заметить, что движение зарядов в пластинке вызывает еще один эффект. Это движение создает волну, распространяющуюся назад в направлении источника S . Такая обратно движущаяся волна есть не что иное, как луч света, отраженный прозрачным материалом. Приходит он не только с поверхности. Отраженное излучение генерируется во всех точках внутри материала, но суммарный эффект эквивалентен отражению с поверхности. Учет отражения лежит за границами применимости настоящего приближения, в котором показатель преломления считается настолько близким к единице, что отраженным излучением можно пренебречь.

• • •

Прежде чем перейти к изучению показателя преломления, следует подчеркнуть, что в основе явления преломления лежит тот факт, что кажущаяся *скорость* распространения волны различна в разных материалах. *Отклонение* луча света есть *следствие* изменения эффективной скорости в разных материалах.



Ф и г. 31.2. Связь между преломлением и изменением скорости.

Чтобы пояснить этот факт, мы отметили на фиг. 31.2 ряд последовательных максимумов в амплитуде волны, падающей из вакуума на стекло. Стрелка, перпендикулярная указанным максимумам, отмечает направление распространения волны. Всюду в волне колебания происходят с одной и той же частотой. (Мы видели, что вынужденные колебания имеют ту же частоту, что и колебания источника.) Отсюда следует, что расстояния между максимумами волн по обе стороны поверхности *совпадают вдоль самой поверхности*, поскольку волны здесь должны быть согласованы и заряд на поверхности колеблется с одной частотой. *Наименьшее* расстояние между гребнями волн есть длина волны, равная скорости, деленной на частоту. В вакууме длина волны равна $\lambda_0 = 2\pi c/\omega$, а в стекле $\lambda = 2\pi v/\omega$ или $2\pi c/\omega n$, где $v = c/n$ — скорость волны. Как видно из фиг. 31.2, единственный способ «сшить» волны на границе состоит в изменении направления движения волны в материале. Простое геометрическое рассуждение показывает, что условие «сшивания» сводится к равенству $\lambda_0/\sin \theta_0 = \lambda/\sin \theta$, или $\sin \theta_0/\sin \theta = n$, а это и есть закон Снелла. Пусть сейчас вас больше не волнует само отклонение света; нужно только выяснить, почему же в самом деле эффективная скорость света в материале с показателем преломления n равна c/n ?

• • •

Вернемся снова к фиг. 31.1. Из сказанного ясно, что нужно вычислить поле в точке P от осциллирующих зарядов стеклянной пластинки. Обозначим эту часть поля, которая представляется вторым членом в равенстве (31.2), через E_a . Добавляя к ней поле источника E_s , получаем полное поле в точке P .

Стоящая перед нами здесь задача, пожалуй, самая сложная из тех, которыми мы будем заниматься в этом году, но сложность ее заключается только в большом количестве складываемых членов; каждый член сам по себе очень прост. В отличие от других случаев, когда мы обычно говорили: «Забудь вывод и смотри

только на результат!», теперь для нас вывод гораздо важнее результата. Другими словами, нужно понять всю физическую «кухню», с помощью которой вычисляется показатель преломления.

Чтобы понять, с чем мы имеем дело, найдем, каким должно быть «поправочное поле» E_a , чтобы полное поле в точке P выглядело как поле источника, замедлившееся при прохождении через стеклянную пластинку. Если бы пластинка никак не влияла на поле, волна распространялась бы направо (по оси z) по закону

$$E_s = E_0 \cos \left(t - \frac{z}{c} \right), \quad (31.3)$$

или, используя экспоненциальную запись,

$$E_s = E_0 e^{i\omega(t - z/c)}. \quad (31.4)$$

А что произошло бы, если бы волна проходила через пластинку с меньшей скоростью? Пусть толщина пластинки есть Δz . Если бы пластинки не было, то волна прошла бы расстояние Δz за время $\Delta z/c$. А поскольку кажущаяся скорость распространения есть c/n , то потребуются время $n\Delta z/c$, т. е. больше на некоторое *добавочное* время, равное $\Delta t = (n-1)\Delta z/c$. За пластинкой волна снова движется со скоростью c . Учтем добавочное время на прохождение через пластинку, заменив t в уравнении (31.4) на $(t - \Delta t)$, т. е. $[t - (n-1)\Delta z/c]$. Таким образом, если поставить пластинку, то формула для волны должна приобрести вид

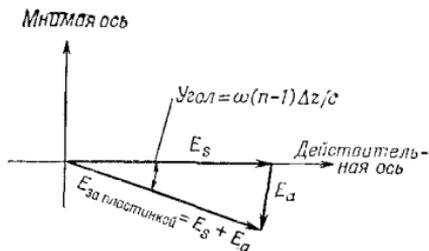
$$E_{\text{за пластинкой}} = E_0 e^{i\omega[t - (n-1)\Delta z/c - z/c]}. \quad (31.5)$$

Эту формулу можно переписать еще и по-другому:

$$E_{\text{за пластинкой}} = e^{-i\omega(n-1)\Delta z/c} E_0 e^{i\omega(t - z/c)}, \quad (31.6)$$

откуда заключаем, что поле за пластинкой получается умножением поля, которое было бы при отсутствии пластинки (т. е. E_s), на $\exp[-i\omega(n-1)\Delta z/c]$. Как мы знаем, умножение осциллирующей функции типа $e^{i\omega t}$ на $e^{i\theta}$ означает изменение фазы колебаний на угол θ , возникающее из-за задержки при прохождении пластинки. Фаза запаздывает на величину $\omega(n-1)\Delta z/c$ (именно запаздывает, поскольку в экспоненте стоит знак минус).

Мы говорили раньше, что пластинка *добавляет* поле E_a к первоначальному полю $E_s = E_0 \exp[i\omega(t - z/c)]$, а вместо этого нашли, что действие пластинки сводится к *умножению* поля на фактор, сдвигающий фазу колебаний. Однако здесь нет противоречия, поскольку тот же результат можно получить, прибавив подходящее комплексное число. Это число особенно просто найти для малых Δz , так как e^x при малых x с большой точностью



Ф и г. 31.3. Построение вектора поля прошедшей через материал волны при некоторых значениях t и z .

равно $(1+x)$. Тогда можно записать

$$e^{-i\omega(n-1)\Delta z/c} = 1 - i\omega(n-1)\frac{\Delta z}{c}. \quad (31.7)$$

Подставляя это равенство в (31.6), получаем

$$E_{\text{за пластинкой}} = \underbrace{E_0 e^{i\omega(t-z/c)}}_{E_s} - \underbrace{\frac{i\omega(n-1)\Delta z}{c} E_0 e^{i\omega(t-z/c)}}_{E_a}. \quad (31.8)$$

Первый член в этом выражении есть просто поле источника, а второй следует приравнять E_a — полю, создаваемому осциллирующими зарядами пластинки справа от нее. Поле E_a выражено здесь через показатель преломления n ; оно, разумеется, зависит от напряженности поля источника.

• • •

Смысл сделанных преобразований легче всего понять с помощью диаграммы комплексных чисел (см. фиг. 31.3). Отложим сперва E_s (z и t выбраны на рисунке такими, что E_s лежит на действительной оси, но это не обязательно). Задержка при прохождении пластинки приводит к запаздыванию фазы E_s , т. е. поворачивает E_s на отрицательный угол. Это все равно, что добавить малый вектор E_a , направленный почти под прямым углом к E_s . Именно такой смысл имеет множитель $(-i)$ во втором члене (31.8). Он означает, что при действительном E_s величина E_a отрицательная и мнимая, а в общем случае E_s и E_a образуют прямой угол.

§ 2. Поле, излучаемое средой

Мы должны теперь выяснить, имеет ли поле осциллирующих зарядов в пластинке тот же вид, что и поле E_a во втором члене (31.8). Если это так, то тем самым мы найдем и показатель преломления n [поскольку n — единственный фактор в (31.8), не выражающийся через фундаментальные величины]. Вернемся теперь к вычислению поля E_a , создаваемого зарядами пластинки. (Для удобства мы выписали в табл. 31.1 обозначения, которыми мы уже пользовались, и те, которые нам понадобятся в дальнейшем.)

E_s	поле, создаваемое источником
E_a	поле, создаваемое зарядами пластинки
Δz	толщина пластинки
z	расстояние по нормали к пластинке
n	показатель преломления
ω	частота (угловая) излучения
N	число зарядов в единице объема пластинки
η	число зарядов на единицу площади пластинки
q_e	заряд электрона
m	масса электрона
ω_0	резонансная частота электрона, связанного в атоме

Если источник S (на фиг. 31.1) находится слева на достаточно большом расстоянии, то поле E_s имеет одинаковую фазу по всей длине пластинки, и вблизи пластинки его можно записать в виде

$$E_s = E_0 e^{i(\omega t - z/c)}. \quad (31.9)$$

На самой пластинке в точке $z=0$ мы имеем

$$E_s = E_0 e^{i\omega t} \quad (\text{у пластинки}). \quad (31.10)$$

Это электрическое поле воздействует на каждый электрон в атоме, и они под действием электрической силы qE будут колебаться вверх и вниз (если E_0 направлено вертикально). Чтобы найти характер движения электронов, представим атомы в виде маленьких осцилляторов, т. е. пусть электроны упруго соединены с атомом; это значит, что смещение электронов из нормального положения под действием силы пропорционально величине силы.

Если вы слышали о модели атома, в которой электроны вращаются по орбите вокруг ядра, то эта модель атома вам покажется просто смешной. Но это лишь упрощенная модель. Точная теория атома, основанная на квантовой механике, утверждает, что *в процессах с участием света* электроны ведут себя так, как будто они закреплены на пружинах. Итак, предположим, что на электроны действует линейная возвращающая сила, и поэтому они ведут себя как осцилляторы с массой m и резонансной частотой ω_0 . Мы уже занимались изучением таких осцилляторов и знаем уравнение движения, которому они подчиняются:

$$m \left(\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x \right) = F \quad (31.11)$$

(здесь F — внешняя сила).

В нашем случае внешняя сила создается электрическим полем волны источника, поэтому можно написать

$$F = q_e E_s = q_e E_0 e^{i\omega t}, \quad (31.12)$$

где q_e — заряд электрона, а в качестве E_s мы взяли значение $E_s = E_0 e^{i\omega t}$ из уравнения (31.10). Уравнение движения электрона приобретает вид

$$m \left(\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x \right) = q_e E_0 e^{i\omega t}. \quad (31.13)$$

Решение этого уравнения, найденное нами раньше, выглядит следующим образом:

$$x = x_0 e^{i\omega t}; \quad (31.14)$$

подставляя его в (31.13), получаем

$$x_0 = \frac{q_e E_0}{m (\omega_0^2 - \omega^2)}, \quad (31.15)$$

откуда

$$x = \frac{q_e E_0}{m (\omega_0^2 - \omega^2)} e^{i\omega t}. \quad (31.16)$$

Мы нашли то, что хотели, — движение электронов в пластинке. Оно одинаково для всех электронов, и только среднее положение («нуль» движения) у каждого электрона свое.

Теперь мы в состоянии определить поле E_a , создаваемое атомами в точке P , поскольку поле заряженной плоскости было найдено еще раньше (в конце гл. 30). Обращаясь к уравнению (30.19), мы видим, что поле E_a в точке P есть скорость заряда, запаздывающая по времени на величину z/c , умноженная на отрицательную константу. Дифференцируя x из (31.16), получаем скорость и, введя запаздывание [или же просто подставляя x_0 из (31.15) в (30.18)], приходим к формуле

$$E_a = - \frac{\eta q_e}{2 \epsilon_0 c} \left[i \omega \frac{q_e E_0}{m (\omega_0^2 - \omega^2)} e^{i\omega(t-z/c)} \right]. \quad (31.17)$$

Как и следовало ожидать, вынужденное колебание электронов привело к новой волне, распространяющейся вправо (на это указывает множитель $\exp[i\omega(t-z/c)]$); амплитуда волны пропорциональна числу атомов на единице площади пластинки (множитель η), а также амплитуде поля источника (E_0). Кроме того, возникают и другие величины, зависящие от свойств атомов (q_e , m , ω_0).

Самый важный момент, однако, заключается в том, что формула (31.17) для E_a очень похожа на выражение E_a в (31.8), полученное нами с помощью введения запаздывания в среде с показателем преломления n . Оба выражения совпадают, если положить

$$(n-1) \Delta z = \frac{\eta q_e^2}{2 \epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (31.18)$$

Заметьте, что обе стороны этого равенства пропорциональны Δz , поскольку η — число атомов на единицу площади — равно $N\Delta z$, где N — число атомов на единицу объема пластинки. Подставляя $N\Delta z$ вместо η и сокращая на Δz , получаем наш основной результат — формулу для показателя преломления, выраженную через константы, зависящие от свойств атомов, и частоту света:

$$n = 1 + \frac{Nq_e^2}{2\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (31.19)$$

Эта формула «объясняет» показатель преломления, к чему мы и стремились.

§ 3. Дисперсия

Полученный нами результат очень интересен. Он дает не только показатель преломления, выраженный через атомные постоянные, но указывает, как меняется показатель преломления с частотой света ω . С помощью простого утверждения «свет движется с меньшей скоростью в прозрачной среде» мы никогда бы не смогли прийти к этому важному свойству. Нужно, конечно, еще знать число атомов в единице объема и собственную частоту атомов ω_0 . Мы еще не умеем определять эти величины, поскольку они разные для разных материалов, а общую теорию по данному вопросу мы сейчас изложить не можем. Общая теория свойств различных веществ — их собственных частот и т. п. — формулируется на основе квантовой механики. Кроме того, свойства различных материалов и величина показателя преломления сильно меняются от материала к материалу, и поэтому вряд ли можно надеяться, что вообще удастся получить общую формулу, пригодную для всех веществ.

Тем не менее попробуем применить нашу формулу к разным средам. Прежде всего для большинства газов (например, для воздуха, большей части бесцветных газов, водорода, гелия и т. д.) собственные частоты колебаний электронов соответствуют ультрафиолетовому свету. Эти частоты много больше частот видимого света, т. е. ω_0 много больше ω , и в первом приближении можно пренебречь ω^2 по сравнению с ω_0^2 . Тогда показатель преломления получается почти постоянным. Итак, для газов показатель преломления можно считать константой. Этот вывод справедлив также и для большинства других прозрачных сред, например для стекла. Взглянув более внимательно на наше выражение, можно заметить, что при увеличении ω знаменатель уменьшается, а, следовательно, показатель преломления растет. Таким образом, n медленно увеличивается с ростом частоты. Для синего света показатель преломления больше, чем

для красного. Именно поэтому синие лучи сильнее отклоняются призмой, чем красные.

Сам факт зависимости показателя преломления от частоты называется *дисперсией*, так как именно из-за дисперсии свет «диспергирует», раскладывается призмой в спектр. Формула, выражающая показатель преломления как функцию частоты, называется *формулой дисперсии*. Итак, мы нашли *дисперсионную формулу*. (За последние несколько лет «дисперсионные формулы» стали использоваться в теории элементарных частиц.)

Наша дисперсионная формула предсказывает ряд новых интересных эффектов. Если частота ω_0 лежит в области видимого света или если измерять показатель преломления вещества, например стекла, для ультрафиолетовых лучей (где ω близко к ω_0), то знаменатель стремится к нулю, а показатель преломления становится очень большим. Пусть, далее, ω больше ω_0 . Такой случай возникает, например, если облучать вещества типа стекла рентгеновскими лучами. Кроме того, многие вещества, непрозрачные для обычного света (скажем, уголь), прозрачны для рентгеновских лучей, поэтому можно говорить о показателе преломления этих веществ для рентгеновских лучей. Собственные частоты атомов углерода гораздо меньше частоты рентгеновских лучей. Показатель преломления в этом случае дается нашей дисперсионной формулой, если положить $\omega_0 = 0$ (т. е. мы пренебрегаем ω_0^2 по сравнению с ω^2).

Аналогичный результат получается при облучении газа свободных электронов радиоволнами (или светом). В верхних слоях атмосферы ультрафиолетовое излучение Солнца выбивает электроны из атомов, в результате чего образуется газ свободных электронов. Для свободных электронов $\omega_0 = 0$ (упругой возвращающей силы нет). Полагая в нашей дисперсионной формуле $\omega_0 = 0$, получаем разумную формулу для показателя преломления радиоволн в стратосфере, где N теперь означает плотность свободных электронов (число на единицу объема) в стратосфере. Но, как видно из формулы, при облучении вещества рентгеновскими лучами или электронного газа радиоволнами член $(\omega_0^2 - \omega^2)$ становится *отрицательным*, откуда следует, что n *меньше единицы*. Это значит, что эффективная скорость электромагнитных волн в веществе *больше c !* Может ли так быть?

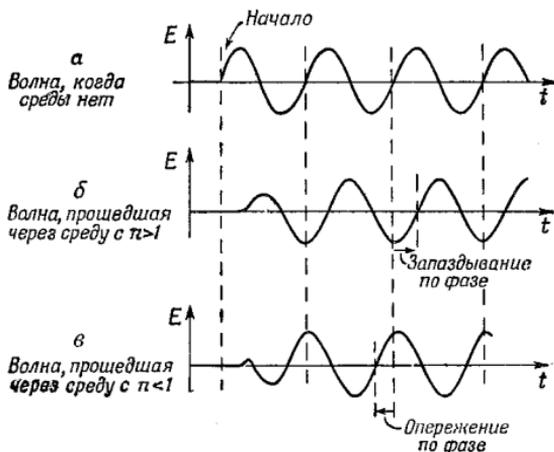
Может. Хотя мы и говорили, что сигналы не могут распространяться быстрее скорости света, тем не менее показатель преломления при некоторой частоте может быть как больше, так и меньше единицы. Это просто означает, что *сдвиг фазы* за счет рассеяния света либо положителен, либо отрицателен. Кроме того, можно показать, что скорость *сигнала* определяется показателем преломления не при одном значении частоты, а при *многих* частотах. Показатель преломления указывает на скорость движения *гребня* волны. Но *гребень* волны не составляет

еще сигнала. Чистая волна без всяких модуляций, т. е. состоящая из бесконечно повторяющихся правильных осцилляций, не имеет «начала», и ее нельзя использовать для посылки сигналов времени. Чтобы послать сигнал, волну нужно видоизменить, сделать на ней отметку, т. е. сделать ее кое-где потолще или потоньше. Тогда волна будет содержать не одну частоту, а целый ряд частот, и можно показать, что скорость распространения сигнала зависит не от одного значения показателя преломления, а от характера изменения показателя с частотой. Мы пока отложим этот вопрос. В гл. 48 (вып. 4) мы вычислим скорость распространения сигналов в стекле и убедимся, что она не превышает скорости света, хотя гребни волны (понятия чисто математические) движутся быстрее скорости света.

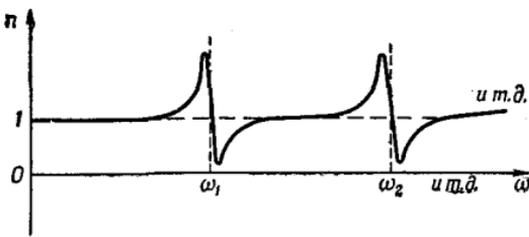
Несколько слов по поводу механизма этого явления. Главная трудность здесь связана с тем фактом, что вынужденное движение зарядов противоположно по знаку направлению поля. Действительно, в выражении (31.16) для смещения заряда x множитель $(\omega_0^2 - \omega^2)$ отрицателен для малых ω_0 и смещение имеет обратный знак по отношению к внешнему полю. Получается, что, когда поле действует с некоторой силой в одном направлении, заряд движется в противоположном направлении.

Как случилось, что заряд стал двигаться в сторону, противоположную силе? В самом деле, при включении поля заряд движется не противоположно силе. Сразу после включения поля возникает переходный режим, затем колебания устанавливаются и только *после этого* колебания заряды направлены противоположно внешнему полю. Одновременно результирующее поле начинает опережать по фазе поле источника. Когда мы говорим, что «фазовая скорость», или скорость гребней волны, больше c , то мы имеем в виду именно опережение по фазе.

На фиг. 31.4 показан примерный вид волн, возникающих при резком включении волны источника (т. е. при посылке сигнала).



Ф и г. 31.4. Волновые «сигналы».



Ф и г. 31.5. Показатель преломления как функция частоты.

Из рисунка видно, что для волны, проходящей в среде с опережением по фазе, сигнал (т. е. начало волны) не опережает по времени сигнал источника.

Обратимся теперь снова к дисперсионной формуле. Следует помнить, что полученный нами результат несколько упрощает истинную картину явления. Чтобы быть точными, в формулу необходимо внести некоторые поправки. Прежде всего в нашу модель атомного осциллятора следует ввести затухание (иначе осциллятор, раз начав, будет колебаться до бесконечности, что неправдоподобно). Движение затухающего осциллятора мы уже изучали в одной из прошлых глав [см. уравнение (23.8)]. Учет затухания приводит к тому, что в формулах (31.16), а поэтому и в (31.19), вместо $(\omega_0^2 - \omega^2)$ появляется $(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)$, где γ — коэффициент затухания.

Вторая поправка к нашей формуле возникает потому, что каждый атом обычно имеет несколько резонансных частот. Тогда вместо одного вида осцилляторов нужно учесть действие нескольких осцилляторов с разными резонансными частотами, колебания которых происходят независимо друг от друга, и сложить вклады от всех осцилляторов.

Пусть в единице объема содержится N_k электронов с собственной частотой ω_k и коэффициентом затухания γ_k . Наша дисперсионная формула примет в результате вид

$$n = 1 + \frac{q_e^2}{2\epsilon_0 m} \sum_k \frac{N_k}{\omega_k^2 - \omega^2 + i\gamma_k \omega}. \quad (31.20)$$

Это окончательное выражение для показателя преломления справедливо для большого числа веществ*. Примерный ход показателя преломления с частотой, даваемый формулой (31.20), приведен на фиг. 31.5.

* Такая же формула получается и с помощью квантовой механики, однако интерпретация ее в этом случае иная. В квантовой механике даже одноэлектронный атом, например водород, имеет несколько резонансных частот. Поэтому вместо числа электронов N_k с частотой ω_k появляется множитель Nf_k , где N — число атомов в единице объема, а число f_k (называемое силой осциллятора) указывает, с каким весом входит данная резонансная частота ω_k .

Вы видите, что всюду, за исключением области, где ω очень близко к одной из резонансных частот, наклон кривой положителен. Такая зависимость носит название «нормальной» дисперсии (потому что этот случай встречается наиболее часто). Вблизи резонансных частот кривая имеет отрицательный наклон, и в этом случае говорят об «аномальной» дисперсии (имея в виду «ненормальную» дисперсию), потому что она была наблюдаена задолго до того, как узнали об электронах, и казалась в то время необычной. С нашей точки зрения, оба наклона вполне «нормальны»!

§ 4. Поглощение

Вы уже, наверное, заметили нечто странное в последней форме (31.20) нашей дисперсионной формулы. Из-за члена $i\gamma$, учитывающего затухание, показатель преломления стал *комплексной величиной*! Что это означает? Выразим n через действительную и мнимую части:

$$n = n' - in'', \quad (31.21)$$

причем n' и n'' вещественны. (Перед in'' стоит знак минус, а само n'' , как легко убедиться, положительно.)

Смысл комплексного показателя преломления легче всего понять, вернувшись к уравнению (31.6) для волны, проходящей сквозь пластинку с показателем преломления n . Подставив сюда комплексное n и произведя перегруппировку членов, получаем

$$E_{\text{за пластинкой}} = \underbrace{e^{-\omega n'' \Delta z / c}}_A \underbrace{e^{-i\omega(n' - 1)\Delta z / c} E_0 e^{i\omega(t - z/c)}}_B. \quad (31.22)$$

Множители, обозначенные буквой B , имеют прежний вид и, как и раньше, описывают волну, фаза которой после прохождения пластинки запаздывает на угол $\omega(n' - 1)\Delta z / c$. Множитель A (экспонента с *действительным* показателем) представляет нечто новое. Показатель экспоненты отрицателен, следовательно, A вещественно и меньше единицы. Множитель A *уменьшает* амплитуду поля; с ростом Δz величина A , а следовательно, и вся амплитуда падает. При прохождении через среду электромагнитная волна затухает. Среда «поглощает» часть волны. Волна выходит из среды, потеряв часть своей энергии. Этому не следует удивляться, потому что введенное нами затухание осцилляторов обусловлено силой трения и непременно приводит к потере энергии. Мы видим, что мнимая часть комплексного показателя преломления n'' описывает поглощение (или «ослабление») электромагнитной волны. Иногда n'' называют еще «коэффициентом поглощения».

Заметим также, что появление мнимой части n отклоняет стрелку, изображающую E_a на фиг. 31.3, к началу координат.

Отсюда ясно, почему поле ослабевает при прохождении через среду.

Обычно (как, например, у стекла) поглощение света очень мало. Именно так и получается по нашей формуле (31.20), потому что мнимая часть знаменателя $i\gamma_k \omega$ много меньше действительной части $(\omega_k^2 - \omega^2)$. Однако когда частота ω близка к ω_k , резонансный член $(\omega_k^2 - \omega^2)$ оказывается мал по сравнению с $i\gamma_k \omega$ и показатель преломления становится почти чисто мнимым. Поглощение в этом случае определяет основной эффект. Именно поглощение дает в солнечном спектре темные линии. Свет, излучаемый поверхностью Солнца, проходит сквозь солнечную атмосферу (а также через атмосферу Земли), и частоты, равные резонансным частотам атомов в атмосфере Солнца, сильно поглощаются.

Наблюдение подобных спектральных линий солнечного света позволяет установить резонансные частоты атомов, а следовательно, и химический состав солнечной атмосферы. Точно так же по спектру звезд узнают состав звездного вещества. С помощью этих методов обнаружили, что химические элементы на Солнце и звездах не отличаются от земных.

§ 5. Энергия световой волны

Как мы видели, мнимая часть показателя преломления характеризует поглощение. Попробуем теперь вычислить энергию, переносимую световой волной. Мы высказали соображения в пользу того, что энергия световой волны пропорциональна \overline{E}^2 , среднему по времени от квадрата электрического поля волны. Ослабление электрического поля за счет поглощения волны должно приводить к потере энергии, переходящей в какое-то трение электронов и в конечном счете, как нетрудно догадаться, в тепло.

Взяв часть световой волны, падающую на единичную площадку, например на квадратный сантиметр поверхности нашей пластинки на фиг. 31.1, можно записать энергетический баланс в следующей форме (мы предполагаем, что энергия сохраняется!):

$$\begin{aligned} \text{Падающая энергия в 1 сек} &= \text{Выходящая энергия в 1 сек} + \\ &+ \text{Работа, совершаемая в 1 сек.} \end{aligned} \quad (31.23)$$

Вместо первого члена можно написать $\alpha \overline{E_s^2}$, где α — коэффициент пропорциональности, связывающий среднее значение E^2 с энергией, переносимой волной. Во втором члене необходимо включить поле излучения атомов среды, т. е. мы должны записать $\alpha (\overline{E_s + E_a})^2$ или (раскладывая квадрат суммы) $\alpha (\overline{E_s^2} + 2\overline{E_s E_a} + \overline{E_a^2})$.

Все наши вычисления проводились в предположении, что толщина слоя материала мала и показатель преломления его

незначительно отличается от единицы, тогда E_a оказывается много меньше E_s (это было сделано с единственной целью — упростить вычисления). В рамках нашего приближения член $\overline{E_a^2}$ следует опустить, пренебрегая им по сравнению с $\overline{E_s E_a}$. Вы можете на это возразить: «Тогда нужно отбросить и $\overline{E_s E_a}$, потому что этот член много меньше $\overline{E_s^2}$ ». Действительно, $\overline{E_s E_a}$ много меньше $\overline{E_s^2}$, но если мы выбросим этот член, то получим приближение, в котором эффекты среды не учитываются совсем! Правильность наших вычислений в рамках сделанного приближения проверяется тем, что мы всюду оставляли члены, пропорциональные $-N\Delta z$ (плотности атомов в среде), но выбрасывали члены порядка $(N\Delta z)^2$ и более высоких степеней по $N\Delta z$. Наше приближение можно было бы назвать «приближением малой плотности».

Заметим, кстати, что наше уравнение баланса энергии не содержит энергии отраженной волны. Но так и должно быть, потому что амплитуда отраженной волны пропорциональна $N\Delta z$, а энергия пропорциональна $(N\Delta z)^2$.

Чтобы найти последний член в (31.23), нужно вычислить работу, совершаемую падающей волной над электронами за 1 сек. Работа, как известно, равна силе, умноженной на расстояние; отсюда работа в единицу времени (называемая также мощностью) дается произведением силы на скорость. Точнее, она равна $\mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$, но в нашем случае сила и скорость имеют одинаковое направление, поэтому произведение векторов сводится к обычному (с точностью до знака). Итак, работа, совершаемая в 1 сек над каждым атомом, равна $q_e \overline{E_s v}$. Поскольку на единичную площадку приходится $N\Delta z$ атомов, последний член в уравнении (31.23) оказывается равным $N\Delta z q_e \overline{E_s v}$. Уравнение баланса энергии принимает вид

$$\alpha \overline{E_s^2} = \alpha \overline{E_s^2} - 2\alpha \overline{E_s E_a} + N\Delta z q_e \overline{E_s v}. \quad (31.24)$$

Члены $\alpha \overline{E_s^2}$ сокращаются, и мы получаем

$$2\alpha \overline{E_s E_a} = N\Delta z q_e \overline{E_s v}. \quad (31.25)$$

Возвращаясь к уравнению (30.19), находим E_a для больших z :

$$E_a = \frac{N\Delta z q_e}{2\epsilon_0 c} v \left(\text{запад. на } \frac{z}{c} \right) \quad (31.26)$$

(напомним, что $\eta = N\Delta z$). Подставляя (31.26) в левую часть равенства (31.25), получаем

$$2\alpha \frac{N\Delta z q_e}{2\epsilon_0 c} \overline{E_s \left(\text{в точке } z \right) \cdot v \left(\text{запад. на } \frac{z}{c} \right)}.$$

Но E_s (в точке z) равно E_s (в точке атома) с запаздыванием на z/c . Поскольку среднее значение не зависит от времени, оно не изменится, если временной аргумент запаздывает на z/c , т. е. оно равно E_s (в точке атома) $\cdot v$, но точно такое же среднее значение стоит и в правой части (31.25). Обе части (31.25) будут равны, если выполняется соотношение

$$\frac{\alpha}{\epsilon_0 c} = 1, \text{ или } \alpha = \epsilon_0 c. \quad (31.27)$$

Таким образом, если справедлив закон сохранения энергии, то количество энергии электрической волны, приходящееся на единичную площадку в единицу времени (то, что мы называем *интенсивностью*), должно быть равно $\epsilon_0 c \overline{E^2}$. Обозначив интенсивность через \overline{S} , получим

$$\overline{S} = \left\{ \begin{array}{c} \text{интенсивность} \\ \text{или} \\ \text{энергия/площадь} \cdot \text{время} \end{array} \right\} = \epsilon_0 c \overline{E^2}, \quad (31.28)$$

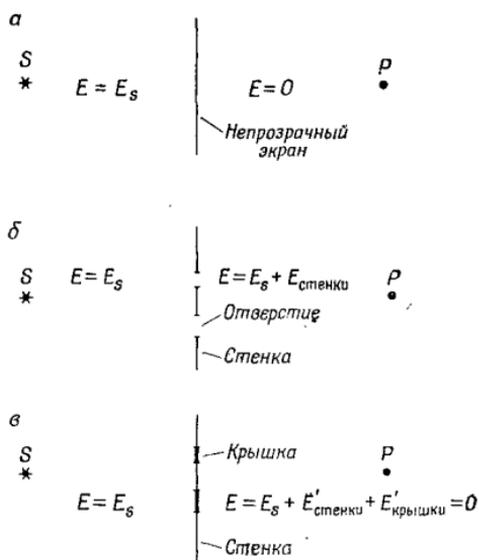
где черта означает *среднее по времени*. Из нашей теории показателя преломления получился замечательный результат!

§ 6. Дифракция света на непрозрачном экране

Теперь наступил удобный момент, чтобы применить методы настоящей главы к решению задачи другого рода. В гл. 30 мы говорили, что распределение интенсивности света — дифракционную картину, возникающую при прохождении света через отверстия в непрозрачном экране, — можно найти, равномерно распределив источники (осцилляторы) по площади отверстий. Другими словами, дифрагированная волна выглядит так, как будто источником служит дырка в экране. Мы должны выяснить причину этого явления, ведь на самом деле именно в дырке *нет* источников, *нет* никаких зарядов, движущихся с ускорением.

Ответим сначала на вопрос: что *такое* непрозрачный экран? Пусть между источником S и наблюдателем P находится совершенно непрозрачный экран, как показано на фиг. 31.6, *a*. Раз экран «непрозрачный», поле в точке P отсутствует. Почему? Согласно общим принципам, поле в точке P равно полю E_s , взятому с некоторым запаздыванием, плюс поле всех остальных зарядов. Но, как было показано, поле E_s приводит заряды экрана в движение, а они в свою очередь создают новое поле, и, если экран непрозрачный, это поле зарядов должно *в точности погасить* поле E_s с задней стенки экрана. Тут вы можете возразить: «Каким чудом они *в точности* погасятся! А что, если погашение неполное?» Если бы поля гасились неполностью (напомним, что экран имеет некоторую толщину), поле в экране

Ф и г. 31.6. Дифракция на непрозрачном экране.



вблизи от задней стенки было бы отлично от нуля. Но тогда оно приводило бы в движение другие электроны экрана, создавая тем самым новое поле, стремящееся скомпенсировать первоначальное поле. Если экран толстый, в нем имеется достаточно много возможностей, чтобы

свести остаточное поле к нулю. Пользуясь нашей терминологией, можно сказать, что непрозрачный экран обладает большим и чисто мнимым показателем преломления и поэтому волна в нем экспоненциально затухает. Вам, наверное, известно, что тонкие слои большинства непрозрачных материалов, даже золота, прозрачны.

Посмотрим теперь, какая возникнет картина, если взять такой непрозрачный экран с отверстием, какой изображен на фиг. 31.6, б. Каким будет поле в точке P ? Поле в точке P складывается из двух частей — поля источника S и поля экрана, т. е. поля от движения зарядов в экране. Движение зарядов в экране, по-видимому, очень сложное, но создаваемое ими поле находится довольно просто.

Возьмем тот же самый экран, но закроем отверстия крышками, как показано на фиг. 31.6, в. Пусть крышки сделаны из того же материала, что и экран. Заметьте, что крышки поставлены в тех местах, где на фиг. 31.6, б показаны отверстия. Давайте вычислим теперь поле в точке P . Поле в точке P в случае, показанном на фиг. 31.6, в, разумеется, равно нулю, но, с другой стороны, оно также равно полю источника плюс поле электронов экрана и крышек. Мы можем написать следующее равенство:

$$\text{Случай б: } E_{\text{в точке } P} = E_s + E_{\text{стенки}};$$

$$\text{Случай в: } E'_{\text{в точке } P} = 0 = E_s + E'_{\text{стенки}} + E'_{\text{крышки}}.$$

Штрихи относятся к случаю, когда отверстия закрыты крышками; значение E_s в обоих случаях, конечно, одно и то же. Вычитая одно равенство из другого, получаем

$$E_{\text{в точке } P} = (E_{\text{стенки}} - E'_{\text{стенки}}) - E'_{\text{крышки}}.$$

Если отверстия не слишком малы (например, шириной во много длин волн), то присутствие крышек не должно повлиять на поле у экрана, исключая, быть может, узкую область вблизи краев отверстий. Пренебрегая этим малым эффектом, можно написать $E_{\text{стенки}} = E'_{\text{стенки}}$ и, следовательно,

$$E_{\text{в точке } P} = -E'_{\text{крышки}}.$$

Мы приходим к выводу, что поле в точке P при открытых отверстиях (случай б) равно (с точностью до знака) полю, создаваемому той частью сплошного экрана, которая находится на месте отверстий! (Знак нас не интересует, поскольку обычно имеют дело с интенсивностью, пропорциональной квадрату поля.) Этот результат не только справедлив (в приближении не очень малых отверстий), но и важен; кроме всего прочего, он подтверждает справедливость обычной теории дифракции.

Поле $E'_{\text{крышки}}$ вычисляется при условии, что движение зарядов всюду в экране создает именно такое поле, которое гасит поле E_s на задней поверхности экрана. Определив движение зарядов, мы складываем поля излучения зарядов в крышках и находим поле в точке P .

Напомним еще раз, что наша теория дифракции приближенная и справедлива в случае не слишком малых отверстий. Если размер отверстий мал, член $E'_{\text{крышки}}$ также мал и разность $E'_{\text{стенки}} - E_{\text{стенки}}$ (которую мы считали равной нулю) может быть сравнима и даже много больше $E'_{\text{крышки}}$. Поэтому наше приближение оказывается негодным.

РАДИАЦИОННОЕ ЗАТУХАНИЕ.
РАСSEЯНИЕ СВЕТА

§ 1. Радиационное сопротивление

§ 2. Интенсивность излучения

§ 3. Радиационное затухание

§ 4. Независимые источники

§ 5. Рассеяние света

§ 1. Радиационное сопротивление

В предыдущей главе мы показали, что система осциллирующих зарядов излучает энергию, и нашли формулу для энергии излучения. Количество энергии, проходящее в 1 сек через квадратный метр поверхности площадки, перпендикулярной направлению излучения, определяется средней величиной квадрата электрического поля системы, умноженной на $\epsilon_0 c$:

$$P = \epsilon_0 c \langle E^2 \rangle. \quad (32.1)$$

Каждый заряд, колеблясь, излучает энергию; излучает, например, и антенна, в которой внешний источник вызывает движение зарядов. При излучении энергия уходит в пространство, и в силу закона сохранения энергии по проводам, присоединенным к антенне, должна подаваться некоторая мощность. Это означает, что антенна, присоединенная к цепи источника тока, играет роль *сопротивления*, т. е. такого элемента цепи, где происходит «потеря» энергии (на самом деле энергия не теряется, а излучается, но по отношению к данному контуру энергия уходит безвозвратно). В обычном сопротивлении «теряемая» энергия переходит в тепло; в данном случае энергия уходит в пространство. С точки зрения теории электрических цепей неважно, куда уходит энергия, результат один и тот же — происходит «утечка» энергии из цепи. Поэтому, если антенна сделана даже из чистейшей меди, все равно для генератора она представляет собой сопротивление. Желательно, чтобы антенны излучали максимально возможное количество энергии, поэтому стараются уменьшить их емкость и индуктивность; самые лучшие антенны имеют очень малую емкость и индуктив-

ность. Сопротивление, которое имеют антенны в цепи, называют *радиационным сопротивлением*.

Пусть через антенну проходит ток I , тогда средняя мощность, теряемая в антенне, равна квадрату тока, умноженному на сопротивление. *Излучаемая* антенной мощность также пропорциональна квадрату тока, потому что напряженность поля пропорциональна току, а излучаемая энергия пропорциональна квадрату поля. Коэффициент пропорциональности, связывающий излучаемую мощность и $\langle I^2 \rangle$, и есть радиационное сопротивление.

Интересно узнать, из-за чего возникает радиационное сопротивление. Возьмем простой пример: пусть ток по антенне течет попеременно вверх и вниз. Если сообщить заряженному телу ускоренное движение вверх и вниз, то оно начнет излучать (незаряженное тело при этом энергию не излучает). Раз антенна излучает энергию, мы должны совершать над ней работу. Но одно дело показать с помощью закона сохранения энергии, что энергия теряется, и совсем другое — ответить на вопрос: *против какой силы мы совершаем работу?* Это очень интересный и трудный вопрос, на который применительно к электронам так и не удалось дать полного и удовлетворительного ответа. Однако в случае антенн ответ был найден. Вот что происходит в антеннах: поля, создаваемые движущимися электронами в одной части антенны, воздействуют на электроны в другой части. Можно вычислить действующие силы и найти производимую ими работу, а отсюда получить формулу для радиационного сопротивления. Было бы неправильно утверждать: «Мы можем вычислить», потому что *мы* еще не изучили законы электричества на малых расстояниях и знаем, каково электрическое поле только на больших расстояниях. Хотя мы привели формулу (28.3), мы еще не можем ею воспользоваться для вычисления поля внутри волновой зоны, потому что эта формула для *нас* слишком сложна. Правда, с помощью закона сохранения энергии мы можем получить результат и не зная вида поля на малых расстояниях. (Обращая ход рассуждений, можно найти взаимодействие на малых расстояниях, если известен вид поля на больших расстояниях и если затем воспользоваться законом сохранения энергии; мы, однако, не будем сейчас заниматься этим вопросом.)

Пусть теперь имеется один-единственный электрон; к чему приложена возникающая в нем сила сопротивления? Старая классическая теория представляла электрон в виде маленького шарика, различные части которого взаимодействуют друг с другом. В результате запаздывания при распространении взаимодействия внутри этого шарика сила оказывается несколько смещенной по фазе относительно скорости движения. Мы знаем, что, когда электрон покоится, «действие равно противодействию». Поэтому внутренние силы уравниваются и результи-

рующая сила равна нулю. Но в ускоренном электро-не сила, действующая на переднюю половинку со стороны задней, из-за запаздывания не равна силе, действующей в обратном направлении. Запаздывание взаимодействия во времени нарушает баланс сил, и в результате вся система как бы «наступает сама себе на шнурки». Такое объяснение возникновения радиационного сопротивления у движущегося электрона встретилось со многими трудностями и прежде всего потому, что по современным представлениям электрон вовсе не «маленький шарик»; проблема так и осталась нерешенной по сей день. Тем не менее, даже не зная механизма действия сил, мы можем точно вычислить силу сопротивления излучения, т. е. затраты энергии на ускорение заряда.

§ 2. Интенсивность излучения

Вычислим теперь полную энергию, излучаемую зарядом при ускорении. Для общности возьмем случай произвольного ускорения, считая, однако, движение нерелятивистским. Когда ускорение направлено, скажем, по вертикали, электрическое поле излучения равно произведению заряда на проекцию запаздывающего ускорения, деленному на расстояние. Таким образом, нам известно электрическое поле в любой точке, а отсюда мы знаем энергию $\epsilon_0 c E^2$, проходящую через единичную площадку за 1 сек.

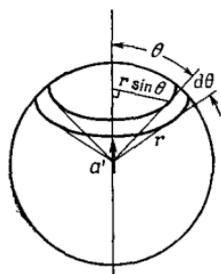
Величина $\epsilon_0 c$ часто встречается в формулах распространения радиоволн. Обратную ей величину можно назвать *импедансом вакуума* (или сопротивлением вакуума); она равна $1/\epsilon_0 c = 377 \text{ ом}$. Отсюда мощность (в ваттах на квадратный метр) есть средний квадрат поля, деленный на 377.

С помощью формулы (29.1) для электрического поля мы получаем

$$S = \frac{q^2 a'^2 \sin^2 \theta}{16\pi^2 \epsilon_0 r^2 c^3}, \quad (32.2)$$

где S — мощность на 1 м^2 , излучаемая под углом θ . Как уже отмечалось, S обратно пропорционально расстоянию. Интегрируя, получаем отсюда полную мощность, излучаемую во всех направлениях. Для этого сначала умножим S на площадь полоски сферы, тогда мы получим поток энергии в интервале угла $d\theta$ (фиг. 32.1). Площадь полоски вычисляется следующим образом: если радиус равен r , то толщина полоски равна $r d\theta$, а длина $2\pi r \sin \theta$, поскольку радиус кольцевой полоски есть $r \sin \theta$. Таким образом, площадь полоски равна

$$dA = 2\pi r^2 \sin \theta d\theta. \quad (32.3)$$



Ф и г. 32.1. Площадь кольца на сфере, равная $2\pi r \sin \theta r d\theta$.

Умножая поток [мощность на 1 м^2 , согласно формуле (32.2)] на площадь полоски, найдем энергию, излучаемую в интервале углов θ и $\theta + d\theta$; далее нужно проинтегрировать по всем углам θ от 0 до 180° :

$$P = S dA = \frac{q^2 a'^2}{8\pi\epsilon_0 c^3} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta. \quad (32.4)$$

При вычислении $\int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta$ воспользуемся равенством $\sin^3 \theta = (1 - \cos^2 \theta) \sin \theta$ и в результате получим $4/3$. Отсюда окончательно

$$P = \frac{q^2 a'^2}{6\pi\epsilon_0 c^3}. \quad (32.5)$$

Необходимо сделать несколько замечаний по поводу этого выражения. Прежде всего, поскольку a' есть вектор, то a'^2 в формуле (32.5) означает $a' \cdot a'$, т. е. квадрат длины вектора. Во-вторых, в формулу (32.2) для потока входит ускорение, взятое с учетом запаздывания, т. е. ускорение в тот момент времени, когда была излучена энергия, проходящая сейчас через поверхность сферы. Может возникнуть мысль, что энергия действительно была излучена точно в указанный момент времени. Но это не совсем правильно. Момент излучения нельзя определить точно. Можно вычислить результат только такого движения, например колебания и т. п., где ускорение в конце концов исчезает. Следовательно, мы можем найти только полный поток энергии за весь период колебаний, пропорциональный среднему за период квадрату ускорения. Поэтому a'^2 в (32.5) должно означать среднее по времени от квадрата ускорения. Для такого движения, когда ускорение в начале и в конце обращается в нуль, полная излученная энергия равна интегралу по времени от выражения (32.5).

Посмотрим, что дает формула (32.5) для осциллирующей системы, для которой ускорение a' имеет вид $-\omega^2 x_0 e^{i\omega t}$. Среднее за период от квадрата ускорения равно (при возведении

в квадрат надо помнить, что на самом деле вместо экспоненты должна входить ее действительная часть — косинус, а среднее от $\cos^2 \omega t$ дает $1/2$):

$$\langle a'^2 \rangle = \frac{1}{2} \omega^4 x_0^2.$$

Следовательно,

$$P = \frac{q^2 \omega^4 x_0^2}{12\pi \epsilon_0 c^3}. \quad (32.6)$$

Эти формулы были получены сравнительно недавно — в начале XX века. Это замечательные формулы, они имели огромное историческое значение, и о них стоило бы почитать в старых книгах по физике. Правда, там использовалась другая система единиц, а не система СИ. Однако в конечных результатах, относящихся к электронам, эти осложнения можно исключить с помощью следующего правила соответствия: величина $q_e^2/4\pi\epsilon_0$, где q_e — заряд электрона (в кулонах), раньше записывалась как e^2 . Легко убедиться, что в системе СИ значение e численно равно $1,5188 \cdot 10^{-14}$, поскольку мы знаем, что $q_e = 1,60206 \cdot 10^{-19}$ и $1/4\pi\epsilon_0 = 8,98748 \cdot 10^9$. В дальнейшем мы будем часто пользоваться удобным обозначением

$$e^2 = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0}. \quad (32.7)$$

Если это численное значение e подставить в старые формулы, то все остальные величины в них можно считать определенными в системе СИ. Например, формула (32.5) прежде имела вид $P = 2/3 e^2 a^2/c^3$. А потенциальная энергия протона и электрона на расстоянии r есть $q_e^2/4\pi\epsilon_0 r$ или e^2/r , где $e = 1,5188 \cdot 10^{-14}$ ед. СИ.

§ 3. Радиационное затухание

Заряд, закрепленный на пружине с собственной частотой ω_0 (или электрон в атоме), даже в абсолютно пустом пространстве не сможет колебаться бесконечно долго, поскольку, колеблясь, он теряет энергию на излучение. Никаких сил сопротивления в обычном смысле этого слова, никакой вязкости здесь нет. Но колебания не будут происходить «вечно», вследствие излучения они будут медленно замирать. А насколько медленно? Определим для осциллятора величину Q , вызванную так называемым радиационным сопротивлением или радиационным затуханием. Для любой колеблющейся системы величина Q равна энергии системы в данный момент времени, деленной на потери энергии, отнесенные к 1 рад:

$$Q = \frac{W}{dW/d\varphi}.$$

Запишем Q по-другому, пользуясь для этого равенством $dW/d\varphi = (dW/dt)/(d\varphi/dt) = -(dW/dt)/\omega$:

$$Q = -\frac{\omega W}{dW/dt}. \quad (32.8)$$

Если Q задано, то легко получить закон спадания энергии колебаний: $dW/dt = (-\omega/Q)W$, откуда следует $W = W_0 e^{-\omega t/Q}$; здесь W_0 — начальная энергия (при $t = 0$).

Чтобы найти Q для излучающего осциллятора, вернемся к формуле (32.8) и подставим вместо dW/dt выражение (32.6).

А что нужно взять в качестве энергии W осциллятора? Кинетическая энергия осциллятора равна $\frac{1}{2}mv^2$, а средняя кинетическая энергия равна $m\omega^2 x_0^2/4$. Но мы помним, что полная энергия осциллятора равна средней кинетической плюс средняя потенциальная, причем обе они для осциллятора равны; поэтому полная энергия равна

$$W = \frac{1}{2} m\omega^2 x_0^2. \quad (32.9)$$

Какую частоту следует подставить в наши формулы? Мы возьмем собственную частоту ω_0 , потому что практически это и есть частота излучения атома, а вместо m подставим m_e . После ряда сокращений эта формула приводится к виду

$$\frac{1}{Q} = \frac{4\pi e^2}{3\lambda m_e c^2}. \quad (32.10)$$

(Для большей ясности и из соображений близости к исторически принятой форме мы ввели величину $e^2 = q_e^2/4\pi\epsilon_0$ и записали $2\pi/\lambda$ вместо ω_0/c .) Поскольку величина Q безразмерна, множитель $e^2/m_e c^2$, зависящий только от массы и заряда электрона и выражающий его внутренние свойства, обязан иметь размерность длины. Он был назван *классическим радиусом электрона*, потому что в старых моделях электрона радиационное сопротивление пытались объяснить действием одной части электрона на другие его части, для чего размеры электрона приходилось выбирать порядка $e^2/m_e c^2$. Но эта величина потеряла свой прежний смысл, и никто теперь не считает, что электрон имеет такой радиус. Численное значение классического радиуса электрона следующее:

$$r_0 = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2,82 \cdot 10^{-15} \text{ м}. \quad (32.11)$$

Вычислим теперь значение Q для атома, излучающего видимый свет, например для атома натрия. Длина волны излучения натрия равна примерно 6000 Å и находится в желтой части спектра; эта величина довольно типична. Отсюда

$$Q = \frac{3\lambda}{4\pi r_0} \approx 5 \cdot 10^7, \quad (32.12)$$

т. е. для атомов Q порядка 10^8 . Это значит, что атомный осциллятор колеблется 10^8 рад, или примерно 10^7 периодов, прежде чем его энергия уменьшится в $1/e$ раз. Частота колебаний света $\nu = c/\lambda$ при длине волны 6000 \AA составляет 10^{15} гц, а, следовательно, время жизни, т. е. время, за которое энергия уменьшится в $1/e$ раз, есть величина порядка 10^{-8} сек.

Примерно за такое же время высвечиваются свободные атомы в обычных условиях. Проведенная оценка справедлива только для атомов в пустом пространстве, не подверженных никаким внешним воздействиям. Если электрон находится в твердом теле, он сталкивается с другими атомами и электронами, и тогда возникает добавочное сопротивление и затухание будет другим.

Величина эффективного сопротивления γ , определяющая сопротивление осциллятора, может быть найдена из соотношения $1/Q = \gamma/\omega_0$; вспомним, что именно γ определяет ширину резонансной кривой (см. фиг. 23.2) *. Итак, мы вычислили *ширины спектральных линий* для свободно излучающих атомов! Из равенства $\lambda = 2\pi c/\omega$ получаем

$$\Delta\lambda = \frac{2\pi c \Delta\omega}{\omega^2} = \frac{2\pi c \gamma}{\omega_0^2} = \frac{2\pi c}{Q\omega_0} = \frac{\lambda}{Q} = \frac{4\pi r_0}{3} = 1,18 \cdot 10^{-14} \text{ м.} \quad (32.13)$$

§ 4. Независимые источники

Прежде чем перейти ко второй теме этой главы — рассеянию света, обсудим частный случай явления интерференции, который мы до сих пор не рассматривали. Речь пойдет о таком случае, когда интерференция *не возникает*. Пусть имеются два источника S_1 и S_2 с амплитудами поля A_1 и A_2 . Излучение регистрируется в некоторой точке, в которую оба луча приходят с фазами φ_1 и φ_2 (фазы зависят от истинного момента излучения и времени запаздывания, являющегося функцией точки наблюдения).

Наблюдаемая интенсивность излучения получается сложением двух комплексных векторов с модулями A_1 и A_2 и фазами φ_1 и φ_2 (как в гл. 30) и возведением в квадрат; таким образом, энергия пропорциональна

$$A_R^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (32.14)$$

Если бы не было перекрестного члена $2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$, полная энергия в данном направлении была бы равна сумме энергий $A_1^2 + A_2^2$, излучаемых по отдельности каждым источником, что соответствует нашим обычным представлениям. Иначе

* Выпуск 2, стр. 129.

говоря, интенсивность света, падающего на предмет от двух источников, совпала бы с суммой интенсивностей обоих источников. С другой стороны, если оставить перекрестный член, суммы интенсивностей не получится, потому что возникнет интерференция. В тех случаях, когда перекрестный член роли не играет, интерференция, казалось бы, отсутствует. Фактически же она возникает всегда, но подчас ее не удается наблюдать.

Приведем несколько примеров. Пусть два источника находятся друг от друга на расстоянии 7 000 000 000 длин волн, что в общем вполне осуществимо. Тогда в некотором фиксированном направлении разность фаз принимает вполне определенное значение. Но если сдвинуться от этого направления хоть на волосок, скажем на несколько длин волн (совсем пустячное расстояние: зрачок нашего глаза настолько велик, что действие лучей можно усреднять на расстояниях, много больших длины волны), то разность фаз станет другой и значение косинуса резко изменится. При вычислении *средней* интенсивности в маленькой области пространства косинус в точках этой области будет все время колебаться — плюс, минус, плюс, минус — и при усреднении даст нуль.

Итак, усреднение по области, в которой фаза быстро меняется от точки к точке, обращает интерференционный член в нуль.

Другой пример. Предположим, что два источника колеблются и излучают радиоволны независимо друг от друга, т. е. они представляют собой не один осциллятор, питающийся от двух проводов (благодаря чему разность фаз остается постоянной), а именно два независимых источника. И пусть источники не настроены *точно* на одну и ту же частоту (равенства частот очень трудно достигнуть, если не соединять источники в одной цепи). Именно при этих условиях мы и будем называть источники *независимыми*. Естественно, что из-за сдвига по частоте фазы источников будут различаться, даже если вначале они и совпадали: одна из фаз начнет опережать другую и очень скоро источники окажутся в противофазе, а при дальнейшем опережении фазы снова сравняются и т. д. Разность фаз источников будет, таким образом, дрейфовать со временем, но при измерениях в течение больших промежутков времени приборы не смогут уследить за ними, так как подъемы и спады интенсивности, похожие на «биения» звука, происходят слишком быстро. Мы должны усреднить по промежутку времени наблюдения, но при этом интерференционный член снова выпадает.

Другими словами, при усреднении по разности фаз интерференционный член обращается в нуль!

Имеется много книг по физике, в которых утверждается, что два различных источника света никогда не интерферируют. Это утверждение не отражает физического закона, а просто харак-

теризует ту чувствительность экспериментальной техники, которая существовала к моменту написания книги. В источнике же света происходит следующее: сначала излучает один атом, затем другой и т. д. Как мы показали выше, атомы излучают последовательность волн за время около 10^{-8} сек; через 10^{-8} сек какой-то атом высвечивается, его место занимает другой, затем третий и т. д. Поэтому фаза может оставаться постоянной примерно только в течение 10^{-8} сек. При усреднении за промежутки времени, много большие 10^{-8} сек, интерференционный член от двух источников выпадает, так как фазы источников за это время много раз изменятся. Световые ячейки Керра позволяют регистрировать свет с очень большой скоростью, и с их помощью удалось показать, что интерференционный член меняется за время порядка 10^{-8} сек. Но большинство приборов не может регистрировать свет в столь малые интервалы времени и, естественно, не обнаруживает интерференции. Для глаза время усреднения — порядка $1/10$ сек, поэтому увидеть интерференцию обычных источников совершенно невозможно.

Недавно удалось создать источники света, в которых атомы излучают *одновременно*, и поэтому можно обойти эффект усреднения. Принцип устройства подобных источников весьма сложен, его можно понять, только зная законы квантовой механики. Называются эти источники *лазерами*. Частота интерференции испущенного лазером света, т. е. время, в течение которого фаза остается постоянной, много больше 10^{-8} сек. Оно может быть равно сотой, десятой доле секунды и даже целой секунде; с помощью обычных световых ячеек можно определить частоту интерференции между двумя лазерами. Легко также заметить биения при сложении света от двух лазеров. Вне всякого сомнения, скоро станет возможно получать столь медленные биения, что, направив на стенку свет от двух лазеров, можно будет увидеть их невооруженным глазом в виде периодических ослаблений и увеличений яркости пятна!

Еще один пример погашения интерференции представляет собой сложение света не *двух*, а *многих* источников. В этом случае A_R^2 равно квадрату суммы большого числа амплитуд (комплексных чисел), т. е. сумме квадратов плюс перекрестные члены от каждой пары. При определенных условиях перекрестные члены могут погаситься и интерференция исчезнет. Например, когда источники распределены в пространстве случайным образом, тогда разность фаз A_2 и A_3 хотя и постоянна, но значительно отличается от разности фаз A_1 и A_2 и т. д. В результате получается много косинусов — одни из них положительны, другие отрицательны, а в сумме они почти целиком сокращаются.

Вот почему во многих случаях мы не замечаем эффекта интерференции, а полная интенсивность оказывается равной сумме интенсивностей всех источников.

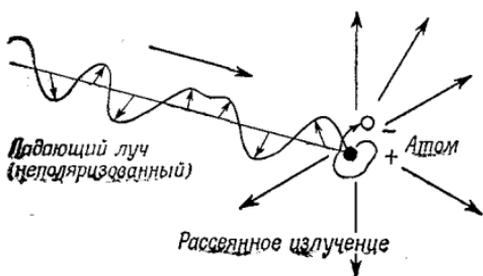
§ 5. Рассеяние света

Приведенные выше примеры помогут нам понять одно явление, которое возникает в воздухе в результате неупорядоченного расположения атомов. В главе о показателе преломления мы говорили, что падающий свет вызывает излучение атомов. Электрическое поле падающего пучка раскачивает электроны вверх и вниз, и они, двигаясь с ускорением, начинают излучать. Это рассеянное излучение образует пучок света, движущийся в том же направлении, что и падающий луч, но отличающийся от него по фазе, благодаря чему и возникает показатель преломления.

Но что можно сказать об интенсивности рассеянного света в других направлениях? Если атомы очень правильно чередуются, образуя красивый геометрический узор, интенсивность во всех остальных направлениях равна нулю, потому что результат сложения множества векторов с меняющимися фазами сводится к нулю. Но если расположение атомов *беспорядочное*, интенсивность в любом направлении, как мы уже говорили, равна *сумме* интенсивностей от каждого атома в отдельности. Более того, атомы газа постоянно движутся, и разность фаз двух атомов, принимающая определенное значение в некоторый момент времени, в следующий момент уже изменится, поэтому при усреднении по времени исчезает *каждый* перекрестный член в отдельности. Следовательно, для определения интенсивности света, рассеянного газом, можно взять рассеяние на *одном атоме* и умножить интенсивность на число атомов.

Как уже отмечалось, голубой цвет неба объясняется именно рассеянием света в воздухе. Солнечный свет проходит сквозь воздух, и, когда мы смотрим в сторону от Солнца, например перпендикулярно падающему лучу, мы видим свет голубой окраски; попробуем теперь подсчитать *интенсивность* рассеянного света и понять, *почему он голубой*.

Падающий луч света с напряженностью электрического поля $E = E_0 e^{i\omega t}$ в точке расположения атома, как известно, заставляет электрон колебаться вверх и вниз (фиг. 32.2). С помощью



Фиг. 32.2. Луч, падающий на атом, заставляет заряды (электроны) атома колебаться. Движущиеся электроны в свою очередь излучают во все стороны.

уравнения (23.8) * находим амплитуду колебаний

$$\hat{x} = \frac{q_e E_0}{m (\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma)}. \quad (32.15)$$

В принципе можно учесть затухание и ввести сумму по частотам, считая, что атом действует как совокупность осцилляторов с разными частотами. Однако для простоты ограничимся случаем одного осциллятора и пренебрежем затуханием. Тогда выражение для амплитуды принимает вид, которым мы уже пользовались при вычислении показателя преломления:

$$\hat{x} = \frac{q_e \hat{E}_0}{m (\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (32.16)$$

Из этой формулы для \hat{x} и равенства (32.2) легко получить интенсивность рассеяния в заданном направлении.

Однако, чтобы сэкономить время, вычислим сначала *полную интенсивность* рассеяния во всех направлениях. Полную энергию, рассеиваемую атомом за 1 сек во всех направлениях, можно получить из формулы (32.7). После перегруппировки членов выражение для энергии принимает вид

$$\begin{aligned} P &= \left[\left(\frac{q_e^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^3} \right) \frac{q_e^2 E_0^2}{m_e^2 (\omega^2 - \omega_0^2)^2} \right] = \\ &= \left(\frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 \right) \frac{8\pi}{3} \left(\frac{q_e^4}{16\pi^2 \epsilon_0^2 m_e^2 c^4} \right) \left[\frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2} \right] = \\ &= \left(\frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 \right) \left(\frac{8}{3} \pi r_0^2 \right) \left[\frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2} \right]. \quad (32.17) \end{aligned}$$

Мы приводим результат в такой форме потому, что она удобна для запоминания: прежде всего, рассеиваемая энергия пропорциональна квадрату падающего поля. Что это означает? Очевидно, квадрат поля пропорционален энергии падающего пучка, проходящей за 1 сек. (В самом деле, энергия, падающая на 1 м² за 1 сек, равна произведению $\epsilon_0 c$ и среднего квадрата электрического поля $\langle E^2 \rangle$; если максимальное значение E есть E_0 , то $\langle E^2 \rangle = 1/2 E_0^2$.) Другими словами, рассеиваемая энергия пропорциональна плотности падающей энергии; чем сильнее солнечный свет, тем ярче кажется небо.

А какая доля падающего света рассеивается электроном? Вообразим мишень с площадью σ , помещенную на пути луча (не настоящую мишень, сделанную из какого-то вещества, потому что она приведет к дифракции света и т. п., а воображаемую мишень, нарисованную в пространстве). Количество энергии,

* Выпуск 2, стр. 128.

проходящее через поверхность σ , пропорционально падающей интенсивности и площади мишени:

$$P = \left(\frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2 \right) \sigma. \quad (32.18)$$

А теперь давайте условимся: полное количество энергии, рассеиваемое атомом, мы приравняем энергии падающего пучка, проходящей через некоторую площадь; указав величину площади, мы тем самым определяем рассеиваемую энергию. В такой форме ответ не зависит от интенсивности падающего пучка; он выражает отношение рассеиваемой энергии к энергии, падающей на 1 м^2 . Другими словами,

$$\frac{\text{Полная энергия, рассеиваемая в 1 сек}}{\text{Энергия, падающая на 1 м}^2 \text{ за 1 сек}} = \text{Площадь.}$$

Смысл этой площади заключается в том, что, если бы вся попадающая на нее энергия отбрасывалась в сторону, она рассеивала бы столько энергии, сколько рассеивает атом.

Эта площадь называется *эффективным сечением рассеяния*. Понятие эффективного сечения используется всегда, когда эффект пропорционален интенсивности падающего пучка. В таких случаях количественный выход эффекта задается площадью эффективной области, выхватывающей из пучка такую часть, чтобы она равнялась выходу. Это ни в коем случае не означает, что наш осциллятор на самом деле *занимает* подобную площадь. Если бы свободный электрон просто качался взад и вперед, ему бы не соответствовала никакая площадь. Это лишь способ выражения результата через определенную величину; мы указываем площадь, на которую должен упасть пучок, чтобы получилась известная энергия рассеяния. Итак, в нашем случае

$$\sigma_s = \frac{8\pi r_0^2}{3} \frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2} \quad (32.19)$$

(s — рассеяние).

Рассмотрим несколько примеров. Прежде всего, когда собственная частота очень мала или электрон вообще свободен, что соответствует $\omega_0 = 0$, частота ω выпадает и сечение σ становится константой. В этом пределе сечение носит название *томпсоновского сечения рассеяния*. Оно равно площади квадрата со стороной около 10^{-15} м , т. е. площади 10^{-30} м^2 , а это очень мало!

С другой стороны, при рассеянии света в воздухе собственные частоты осцилляторов, как мы уже говорили, больше частот обычного света. Отсюда следует, что величиной ω^2 в знаменателе можно пренебречь и сечение оказывается пропорциональным

четвертой степени частоты. Значит, свет с частотой, в два раза большей, рассеивается в *шестнадцать раз* интенсивнее, а это уже вполне ощутимая разница. Таким образом, голубой свет, частота которого примерно вдвое выше частоты света у красного конца спектра, рассеивается значительно интенсивнее, чем красный свет. И, взглянув на небо, мы видим только изумительную синеву!

Стоит сказать еще несколько слов по поводу полученных результатов. Ответьте, во-первых, почему мы видим *облака*? Откуда они берутся? Всем известно, что возникают они за счет конденсации водяных паров. Но водяные пары, конечно, находились в атмосфере еще *до* конденсации. Почему же мы их не видели? А вот после конденсации их прекрасно видно. Не были видны — и вдруг *появились*. Как видите, тайна происхождения облаков — это совсем не детский вопрос, вроде «Папа, откуда взялась вода?», и ее нужно объяснить.

Мы только что говорили, что каждый атом рассеивает свет, и, естественно, водяной пар тоже должен рассеивать свет. Загадка состоит в том, почему вода, конденсированная в облаках, рассеивает свет *сильнее в такое огромное число раз?*

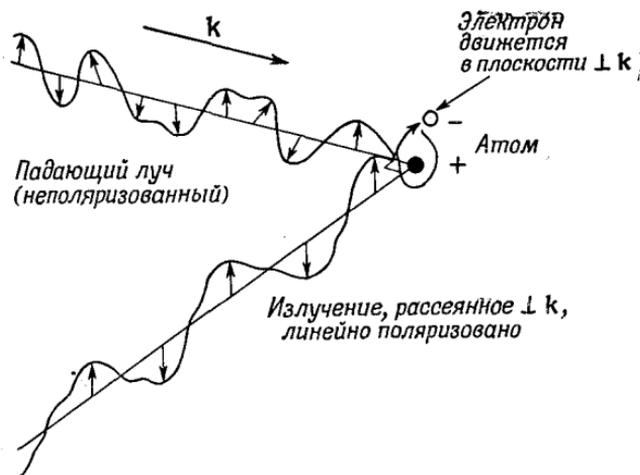
Давайте посмотрим, что получится, если вместо одного атома взять скопление атомов, скажем два атома, расположенных очень близко друг к другу по сравнению с длиной волны. Вспомним, что размеры атомов порядка 1 \AA , а длина волны света порядка 5000 \AA , так что несколько атомов вполне могут образовать сгусток, где расстояние между ними будет много меньше длины волны. Под действием электрического поля *оба атома будут колебаться совместно, как целое*. Рассеиваемое электрическое поле окажется равным сумме двух полей с одинаковой фазой, т. е. удвоенной амплитуде одного атома, а *энергия увеличится в четыре*, а не в два раза по сравнению с энергией излучения от отдельного атома! Таким образом, сгустки атомов излучают или рассеивают больше энергии, чем столько же атомов по отдельности. Наше старое утверждение, что фазы двух атомов никак не связаны, основывалось на предположении о большой разности фаз двух атомов, что справедливо только когда расстояние между ними порядка нескольких длин волн или когда они движутся. Если же атомы находятся совсем рядом, они излучают обязательно с одной фазой, и возникает усиливающая интерференция, что приводит к увеличению рассеяния.

Пусть в сгустке, крошечной капельке воды, содержится N атомов; тогда под действием электрического поля они будут двигаться, как и раньше, все вместе (влияние атомов друг на друга для нас несущественно, мы хотим только выяснить суть дела). Амплитуда рассеяния каждого атома одна и та же; следовательно, поле рассеянной волны оказывается в N раз больше.

Интенсивность рассеиваемого света увеличивается в N^2 раз. Если бы атомы находились далеко друг от друга, мы получили бы увеличение в N раз по сравнению со случаем отдельного атома, а здесь возникает N^2 раз! Иначе говоря, рассеяние каплями воды (по N молекул в каждой) в N раз больше рассеяния тех же атомов по отдельности. Таким образом, чем больше вода конденсируется, тем больше рассеяние. Может ли рассеяние расти *до бесконечности*? Нет, конечно! На каком же этапе наши рассуждения станут неверными? *Ответ*: когда водяная капля увеличится настолько, что размеры ее окажутся порядка длины волны, колебания атомов будут происходить с разными фазами, потому что расстояние между ними станет слишком большим. Таким образом, с увеличением размера капля рассеяние растет до тех пор, пока капли не станут порядка длины волны, а затем с ростом каплей рассеяние увеличивается гораздо медленнее. Кроме того, голубой свет в рассеянной волне начинает исчезать, потому что для коротких волн предел роста рассеяния наступает раньше (у менее крупных каплей), чем для длинных волн. Хотя каждый атом рассеивает короткие волны сильнее, чем длинные, капли с размерами больше длины волны интенсивнее рассеивают свет вблизи красного конца спектра, и с ростом каплей цвет рассеянного излучения меняется с голубого на красный (становится более красным).

Это явление можно наглядно продемонстрировать. Нужно взять очень маленькие частички вещества, которые затем постепенно будут расти. Для этого воспользуемся раствором гипосульфата натрия в серной кислоте, в котором осаждаются крохотные зернышки серы. Когда сера начинает осаждаться, зернышки еще очень малы и рассеянный свет имеет синеватый оттенок. С ростом числа и величины частиц в осадке свет сначала становится более интенсивным, а затем приобретает беловатый оттенок. Кроме того, проходящие лучи теряют синюю составляющую. Именно поэтому закат бывает красным; солнечные лучи, прошедшие к нам через толщу атмосферы, успели рассеять голубой свет и приобрели оранжевую окраску.

Наконец, при рассеянии возникает еще одно важное явление, которое, по существу, относится к поляризации — теме следующей главы. Однако оно так интересно, что имеет смысл сказать о нем сейчас. Оказывается, что электрическое поле рассеянного света колеблется преимущественно в одном определенном направлении. Пусть электрическое поле в падающей волне колеблется в каком-то направлении, тогда осциллятор будет совершать свои вынужденные колебания в том же направлении. Если теперь мы будем смотреть под прямым углом к падающему лучу, то увидим *поляризованный* свет, т. е. свет, в котором электрическое поле колеблется только в одном направлении. Вообще говоря, атомы могут осциллировать в любом



Ф и г. 32.3. Возникновение поляризации у рассеянного луча, направленного под прямым углом к падающему лучу.

направлении, лежащем в плоскости, перпендикулярной падающему лучу, но, когда они движутся прямо к нам или от нас, мы их не видим. Таким образом, хотя электрическое поле в падающем луче осциллирует во всевозможных направлениях (в этом случае говорят о неполяризованном свете), свет, рассеивающийся под углом 90° , содержит колебания только в одном направлении (фиг. 32.3)!

Есть такое вещество, называемое *поляроидом*, через которое проходит только волна с электрическим полем, параллельным некоторой оси. С помощью поляроида можно заметить поляризацию и, в частности, показать, что свет, рассеянный нашим раствором гипосульфата, действительно сильно поляризован.

ПОЛЯРИЗАЦИЯ

§ 1. Вектор электрического поля световой волны

В этой главе мы рассмотрим круг явлений, связанных с векторным характером электрического поля световой волны. В предыдущих главах направление колебаний электрического поля нас не интересовало, правда, мы отметили, что вектор электрического поля лежит в плоскости, перпендикулярной направлению распространения света. Но нам не нужно было знать направление вектора более точно. Теперь мы перейдем к изучению явлений, в которых главную роль играет определенное направление колебаний электрического вектора.

В идеально монохроматической световой волне электрическое поле колеблется с определенной частотой, а так как x - и y -компоненты поля могут колебаться независимо с одной и той же частотой, то сначала мы рассмотрим сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний. Какое электрическое поле возникает при сложении колебаний x - и y -компонент поля с одинаковой частотой? Складывая колебание в направлении x и колебание с той же фазой в направлении y , получаем в плоскости xy колебание в новом направлении.

На фиг. 33.1 показано, как происходит сложение колебаний с разными амплитудами в направлении x и y . Но примеры, представленные на этом рисунке, не исчерпывают всех возможностей: до сих пор предполагалось, что колебания вдоль осей x и y находятся в одной фазе, но это совсем не обязательно. Может случиться, что x - и y -колебания происходят с разными фазами.

В этом последнем случае вектор электрического поля описывает эллипс, что можно про-

§ 1. Вектор электрического поля световой волны

§ 2. Поляризация рассеянного света

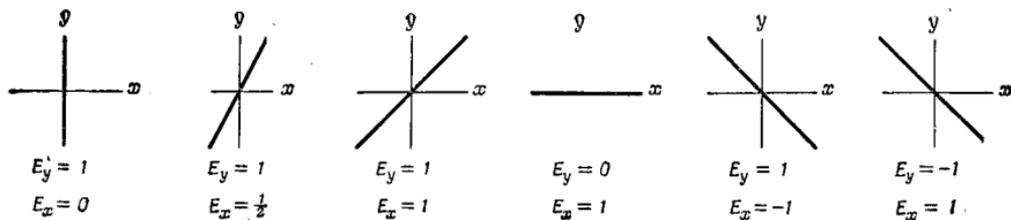
§ 3. Двойное лучепреломление

§ 4. Поляризаторы

§ 5. Оптическая активность

§ 6. Интенсивность отраженного света

§ 7. Аномальное преломление



Фиг. 33.1. Сложение колебаний в направлениях x и y , когда разность фаз между ними равна нулю.

иллюстрировать на следующем простом примере. Подвесим на длинной веревке мяч, чтобы он мог свободно колебаться в горизонтальной плоскости; колебания будут носить синусоидальный характер. Представим себе мысленно оси x и y в горизонтальной плоскости колебаний мяча с началом координат в точке покоя мяча. Выбирая соответствующее начальное смещение и начальную скорость мяча, можно заставить мяч колебаться по оси x , по оси y или по любому другому направлению в плоскости xy с одной и той же частотой, равной частоте маятника. Эти колебания мяча аналогичны колебаниям электрического вектора, приведенным на фиг. 33.1. В каждом случае колебания в направлениях x и y достигают максимума одновременно и, следовательно, оба колебания находятся в фазе. Но известно, что самый общий тип движения мяча — движение по эллипсу — возникает, когда колебания в направлениях x и y происходят с *разными* фазами.

На фиг. 33.2 показано сложение колебаний по осям x и y для разных значений сдвига фаз между ними. Во всех примерах электрический вектор описывает эллипс. Колебание по прямой есть тоже частный случай эллиптического, когда сдвиг фаз равен нулю (или целому кратному π); при равных амплитудах и сдвиге фаз 90° (или нечетном числе $\pi/2$) происходит движение по окружности.

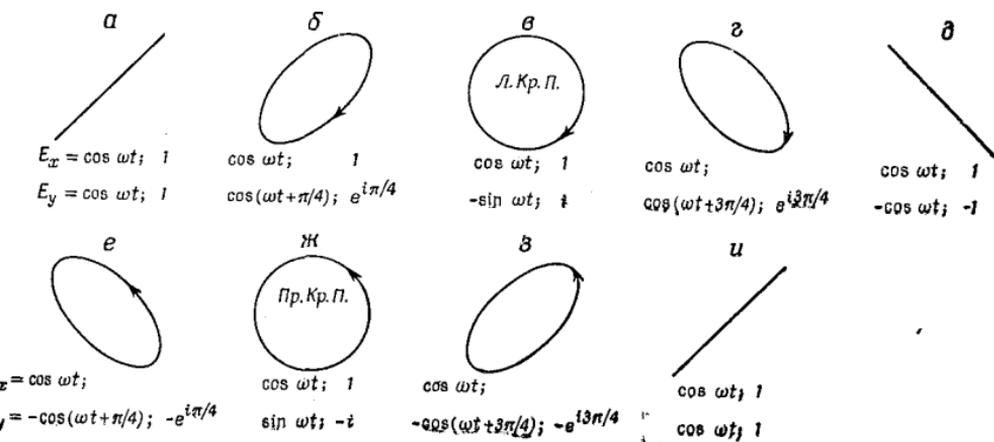
На фиг. 33.2 компоненты электрического поля в направлениях x и y записаны в виде комплексных чисел, что оказывается очень удобным для явного выделения разности фаз. В этих обозначениях не следует только путать действительную и мнимую части с x - и y -компонентами поля. Изображенные на фиг. 33.2 компоненты поля по осям x и y есть реальные физические поля, которые можно измерить. Действительная и мнимая части вектора электрического поля введены только для математического удобства, и физического смысла такое разделение не имеет.

Сделаем несколько замечаний о терминологии. Свет называется *линейно поляризованным* (иногда плоско поляризованным), если электрическое поле колеблется по прямой линии; на фиг. 33.1 показан случай линейной поляризации. Когда вектор электрического поля описывает эллипс, говорят об

эллиптической поляризации. Если же электрический вектор описывает окружность, мы имеем *круговую поляризацию*. Если электрический вектор при своем движении в световой волне крутится как правосторонний винт, говорят о *правой круговой поляризации*. На фиг. 33.2, *ж* приведен пример правой круговой поляризации, а на фиг. 33.2, *в* — пример левой круговой поляризации. В обоих случаях свет движется от плоскости страницы к читателю. Наше определение левой и правой круговых поляризаций согласуется с подобными определениями для всех других частиц в современной физике, для которых можно ввести понятие поляризации (например, для электронов). Однако в курсах оптики иногда используются прямо противоположные определения, поэтому читателю следует с осторожностью относиться к терминам *левая* и *правая поляризация*.

Мы описали линейную, круговую и эллиптическую поляризации света и охватили, таким образом, все возможные случаи состояния света, кроме одного, — случая *неполяризованного* света. Ну, а как же может получиться неполяризованный свет, если известно, что колебания непременно происходят по тому или иному эллипсу?

Возьмем не вполне монохроматический свет, когда сдвиг фаз *x*- и *y*-колебаний непостоянен и электрический вектор колеблется произвольным образом; тогда поляризация света будет все время меняться. Вспомним, что один атом излучает свет за 10^{-8} сек, и, если все атомы будут излучать свет с разной поляризацией, поляризация полного пучка света будет меняться через каждые 10^{-8} сек. Когда поляризация света изменяется столь быстро, что ее невозможно измерить, говорят о неполяризованном свете, потому что все эффекты поляризации усред-



Фиг. 33.2. Сложение колебаний в направлениях *x* и *y* с разными фазами.

Компоненты E_x и E_y записаны и в действительных и в комплексных обозначениях.

няются и сводятся к нулю. Ни один из интерференционных эффектов при сложении поляризаций не проявляется для неполяризованного света. В то же время само определение неполяризованного света подразумевает, что экспериментально невозможно установить, поляризован свет или нет.

§ 2. Поляризация рассеянного света

Первый пример поляризационных явлений, который мы уже ранее обсуждали, есть рассеяние света. Рассмотрим проходящий в воздухе пучок света, например солнечного света. Электрическое поле возбуждает колебания зарядов в воздухе, и в результате этих колебаний излучается свет, интенсивность которого максимальна в плоскости, перпендикулярной движению зарядов. Пучок солнечного света неполяризован, т. е. направление поляризации постоянно меняется, а следовательно, изменяется и направление колебаний зарядов в воздухе. Возьмем пучок света, рассеянный под углом 90° ; он возникает от излучения только тех частиц воздуха, которые колеблются перпендикулярно линии зрения наблюдателя, и, следовательно, пучок рассеянного света будет поляризован в направлении этих колебаний. Таким образом, рассеяние дает нам пример получения поляризованного света.

§ 3. Двойное лучепреломление

Есть еще один интересный факт из области поляризационных явлений. Встречаются среды, показатель преломления которых различен для света, линейно поляризованного в том или другом направлении. Допустим, например, что имеется некий материал, состоящий из вытянутых несферических молекул, длина которых больше их ширины; предположим, что молекулы в веществе выстроены так, чтобы их большие оси оказались параллельными. Что произойдет, когда на тело подействует осциллирующее электрическое поле? Предположим, что такая структура молекул способствует тому, что электроны в материале легче поддаются колебаниям вдоль оси молекулы, чем поперек нее. При таких условиях следует ожидать, что поляризация в одном направлении будет вызывать один эффект, а поляризация, направленная под прямым углом к первой, — совсем другой. Назовем направление осей молекул *оптической осью*. Показатель преломления принимает разные значения в зависимости от того, направлена ли поляризация вдоль оптической оси или перпендикулярно ей. Среда с такими свойствами называется *двоаксепреломляющей*. Она обладает двумя разными способами преломления, т. е. двумя показателями преломления в зависимости от поляризации света в среде. Какие материалы обладают

этим свойством? Из разных соображений вытекает, что двоякопреломляющая среда должна иметь некоторое количество ориентированных несферических молекул. Ясно, что кубический кристалл, имеющий симметрию куба, не может быть двоякопреломляющим. А вот длинные игловидные кристаллы, безусловно, содержат несимметричные молекулы, и в них легко наблюдать эффект двойного лучепреломления.

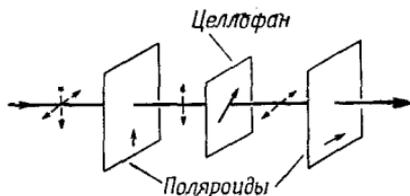
Попробуем сообразить, что получится, если направить поляризованный луч на пластинку двоякопреломляющего материала. Если поляризация параллельна оптической оси, свет пройдет через пластинку с одной скоростью, а если поляризация перпендикулярна — с другой скоростью. Интересная ситуация возникает, если луч света поляризован, например, под углом в 45° к направлению оптической оси. Тогда поляризация, как известно, представляется в виде суммы поляризаций в направлении x и y с равными амплитудами и фазами, что показано на фиг. 33.2, *а*. Поскольку лучи с поляризациями вдоль осей x и y движутся в среде с разной скоростью, фазы обеих компонент поля будут расти по-разному.

Таким образом, несмотря на совпадение фаз x - и y -компонент вначале, внутри среды между ними появится разность фаз, пропорциональная глубине проникновения света в среду. Изменение поляризации света в процессе прохождения через среду показано в серии рисунков на фиг. 33.2. Если пластинка имеет такую толщину, что разность фаз на выходе между поляризациями по осям x и y равна 90° (фиг. 33.2, *в*), то свет выйдет из пластинки поляризованным по кругу. Пластинки такой толщины называются пластинками в четверть волны, поскольку они приводят к разности фаз в одну четвертую цикла. Пропуская линейно поляризованный свет через две пластинки в четверть волны, снова получаем линейно поляризованный свет, но направление поляризации повернется на прямой угол (это легко понять из фиг. 33.2, *в*).

Явление двойного лучепреломления легко продемонстрировать с помощью листка целлофана. Целлофан состоит из длинных молекул — волокон, и его структура неизотропна, поскольку волокна по большей части вытянуты в одном направлении. Для наблюдения явления двойного лучепреломления необходим пучок линейно поляризованного света, который нетрудно получить, пропуская неполяризованный свет через пластинку поляроида. О поляроиде мы еще будем говорить более подробно, а пока отметим одно его важное свойство: свет, поляризованный вдоль оси поляроида, проходит через него почти свободно, а свет, поляризованный перпендикулярно оси, сильно поглощается поляроидом. Когда неполяризованный свет пропускается через пластинку поляроида, то проходит только та часть света, колебания которой параллельны оси поляроида, поэтому

Фиг. 33.3. Схема эксперимента по двойному лучепреломлению в целлофане.

Векторы электрического поля световой волны изображены пунктирными стрелками. Направления поляризации, пропускаемые поляроидами, и оптические оси целлофана изображены сплошными стрелками. Падающий луч света неполяризован.



прошедший через пластинку луч окажется линейно поляризованным. Это свойство поляроида используют также для определения направления поляризации линейно поляризованного света; кроме того, с помощью поляроида можно определить, есть ли у света вообще линейная поляризация или нет. Для этого достаточно пропустить свет через пластинку поляроида и поворачивать ее в плоскости, перпендикулярной лучу. Линейно поляризованный свет не может пройти через поляризатор, когда ось поляризатора перпендикулярна направлению поляризации луча. Повернув пластинку на 90° , мы увидим прошедший через нее луч лишь чуть-чуть менее ярким, чем падающий пучок света. Если яркость луча, пропущенного поляризатором, не зависит от ориентации поляризатора, падающий пучок света не имеет линейной поляризации.

Для демонстрации двойного лучепреломления в целлофане возьмем два поляризатора и расположим их, как показано на фиг. 33.3. Из первого поляризатора выходит линейно поляризованный пучок света; мы пропускаем его через целлофан, а затем через другой поляризатор, чтобы учесть действие целлофана на линейно поляризованный свет. Сначала расположим оси поляризаторов перпендикулярно друг другу и уберем листок целлофана. Через второй поляризатор свет не проходит совсем. Теперь поставим листок целлофана между поляризаторами и будем поворачивать его вокруг оси пучка света. При этом, вообще говоря, некоторая часть света будет все время проходить через второй поляризатор. Имеются, однако, две ориентации листка целлофана, перпендикулярные друг другу, при которых свет через второй поляризатор не проходит. Ясно, что эти ориентации целлофана не влияют на линейную поляризацию проходящего через него света и должны поэтому совпадать с направлением оптической оси целлофана и перпендикулярным к нему направлением.

Здесь мы предполагаем, что скорость света, проходящего через целлофан, различна для указанных двух направлений поляризации, но само направление поляризации при прохождении света не меняется. Если выбрать промежуточную ориентацию целлофана где-то между двумя главными направлениями, как на фиг. 33.3, то через второй поляризатор пройдет яркий пучок света.

Оказывается, толщина обычного целлофана, используемого в магазинах для упаковки, равна почти точно половине длины волны для большинства цветов в спектральном разложении белого света. Целлофан такой толщины поворачивает направление поляризации линейно поляризованного света на 90° , если это направление в падающем пучке образует угол 45° с оптической осью целлофана. Таким образом, выходящий из целлофана луч обладает как раз такой поляризацией, что может пройти второй поляроид.

Если в нашем опыте использовать пучок белого света, то только для одной компоненты его спектрального разложения толщина целлофана совпадет с половиной длины волны, и пучок, пропущенный вторым поляроидом, будет иметь цвет именно этой компоненты. Цвет пучка, прошедшего через наше устройство, будет зависеть от толщины листа целлофана, а эффективную толщину целлофана мы можем менять, наклоняя листок под некоторым углом и таким образом заставляя свет проходить больший путь внутри целлофана. При наклоне листка целлофана цвет пропущенного пучка меняется. Используя целлофан разной толщины, можно сконструировать фильтры, пропускающие лучи вполне определенного цвета. Эти фильтры обладают тем замечательным свойством, что они пропускают один цвет, когда оси двух поляроидов перпендикулярны, и дополнительный к нему цвет, когда оси поляроидов параллельны.

Системы ориентированных молекул имеют еще одно, на этот раз вполне практическое применение. Некоторые пластики состоят из очень длинных и сложных молекул, скрученных между собой. При очень тщательном проведении процесса затвердевания пластика молекулы, скручиваясь, образуют сплошную массу и ориентируются равномерно в самых разных направлениях, так что пластик обычно не проявляет свойства двойного лучепреломления. Но при затвердевании часто образуются дефекты и напряжения, которые приводят к некоторой неоднородности материала. Напряжения, возникающие в пластике, как бы вытягивают целую связку молекул, и молекулярные нити ориентируются преимущественно вдоль направления натяжения. Благодаря внутренним напряжениям пластик становится двоякопреломляющим, и эффект двойного лучепреломления можно наблюдать, пропуская через него поляризованный свет. Анализируя пропущенный пластиком пучок с помощью поляроида, мы заметим темные и светлые полосы (окрашенные в разные цвета, если берется пучок белого света). Если образец подвергнуть растяжению, вся совокупность полос начинает сдвигаться, а подсчитав полосы и определив место их наибольшего скопления, можно найти внутренние напряжения, возникающие в образце. Инженеры обычно используют

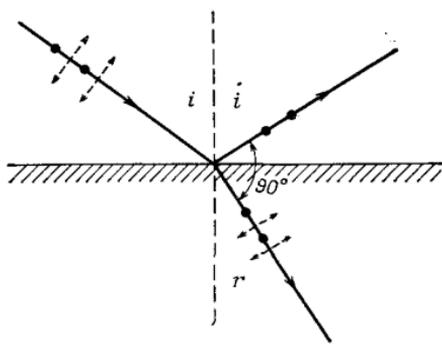
это явление как способ определения напряжений в деталях, форма которых трудно поддается расчету.

Еще один интересный пример — двойное лучепреломление в жидкостях. Рассмотрим жидкость, состоящую из длинных асимметричных молекул, которые несут вблизи своих концов распределенный положительный или отрицательный заряд, т. е. молекулы являются электрическими диполями. Сталкиваясь, молекулы в жидкости принимают любую ориентацию, причем какого-либо преимущественного направления ориентации не существует. Но если приложить электрическое поле, молекулы начнут выстраиваться вдоль поля и в этот самый момент жидкость становится двоякопреломляющей средой. Взяв два поляроида и прозрачную ячейку с жидкостью такого сорта, можно создать устройство, которое пропускает свет только при включении электрического поля. В результате мы получаем электрический переключатель для света, который называют *ячейкой Керра*. А сам эффект, когда в жидкости возникает двойное лучепреломление под действием электрического поля, называется *эффектом Керра*.

§ 4. Поляризаторы

До сих пор мы говорили о средах, показатель преломления которых различен для разных направлений поляризации падающего светового пучка. Большое значение для практических применений имеют и другие среды, у которых в зависимости от поляризации света меняется не только показатель преломления, но и коэффициент поглощения. Как и в случае двойного лучепреломления, легко понять, что поглощение может зависеть от направления вынужденных колебаний зарядов только в анизотропных средах. Первый, старый, ставший уже знаменитым пример — это турмалин, а другой — поляроид. Поляроид состоит из тонкого слоя маленьких кристаллов герапатита (соль йода и хинина), выстроенных своими осями параллельно друг другу. Эти кристаллы поглощают свет, когда колебания происходят в одном каком-то направлении, и почти не поглощают света, когда колебания совершаются в другом направлении.

Направим на поляроид пучок света, поляризованный под углом θ к его оси. Какая интенсивность будет у пучка, прошедшего через поляроид? Разложим наш пучок света на две компоненты: одну с поляризацией, перпендикулярной той, которая проходит без ослабления (она пропорциональна $\sin \theta$), и вторую — продольную компоненту, пропорциональную $\cos \theta$. Через поляроид пройдет только часть, пропорциональная $\cos \theta$; компонента, пропорциональная $\sin \theta$, поглотится. Амплитуда



Ф и г. 33.4. Отражение линейно поляризованного света под углом Брюстера.

Направление поляризации дается пунктирными стрелками: круглые точки изображают поляризацию, перпендикулярную плоскости страницы.

света, прошедшего через поляроид, меньше амплитуды падающего света и получается из нее умножением на $\cos \theta$. Интенсивность света пропорциональна квадрату $\cos \theta$. Таким образом, если падающий свет поляризован под углом θ к оси поляроида, пропускаемая поляризатором доля интенсивности составляет $\cos^2 \theta$ от полной. Доля интенсивности, поглощаемая в поляроиде, есть, разумеется, $\sin^2 \theta$.

Интересный парадокс возникает в следующем опыте. Известно, что два поляроида с осями, расположенными перпендикулярно друг другу, не пропускают света. Но если *между* такими поляроидами поместить третий, ось которого направлена под углом 45° к осям двух других, часть света пройдет через нашу систему. Как мы знаем, поляроид только поглощает свет, создать свет он не может. Тем не менее, поставив третий поляроид под углом 45° , мы увеличиваем количество прошедшего света. Вы можете сами проанализировать это явление в качестве упражнения.

Одно из интереснейших поляризационных явлений, возникающее не в сложных кристаллах и всяких специальных материалах, а в простом и очень хорошо знакомом случае, — это отражение от поверхности. Кажется невероятным, но при отражении от стекла свет может поляризоваться, и объяснить физически такой факт весьма просто. На опыте Брюстер показал, что отраженный от поверхности свет полностью поляризован, если отраженный и преломленный в среде лучи образуют прямой угол. Этот случай показан на фиг. 33.4.

Если падающий луч поляризован в плоскости падения, отраженного луча не будет совсем. Отраженный луч возникает только при условии, что падающий луч поляризован перпендикулярно плоскости падения. Причину этого явления легко понять. В отражающей среде свет поляризован перпендикулярно направлению движения луча, а мы знаем, что именно движение зарядов в отражающей среде генерирует исходящий из нее луч, который называют отраженным. Появление этого так называемого отраженного луча объясняется не просто тем, что

падающий луч отражается; мы теперь уже знаем, что падающий луч возбуждает движение зарядов в среде, а оно в свою очередь генерирует отраженный луч.

Из фиг. 33.4 ясно, что только колебания, перпендикулярные плоскости страницы, дают излучение в направлении отраженного луча, а следовательно, отраженный луч поляризован перпендикулярно плоскости падения. Если же падающий луч поляризован в плоскости падения, отраженного луча не будет совсем.

Это явление легко продемонстрировать при отражении линейно поляризованного луча от плоской стеклянной пластинки. Поворачивая пластинку под разными углами к направлению падающего поляризованного луча, можно заметить резкий спад интенсивности при значении угла, равном углу Брюстера. Это падение интенсивности наблюдается только в том случае, когда плоскость поляризации совпадает с плоскостью падения. Если же плоскость поляризации перпендикулярна плоскости падения, заметного спада интенсивности отраженного света не наблюдается.

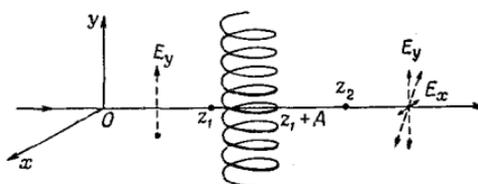
§ 5. Оптическая активность

Интереснейший поляризационный эффект был обнаружен в материалах, молекулы которых не обладают зеркальной симметрией; это молекулы в виде штопора, перчатки с одной руки или вообще какой-то формы, которая при отражении в зеркале переходит в другую форму, подобно тому как перчатка с левой руки в этом случае принимает вид перчатки с правой. Предположим, что все вещество состоит из молекул одной формы, т. е. в веществе нет молекул, которые являлись бы зеркальными отражениями других. Тогда в этом веществе возникает замечательное явление, называемое *оптической активностью*, — направление поляризации линейно поляризованного света при прохождении через вещество поворачивается вокруг оси пучка.

Чтобы разобраться в явлении оптической активности, надо вывести ряд формул, но суть дела можно понять и качественно, без всяких вычислений. Возьмем асимметричную молекулу в форме спирали, показанную на фиг. 33.5. Оптическая активность появляется не обязательно для молекул именно такой формы, но пример спирали наиболее прост и типичен для случая, когда нет зеркальной симметрии.

Фиг. 33.5. Молекула, форма которой не обладает зеркальной симметрией.

На молекулу падает пучок света, линейно поляризованный в направлении оси y .



Пусть на молекулу падает луч света, линейно поляризованный вдоль оси y , тогда электрическое поле вызывает движение зарядов вверх и вниз по спирали, так что в направлении y возникает ток и происходит излучение электрического поля E_y , поляризованного опять-таки вдоль оси y . Если, однако, электроны могут двигаться только вдоль спирали, появится составляющая тока вдоль оси x . Когда ток течет вверх по спирали, в точке z_1 он движется к плоскости рисунка, а в точке $z_1 + A$ — от плоскости (здесь A — диаметр молекулярной спирали). Кажется бы, x -составляющая тока не дает никакого излучения, потому что на противоположных сторонах витка спирали ток течет в прямо противоположном направлении. Однако если взять x -составляющую электрического поля, приходящего в точку $z = z_2$, мы увидим, что ток в точке $z = z_1 + A$ и ток в точке $z = z_1$ создают поля в точке z_2 с интервалом времени A/c и, следовательно, с разностью фаз $\pi + \omega A/c$. Поскольку разность фаз в точности не равна π , поля не могут взаимно погаситься и остается небольшая x -компонента электрического поля, вызванная движением электронов в молекуле, хотя первоначальное падающее поле имело только y -компоненту. Складывая малую компоненту по оси x и большую компоненту по оси y , получаем результирующее поле под небольшим углом к оси y (первоначальному направлению поляризации). При движении луча света через среду направление поляризации поворачивается вокруг оси луча. Нарисовав молекулы в разных положениях и определив токи, индуцированные падающим электрическим полем, можно убедиться, что появление оптической активности и направление вращения не зависят от ориентации молекул.

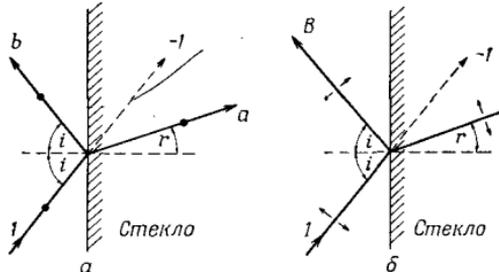
Примером среды, обладающей оптической активностью, является обычная патока. Для демонстрации явления берут поляризатор, дающий на выходе линейно поляризованный луч, прозрачный сосуд с патокой и второй поляризатор, служащий для определения вращения плоскости поляризации.

§ 6. Интенсивность отраженного света

Рассмотрим здесь количественную зависимость коэффициента отражения от угла падения. На фиг. 33.6, *a* показан пучок света, падающий на поверхность стеклянной пластинки, от которой он частично отражается, а остальная его часть преломляется и уходит в глубь стекла. Пусть падающий луч имеет единичную амплитуду и линейно поляризован перпендикулярно плоскости рисунка. Обозначим амплитуду отраженной волны буквой b , а амплитуду преломленной — буквой a . Отраженная и преломленная волны будут, разумеется, линейно поляризованы, а направления электрического поля в падающей, отра-

Фиг. 33.6. Падающая волна единичной амплитуды отражается и преломляется на поверхности стекла.

a — падающая волна поляризована по нормали к плоскости страницы; *b* — падающая волна поляризована в направлении, указанном пунктирной стрелкой.



женной и преломленной волнах параллельны друг другу. На фиг. 33.6, *b* показана подобная же ситуация, но в предположении, что падающий луч поляризован в плоскости рисунка. Здесь через *B* и *A* обозначены соответственно амплитуды отраженной и преломленной волн.

Мы хотим вычислить интенсивности отраженного луча в обоих случаях, приведенных на фиг. 33.6. Как мы уже знаем, в случае, показанном на фиг. 33.6, *b*, отраженной волны не возникает, если угол между отраженным и преломленным лучами прямой, но нам хотелось бы получить количественный результат — точную формулу для амплитуд *B* и *b* как функций угла падения *i*. Полезно усвоить следующий принцип. Индуцированные в стекле токи генерируют две волны. Прежде всего они создают волну отражения. Далее, если бы в стекле токов не было, падающая волна прошла бы его насквозь, не меняя направления. Вспомним, что все заряды во Вселенной создают некое результирующее поле. Источник, создавший падающий пучок, дает поле единичной амплитуды, которое само по себе должно было бы проходить внутрь стекла по пунктирной линии (см. фиг. 33.6). Но это поле внутри стекла не наблюдается, а, следовательно, токи, возбуждаемые в стекле, должны излучать поле с амплитудой -1 вдоль той же пунктирной линии. Это позволяет вычислить амплитуды преломленных волн *a* и *A*.

Из фиг. 33.6, *a* видно, что поле с амплитудой *b* создается движением зарядов стекла, а внутри стекла это же движение дает поле с амплитудой *a*; следовательно, амплитуда *b* пропорциональна амплитуде *a*. Далее, если отвлечься от направления поляризации, можно было бы предположить, что отношение B/A равно отношению b/a , так как обе схемы на фиг. 33.6 можно считать одинаковыми. На самом деле это не совсем правильно, потому что на фиг. 33.6, *b* в отличие от ситуации, изображенной на фиг. 33.6, *a*, направления поляризаций не параллельны друг другу. В создании амплитуды *B* эффективно участвует только компонента *A*, параллельная *B*, т. е. $A \cos(i + r)$. Правильное соотношение пропорциональности выглядит поэтому так:

$$\frac{b}{a} = \frac{B}{A \cos(i + r)}. \quad (33.1)$$

Теперь немного схитрим. Как мы знаем, на обоих рисунках фиг. 33.6 электрическое поле в стекле вызывает движение зарядов, которое генерирует поле с амплитудой, равной -1 , поляризованное точно так же, как и в падающем луче, и распространяющееся вдоль пунктирной линии. Но из фиг. 33.6, б видно, что только перпендикулярная пунктирной линии компонента A дает полю необходимую поляризацию, тогда как на фиг. 33.6, а в создании поля на пунктирной линии эффективно участвует вся амплитуда a , поскольку ее поляризация параллельна поляризации поля с амплитудой -1 . Следовательно, справедливо соотношение

$$\frac{A \cos(i-r)}{a} = \frac{-1}{-1}, \quad (33.2)$$

так как обе амплитуды в левой части (33.2) создают волны с амплитудой -1 .

Разделив (33.1) на (33.2), получаем

$$\frac{B}{b} = \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}. \quad (33.3)$$

Проверим правильность этого результата на уже известном нам факте. Положив $(i+r) = 90^\circ$, из (33.3) получим $B = 0$, что и было найдено в свое время Брюстером; таким образом, наш результат по крайней мере не содержит очевидной ошибки.

По предположению падающая волна имеет единичную амплитуду; тогда $|B|^2/1^2$ есть коэффициент отражения лучей, поляризованных в плоскости падения, а $|b|^2/1^2$ — коэффициент отражения лучей, поляризованных перпендикулярно плоскости падения. Отношение этих двух коэффициентов определяется с помощью формулы (33.3).

А теперь сотворим чудо и вычислим не только отношение, но и каждый коэффициент $|B|^2$ и $|b|^2$ в отдельности! Из закона сохранения энергии вытекает, что энергия преломленной волны должна быть равна энергии падающей волны минус энергия отраженной волны, т. е. $1 - |B|^2$ в одном случае и $1 - |b|^2$ — в другом. Более того, энергия света, прошедшего внутрь стекла в случае, показанном на фиг. 33.6, а, и такая же энергия в случае фиг. 33.6, б относятся как квадраты амплитуд преломленных волн: $|A|^2/|a|^2$. Возникает вопрос, возможно ли вычислить энергию волны в стекле, если кроме энергии электрического поля, вообще говоря, имеется и энергия движения атомов. Однако ясно, что любой вклад в полную энергию должен быть пропорционален квадрату амплитуды электрического поля. Следовательно,

$$\frac{1 - |B|^2}{1 - |b|^2} = \frac{|A|^2}{|a|^2}. \quad (33.4)$$

Подставим сюда соотношение (33.2) и исключим A/a в написанном выражении, а величину B выразим через b с помощью формулы (33.3):

$$\frac{1 - |b|^2 \frac{\cos^2(i+r)}{\cos^2(i-r)}}{1 - |b|^2} = \frac{1}{\cos^2(i-r)}. \quad (33.5)$$

Здесь неизвестной величиной остается только b . Разрешая уравнение относительно $|b|^2$, получаем

$$|b|^2 = \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} \quad (33.6)$$

и, воспользовавшись (33.3), находим

$$|B|^2 = \frac{\operatorname{tg}^2(i-r)}{\operatorname{tg}^2(i+r)}. \quad (33.7)$$

Таким образом, мы нашли коэффициент отражения $|b|^2$ для падающей волны, поляризованной перпендикулярно плоскости падения, и коэффициент отражения $|B|^2$ для волны, поляризованной в плоскости падения!

Используя подобные приемы доказательства, можно пойти дальше и вывести, что b действительно. Для доказательства рассмотрим случай, когда свет приходит одновременно с обеих сторон поверхности стекла (ситуация, трудно осуществимая на опыте, но забавная в теоретическом отношении). Анализируя этот общий случай, можно убедиться в действительности величины b , откуда следует, что $b = \pm \sin(i-r)/\sin(i+r)$. Если взять очень тонкий слой, в котором отражение происходит от обеих поверхностей, и вычислить интенсивность отраженного света, то можно установить даже знак b . Доля света, отраженного тонким слоем, нам известна, поскольку мы знаем ток, генерируемый в таком слое, и даже получили формулу для поля, создаваемого током. Эти аргументы приводят к соотношениям

$$b = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}, \quad B = -\frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)}. \quad (33.8)$$

Формулы (33.8) для коэффициентов отражения как функций углов падения и преломления называются *формулами Френеля*.

В пределе, когда углы i и r стремятся к нулю, т. е. в случае падения по нормали, мы получаем $B^2 \approx b^2 \approx (i-r)^2/(i+r)^2$ для обеих поляризаций, поскольку и синусы, и тангенсы в этих условиях практически равны углам. Но, как мы уже знаем, $\sin i/\sin r = n$, а для малых углов $i/r \approx n$. Отсюда совсем просто вывести, что коэффициент отражения в случае падения по нормали равен

$$B^2 = b^2 = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}.$$

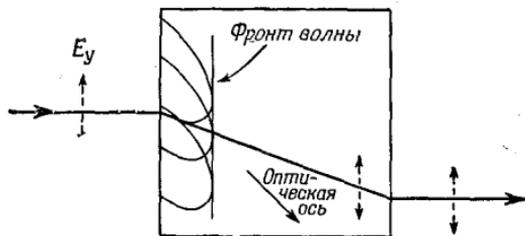
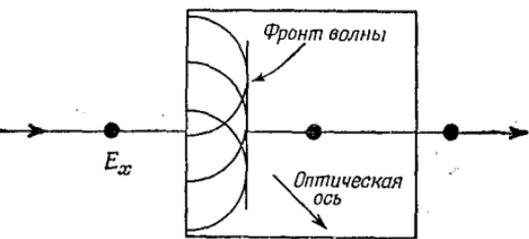
Интересно вычислить, например, коэффициент отражения для воды. В этом случае $n = 4/3$ и коэффициент отражения равен $(1/2)^2 \approx 2\%$. При падении лучей по нормали к поверхности от воды отражается только 2% всей энергии.

§ 7. Аномальное преломление

Последним рассмотрим поляризационное явление, которое исторически было обнаружено самым первым,— аномальное преломление света. Моряки, побывавшие в Исландии, привозили в Европу кристаллы исландского шпата (CaCO_3), которые обладали тем забавным свойством, что рассматриваемые сквозь них предметы как бы двоились, т. е. получалось два изображения предмета. Это явление привлекло внимание Гюйгенса и сыграло важную роль в открытии поляризации света. Как часто бывает, найденные раньше других явления оказываются в конечном счете наиболее трудными для объяснения. Обычно лишь после того, как физическая идея становится понятной в мельчайших подробностях, можно подобрать явления, иллюстрирующие эту идею наиболее просто и наглядно.

Аномальное преломление представляет собой частный случай уже изученного нами явления двойного лучепреломления. Аномальное преломление возникает тогда, когда оптическая ось, т. е. большая ось асимметричных молекул, не параллельна поверхности кристалла.

На фиг. 33.7 изображены два двоякопреломляющих кристалла и показано направление оптической оси. На верхнем рисунке падающий луч линейно поляризован в направлении, перпендикулярном оптической оси кристалла. Когда луч попадает на поверхность кристалла, каждая точка поверхности служит источником новой волны, распространяющейся внутри кристалла



Ф и г. 33.7. Путь обыкновенного луча (вверху) и путь необыкновенного луча (внизу) в двоякопреломляющем кристалле.

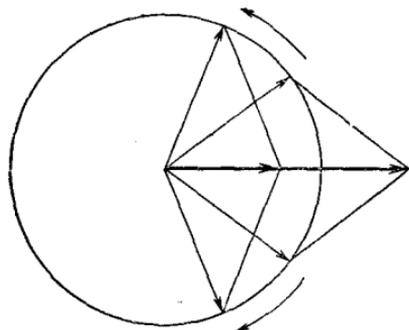
Оптическая ось лежит в плоскости страницы.

скоростью v_{\perp} (скоростью света в кристалле, поляризация которого перпендикулярна направлению оптической оси). Волновой фронт представляется просто огибающей всех этих маленьких сферических волн, он движется прямо сквозь кристалл. Такое поведение света считается обычным, а соответствующий луч называется *обыкновенным лучом*.

На нижнем рисунке фиг. 33.7 поляризация падающего луча повернута на 90° , так что оптическая ось лежит в плоскости поляризации. Рассмотрим теперь маленькие волны, идущие от поверхности кристалла; они уже не сферические, как в предыдущем случае. Свет вдоль оптической оси движется со скоростью v_{\perp} , потому что поляризация перпендикулярна оптической оси, а свет, движущийся перпендикулярно оси, распространяется со скоростью v_{\parallel} , поскольку поляризация и оптическая ось параллельны. В двоякопреломляющем материале $v_{\parallel} \neq v_{\perp}$, и на нашем рисунке выбран случай $v_{\parallel} < v_{\perp}$. Более подробный анализ показывает, что волны у поверхности кристалла имеют форму эллипсоидов, большая ось которых совпадает с оптической осью кристалла. Огибающая этих эллиптических волн — волновой фронт — движется через кристалл, как показано на нижнем рисунке фиг. 33.7. У задней поверхности кристалла луч отклоняется на тот же угол, что и у передней, и выходит параллельно падающему лучу, сместившись на некоторое расстояние. Совершенно очевидно, что этот луч не подчиняется закону Снелла и движется довольно необычно. Поэтому его называют *необыкновенным лучом*.

Если на аномально преломляющий кристалл направить неполяризованный пучок света, он разделится на два луча: обыкновенный, движущийся прямо через кристалл по обычным законам, и необыкновенный, который, пройдя через кристалл, смещается относительно падающего луча. Оба прошедших через кристалл луча линейно поляризованы перпендикулярно друг другу. Этот факт легко установить опытным путем, используя поляризатор для определения поляризации вышедших из кристалла лучей света. Можно также подтвердить правильность нашей интерпретации, посылая на кристалл линейно поляризованный луч. Выбирая нужную ориентацию поляризации падающего пучка, мы в одном случае увидим луч, прошедший прямо сквозь кристалл, а в другом — единственный сместившийся луч.

На фиг. 33.1 и 33.2 были представлены самые разные поляризации в виде суперпозиции двух основных, а именно поляризаций по осям x и y с разными амплитудами и фазами. Вместо них можно выбрать и другие пары основных поляризаций. Один из возможных примеров представляют собой поляризации по двум перпендикулярным осям x' и y' , повернутым относительно x и y (можно также любую поляризацию представить как суперпозицию случаев a и d на фиг. 33.2). Оказывается, эту

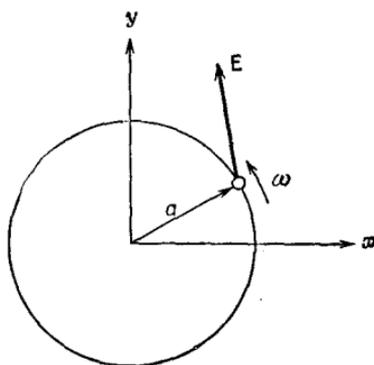


Ф и г. 33.8. Два вектора одной длины, вращающиеся в противоположные стороны, дают при сложении вектор, направление которого не меняется, а амплитуда осциллирует.

мысль можно еще продолжить. Например, любую *линейную* поляризацию можно представить в виде суперпозиции *правой* и *левой круговой* поляризации с соответствующими амплитудами и фазами (случаи *в* и *ж* на фиг. 33.2), поскольку два равных вектора, вращающихся в разные стороны, при сложении дают вектор, осциллирующий вдоль прямой линии (фиг. 33.8).

Если фазы вращающихся векторов разные, прямая будет наклонена. Таким образом, все графики фиг. 33.1 можно назвать «суперпозициями равного количества право- и левополяризованного света при разных сдвигах фаз». Когда левополяризованный свет отстает по фазе от правополяризованного, направление линейной поляризации меняется. Поэтому оптически активные среды можно в некотором смысле назвать *двокопреломляющими*. Свойство оптической активности можно характеризовать и по-другому, говоря, что такие среды имеют разные показатели преломления для света правой и левой круговой поляризации. Суперпозиция право- и левополяризованного света с разными амплитудами дает эллиптически поляризованный свет.

Свет с круговой поляризацией обладает интересным свойством — он переносит *момент количества движения* (взятый относительно направления луча). Чтобы пояснить это утверждение, предположим, что поляризованный по кругу свет падает



Ф и г. 33.9. Действие света с круговой поляризацией на вращающийся заряд.

на атом, который представляет собой гармонический осциллятор, способный колебаться в любом направлении в плоскости xu . Тогда смещение электрона по оси x отвечает компоненте поля E_x , а смещение по оси u отвечает компоненте E_u , равной по величине, но отстающей по фазе на 90° . Это означает, что электрон под действием вращающегося электрического поля световой волны (фиг. 33.9) будет двигаться по окружности с угловой скоростью ω .

Направление вектора смещения электрона \mathbf{a} в зависимости от восприимчивости осциллятора к действующей на него силе не обязательно совпадает с направлением силы $q_e \mathbf{E}$, но тем не менее оба вектора вращаются одновременно друг с другом. Напряженность поля \mathbf{E} , вообще говоря, имеет компоненту, перпендикулярную смещению электрона \mathbf{a} , так что над системой совершается работа, а кроме того на нее действует крутящий момент τ . Работа, которую он совершает в 1 сек, равна $\tau\omega$. За период T системе передается энергия $\tau\omega T$, причем τT есть момент количества движения, поглощаемый вместе с энергией излучения. Мы видим, таким образом, что *луч света правой круговой поляризации, энергия которого равна \mathcal{E} , переносит момент количества движения (вектор которого лежит вдоль направления распространения луча), равный по величине \mathcal{E}/ω* . Действительно, если луч правополяризованного света поглощается веществом, поглотителю передается порция момента количества движения, равная \mathcal{E}/ω . Левополяризованный свет несет момент противоположного знака, т. е. $-\mathcal{E}/\omega$.

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ИЗЛУЧЕНИИ

§ 1. Движущиеся источники

В этой главе мы расскажем еще о ряде эффектов, связанных с излучением, и на этом закончим изложение классической теории света. Проведенный нами в предыдущих главах анализ световых явлений был достаточно полным и подробным. Однако мы не коснулись одного важного в приложениях процесса электромагнитного излучения — мы не исследовали поведения радиоволн в ящике с отражающими стенками размером порядка длины волны или радиоволн, пропускаемых через длинную трубу. Явления, возникающие в так называемых *полых резонаторах* и *волноводах*, мы обсудим позднее, причем прежде мы их проиллюстрируем на другом физическом примере — на примере звука. А в остальном изучение классической теории света заканчивается этой главой.

Для всех эффектов, о которых здесь пойдет речь, характерно то, что они связаны с *движением источника*. Мы не будем больше предполагать, что смещение источника незначительно и его движение происходит с относительно малой скоростью возле фиксированной точки.

Вспомним, что, согласно основным законам электродинамики, электрическое поле на больших расстояниях от движущегося заряда дается формулой

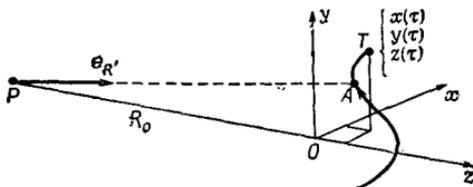
$$\mathbf{E} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{d^2 \mathbf{e}_{R'}}{dt^2}. \quad (34.1)$$

Определяющей величиной здесь является вторая производная единичного вектора $\mathbf{e}_{R'}$, направленного к кающемуся положению заряда. Единичный вектор характеризует положение заряда, конечно, не в *тот же* момент времени,

- § 1. Движущиеся источники
- § 2. Определение „кающегося“ движения
- § 3. Синхротронное излучение
- § 4. Космическое синхротронное излучение
- § 5. Тормозное излучение
- § 6. Эффект Доплера
- § 7. Четырех-вектор (ω, \mathbf{k})
- § 8. Аберрация
- § 9. Импульс световой волны

Ф и в. 34.1. Траектория движущегося заряда.

Истинное положение в момент времени τ есть T , положение при учете запаздывания есть A .



а то место, где находился бы заряд, если учесть конечную скорость передачи информации от заряда к наблюдателю.

Вместе с электрическим полем возникает магнитное поле, направленное всегда перпендикулярно электрическому и кающемуся положению заряда. Оно дается формулой

$$\mathbf{B} = -\mathbf{e}_{R'} \times \frac{\mathbf{E}}{c}. \quad (34.2)$$

Мы рассматривали до сих пор случай нерелятивистских скоростей, когда движением в направлении источника можно было пренебречь. Обратимся теперь к общему случаю произвольных скоростей и посмотрим, какие эффекты возникают в этих условиях. Итак, пусть движение происходит с любой скоростью, но расстояние от детектора до источника по-прежнему велико.

В гл. 28 мы уже говорили, что в производную $d^2\mathbf{e}_{R'}/dt^2$ входит только изменение направления $\mathbf{e}_{R'}$. Пусть заряд находится в точке с координатами (x, y, z) и ось z лежит вдоль линии наблюдения (фиг. 34.1). В данный момент времени τ координаты заряда есть $x(\tau)$, $y(\tau)$ и $z(\tau)$. Расстояние R с большой точностью равно $R(\tau) = R_0 + z(\tau)$. Направление вектора $\mathbf{e}_{R'}$ зависит главным образом от x и y и почти совсем не зависит от z . Поперечные компоненты единичного вектора равны x/R и y/R ; дифференцируя их, мы получаем члены, содержащие R^2 в знаменателе:

$$\frac{d(x/R)}{dt} = \frac{dx/dt}{R} - \frac{dz}{dt} \frac{x}{R^2}.$$

Таким образом, на достаточно больших расстояниях существенны только члены с производными x и y . Отсюда

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2 R_0} \frac{d^2 x'}{dt^2}, \\ E_y &= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2 R_0} \frac{d^2 y'}{dt^2}, \end{aligned} \quad (34.3)$$

где R_0 примерно равно расстоянию до заряда q ; определим его как расстояние OP до начала координат (x, y, z) . Итак, электрическое поле равно константе, умноженной на очень простую величину — производную координат x и y по t . (Математически можно назвать их поперечными компонентами вектора положения заряда \mathbf{r} , но ясности от этого не прибавится.)

Конечно, нужно всегда помнить, что координаты берутся не в момент наблюдения, а с учетом запаздывания. В данном

случае запаздывание *зависит* и от $z(\tau)$. Чему равно время запаздывания? Обозначим время наблюдения через t (это время в точке наблюдения P), тогда время τ , которое в точке A соответствует времени t , не будет совпадать с t , а отстает от него на промежуток времени, необходимый свету, чтобы пройти все расстояние от заряда до точки наблюдения. В первом приближении время запаздывания равно R_0/c , т. е. постоянной (что неинтересно), а в следующем приближении должно зависеть от z -координаты положения заряда в момент τ , потому что для заряда q , сдвинутого немного назад, запаздывание увеличивается. Этим эффектом мы раньше пренебрегали, если теперь учесть его, то мы получим формулу, пригодную для любых скоростей.

Нам остается выбрать определенное значение t , вычислить с его помощью τ и найти x и y в момент времени τ . Запаздывающие значения x и y обозначим через x' и y' , вторые производные от них определяют поле. Итак, τ определяется из уравнений

$$t = \tau + \frac{R_0}{c} + \frac{z(\tau)}{c}$$

и

$$x'(t) = x(\tau), \quad y'(t) = y(\tau). \quad (34.4)$$

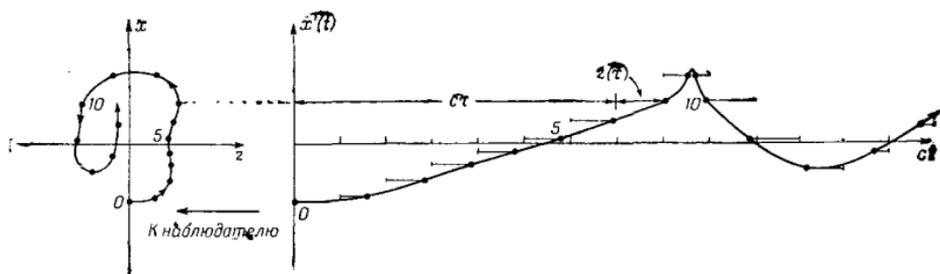
Эти уравнения довольно сложны, но их решение легко получить геометрическим путем. Чертеж даст вам возможность качественно почувствовать, как возникают соотношения, хотя для вывода точных результатов понадобится преодолеть еще немало математических сложностей.

§ 2. Определение «кажущегося» движения

Написанное выше уравнение можно упростить довольно интересным способом. Опустим неинтересный для нас постоянный член R_0/c (это означает только, что мы изменяем начало отсчета времени t на постоянный отрезок) и запишем

$$ct = c\tau + z(\tau), \quad x' = x(\tau), \quad y' = y(\tau). \quad (34.5)$$

Нам нужно найти x' и y' как функции t , а не τ , и это достигается следующим образом: как подсказывает уравнение (34.5), нужно взять истинное движение заряда и добавить время τ , умноженное на константу (скорость света). На фиг. 34.2 показано, что это означает. Возьмем истинную траекторию заряда (показанную слева) и представим себе, что по мере движения заряд удаляется от точки P со скоростью c (здесь нет каких-либо релятивистских сокращений и подобных вещей; это просто математическое добавление $c\tau$). Таким путем получится новая траектория, где по оси абсцисс отложено ct , как показано на рисунке справа. (На рисунке изображена траектория довольно сложного движения в плоскости, но движение может происходить не только в плос-

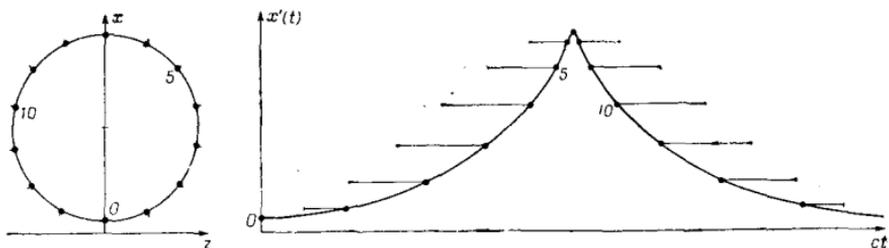


Фиг. 34.2. Геометрический способ определения $x'(t)$ из уравнения (34.5).

кости.) Смысл приведенной процедуры состоит в том, что горизонтальное расстояние в правой части фиг. 34.2 в отличие от левой оказывается равным не z , а $z + ct$, т. е. ct . Мы нашли, таким образом, график изменения x' (и y') в зависимости от t ! Осталось только определить ускорение на кривой, т. е. продифференцировать ее дважды. Отсюда окончательно заключаем: чтобы найти электрическое поле движущегося заряда, нужно взять траекторию движения и заставить двигаться каждую ее точку от точки наблюдения со скоростью c ; полученная кривая дает положения x' и y' как функцию t . Ускорение на этой кривой определит электрическое поле в зависимости от t . Можно, если угодно, представить себе, что вся эта «твердая» кривая движется вперед со скоростью c сквозь плоскость зрения, так что точка пересечения с плоскостью зрения имеет координаты x' и y' . Ускорение этой точки и определит электрическое поле! Полученное решение будет не менее точно, чем формула, из которой мы исходили, — это просто ее геометрическое представление.

Если источник совершает относительно медленное движение, как, например, медленно колеблющийся вверх и вниз осциллятор, то при растягивании этого движения со скоростью света получится простая синусоидальная кривая. Отсюда можно получить формулу для поля, создаваемого осциллирующим зарядом, которую мы видели неоднократно.

Более интересный пример — это электрон, движущийся по окружности со скоростью, близкой к скорости света. Если наблюдатель находится в плоскости движения электрона, запаздывающее движение $x'(t)$ имеет для него вид, изображенный на фиг. 34.3. Что это за кривая? Если мы представим себе радиус-вектор, проведенный из центра окружности к заряду, и если мы продолжим эти радиальные линии чуть-чуть за заряд (совсем капельку, если заряд движется быстро), то мы придем к точке, которая движется со скоростью света c . Поэтому результирующее движение есть движение заряда, прикрепленного к колесу, которое катится назад (без скольжения) со скоростью c ;



Фиг. 34.3. Кривая зависимости $x'(t)$ для частицы, вращающейся по окружности с постоянной скоростью $v=0,94c$.

это дает нам кривую, очень похожую на циклоиду, называется она *гипоциклоидой*.

Когда заряд движется по окружности со скоростью, близкой к скорости света, пики на кривой становятся очень острыми, а при скорости, равной скорости света, они были бы бесконечно острыми. «Бесконечно острые» пики! Очень интересно; это значит, что вблизи такого пика вторая производная очень велика. Один раз в течение каждого периода возникает мощный и резкий импульс электрического поля. Ничего похожего в случае нерелятивистского движения не бывает, там электрическое поле в течение всего периода принимает значения примерно одного и того же порядка. Вместо этого в случае больших скоростей там возникают резкие импульсы электрического поля с интервалом времени $1/T_0$, где T_0 — период обращения. Это сильное электрическое поле излучается в узком конусе около направления движения заряда. Когда же заряд удаляется от точки наблюдения P , производная кривой мала и излучение в направлении P очень слабое.

§ 3. Синхротронное излучение

В синхротроне электроны движутся по окружности с большими скоростями, близкими к скорости света, и описанное излучение можно увидеть как настоящий свет! Обсудим это явление более подробно.

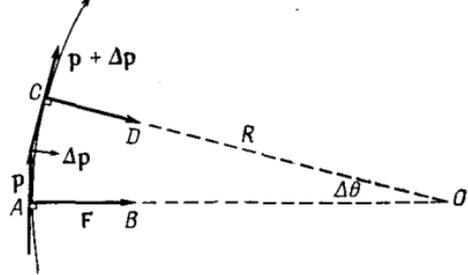
Электроны в синхротроне движутся по окружности в однородном магнитном поле. Давайте установим прежде всего, почему они движутся по окружности. Согласно уравнению (12.40)*, сила, действующая на частицу в магнитном поле, равна

$$\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (34.6)$$

и направлена перпендикулярно полю и скорости. Как обычно, сила равна скорости изменения импульса со временем. Если поле направлено вверх от плоскости страницы, импульс и сила

* Выпуск 1, стр. 222.

Ф и г. 34.4. Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле по окружности (или по спирали).



располагаются так, как показано на фиг. 34.4. Поскольку сила перпендикулярна скорости, кинетическая энергия, а значит, и абсолютная величина скорости остаются *постоянными*. Действие магнитного поля сводится только к изменению *направления движения*. За малый промежуток времени Δt вектор импульса изменится на величину $\Delta \mathbf{p} = \mathbf{F} \cdot \Delta t$, направленную перпендикулярно импульсу, т. е. вектор импульса \mathbf{p} повернется на угол $\Delta \theta = \Delta p/p = qvB\Delta t/p$, так как $|\mathbf{F}| = qv \cdot |\mathbf{B}|$. Но за то же время электрон пройдет расстояние $\Delta s = v\Delta t$. Две прямые, AB и CD , очевидно, пересекутся в точке O , для которой $OA = OC = R$, причем $\Delta s = R\Delta \theta$. Комбинируя написанные формулы, мы получаем $R\Delta \theta/\Delta t = R\omega = v = qvBR/p$, откуда

$$\| pqBR \quad (34.7)$$

и

$$\omega = \frac{qvB}{p}. \quad (34.8)$$

Мы можем повторить это рассуждение в любой последующий промежуток времени и придем, таким образом, к заключению, что частица в магнитном поле должна двигаться по *окружности*, имеющей радиус R , с угловой скоростью ω .

Равенство (34.7), выражающее импульс через произведение заряда, радиуса и магнитного поля, представляет собой очень важный закон, находящий весьма широкое применение. Он имеет большое практическое значение, потому что при наблюдении движения частиц с одинаковыми зарядами в магнитном поле позволяет измерить радиусы кривизны траекторий; зная, кроме того, величину магнитного поля, можно определить, таким образом, импульсы частиц. Умножив обе части (34.7) на c и выразив заряд q через заряд электрона, мы получаем формулу для импульса в единицах *электронвольт (эв)*:

$$pc \text{ (эв)} = 3 \cdot 10^8 \left(\frac{q}{q_e} \right) BR. \quad (34.9)$$

Здесь B , R и скорость света определены в системе единиц СИ, скорость света в этой системе равна численно $3 \cdot 10^8$.

Единица измерения магнитного поля в системе СИ называется *вебер на метр квадратный*. Часто употребляют более

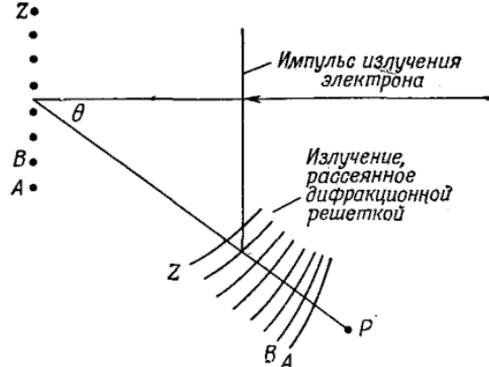
старую единицу — гаусс (гс). Один вебер/м² равен 10⁴ гс. Чтобы дать представление о величине магнитных полей, приведем некоторые цифры. Самое сильное магнитное поле, которое можно создать в железе, порядка 1,5 · 10⁴ гс; при больших полях использовать железо становится невыгодным. В настоящее время электромагниты с обмоткой из сверхпроводящей проволоки позволяют получать постоянное поле напряженностью свыше 10⁵ гс, т. е. 10 ед. СИ. Напряженность магнитного поля Земли у экватора составляет несколько десятых гаусса.

Обратимся снова к формуле (34.9) и возьмем для примера синхротрон, который разгоняет частицы до миллиарда электрон-вольт, т. е. дает частицы с pc , равным 10⁹ эв (ниже мы определим и энергию частиц). Пусть $B = 10^4$ гс, или 1 ед. СИ, т. е. поле достаточно сильное, тогда R оказывается равным 3,3 м. Синхротрон КАЛТЕХА имеет радиус 3,7 м, поле чуть больше взятого нами, а энергию 1,5 млрд. эв (или Гэв), т. е. порядок всех величин тот же самый. Теперь становится понятным, почему синхротроны имеют такие размеры.

Выше мы брали импульс частиц; полная же энергия, включающая энергию покоя, дается формулой $W = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$. Энергия покоя электрона mc^2 равна 0,511 · 10⁶ эв, поэтому при импульсе $pc = 10^9$ эв можно пренебречь величиной $m^2 c^4$ и для всех практических целей пользоваться формулой $W = pc$, справедливой в случае релятивистских скоростей. Фактически нет никакой разницы, когда мы говорим, что энергия электрона равна 1 Гэв или что импульс электрона, умноженный на c , равен 1 Гэв. Когда $W = 10^9$ эв, то, как легко показать, скорость частицы равна скорости света с точностью до одной восьмимиллионной!

Теперь вернемся к излучению, испускаемому такой частицей. Двигаясь по окружности с радиусом 3,3 м и длиной 20 м, частица делает один оборот примерно за то же время, за которое свет проходит 20 м. Поэтому длина волны испускаемого излучения, казалось бы, равна 20 м, т. е. лежит в области коротких радиоволн. Но, как мы уже говорили, возникают пики излучения (см. фиг. 34.3) и из-за того, что скорость электрона отличается от скорости света c на одну восьмимиллионную, ширина пиков пренебрежимо мала по сравнению с расстоянием между ними. Ускорение, определяемое второй производной по времени, приводит к появлению «фактора сокращения» $8 \cdot 10^6$ в квадрате, потому что масштаб времени уменьшается в $8 \cdot 10^6$ раз в области пика и входит он дважды. Поэтому эффективная длина волны должна быть в $64 \cdot 10^{12}$ раз меньше 20 м, что соответствует уже области рентгеновских лучей. (На самом деле эффект определяется значением не в самом пике, а некоторой областью около пика. Это дает вместо квадрата степень $3/2$, но все равно приводит к длинам волн, несколько меньшим, чем в видимом свете.)

Ф и г. 34.5. Падающий на решетку импульс света в форме острого пика после отражения дает в разных направлениях лучи различной окраски.

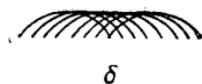
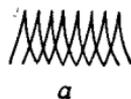


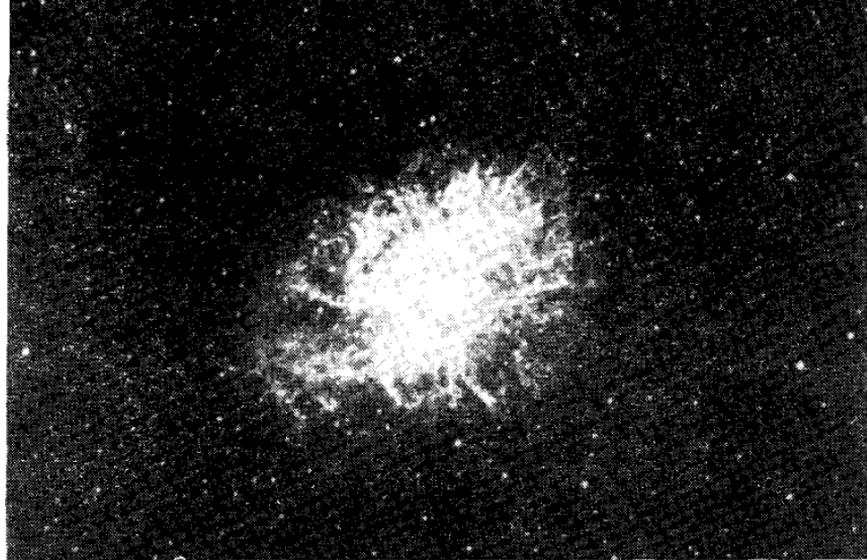
Итак, если даже медленно движущийся электрон излучает радиоволны длиной порядка 20 м , то релятивистские эффекты сокращают длину волны настолько, что мы можем увидеть излучение! Очевидно, свет должен быть поляризован перпендикулярно однородному магнитному полю.

Предположим далее, что мы направили подобный пучок света (импульсы излучения возникают через большие промежутки времени, так что для простоты возьмем один такой импульс) на дифракционную решетку, состоящую из множества рассеивающих линий. Какая картина возникнет после прохождения излучения через решетку? (Казалось бы, мы должны увидеть красные, синие полосы света и т. д., если вообще мы будем видеть свет.) А что мы увидим на самом деле?

Импульс излучения попадает прямо на решетку, и все осцилляторы на линиях решетки начинают одновременно бешено колебаться туда и обратно. При этом они излучают в разных направлениях, как показано на фиг. 34.5. Но точка P расположена ближе к одному концу решетки, и поэтому излучение попадает в нее сначала от A , потом от B и т. д., наконец, последним приходит импульс от самой крайней линии. В итоге совокупность всех отраженных волн принимает такой вид, как показано на фиг. 34.6,а. Это электрическое поле, состоящее из целого ряда импульсов, очень походит на синусоидальную волну, причем длина волны есть расстояние между соседними импульсами, точь-в-точь как у монохроматической волны, падающей на дифракционную решетку! Таким образом, мы действительно увидим свет окрашенным. Но те же аргументы, казалось бы, позволяют думать, что «импульсы» любой формы создадут

Ф и г. 34.6. Суммарное электрическое поле от совокупности острых импульсов (а) и импульсов гладкой формы (б).





Ф и г. 34.7. Крабовидная туманность.
Снято без фильтра.

видимый свет. Нет, это не так. Предположим, что пики гораздо более гладкие; давайте снова сложим все рассеянные волны, разделенные небольшими временными интервалами (фиг. 34.6,б). Тогда мы увидим, что поле почти не испытывает колебаний и представляет собой весьма гладкую кривую, потому что каждый импульс мало меняется за промежуток времени между приходом двух соседних рассеянных волн.

Электромагнитное излучение, испускаемое релятивистской заряженной частицей, которая вращается в магнитном поле, называется *синхротронным излучением*. Происхождение этого названия очевидно, хотя такое излучение возникает не только в синхротронах и даже не только в условиях Земли. Весьма интересно и увлекательно то, что оно возникает и во Вселенной!

§ 4. Космическое синхротронное излучение

К 1054 г. нашей эры китайская и японская цивилизации были одними из самых передовых в мире: китайцы и японцы уже тогда следили за явлениями во Вселенной, и в этот самый год они зафиксировали замечательное событие — внезапное появление яркой звезды. (Любопытно, что ни один из европейских монахов, которые написали в средние века столько книг, и не подумал отметить это событие.) Как выглядит родившаяся звезда в настоящее время, показано на фиг. 34.7. Снаружи видно большое количество красных нитей, которые создаются атомами тонкой газовой оболочки, излучающими при своих

Ф и г. 34.8. Крабовидная туманность.

Снято через синий фильтр и поляризатор. а — электрический вектор направлен вертикально; б — электрический вектор направлен по горизонтали.



собственных частотах; спектр излучения состоит из ярких отдельных линий. Красный цвет обязан своим появлением азоту. А вот в центре светится странное размазанное пятно, излучающее в непрерывном спектре частот, т. е. частоты, свойственные разным атомам, никак не выделены. Пятно это — вовсе не облако пыли, отражающее свет от соседних звезд, что могло бы тоже привести к непрерывному спектру излучения. Сквозь это образование можно увидеть звезды, значит, оно прозрачное и само *излучает* свет.

На фиг. 34.8 показан тот же объект, но теперь снятый в лучах участка спектра, где нет ярких линий, т. е. фактически видна только центральная часть. Кроме того, снимки делались через поляризатор, и два представленных снимка соответствуют двум взаимно перпендикулярным ориентациям поляризатора. Легко заметить, что снимки разные! Таким образом, приходящий к нам свет поляризован. Причина этого эффекта предположительно состоит в том, что в туманности имеется местное магнитное поле, где крутится множество очень быстрых электронов.

Мы только что объяснили, каким образом электроны движутся в поле по окружности. Если к этому движению добавить любое равномерное движение в направлении поля, излучение поля не изменится, поскольку сила $qv \times B$ не имеет компоненты вдоль поля, а синхротронное излучение (как мы уже отмечали) всегда поляризовано под прямым углом к направлению проекции магнитного поля на плоскость зрения.

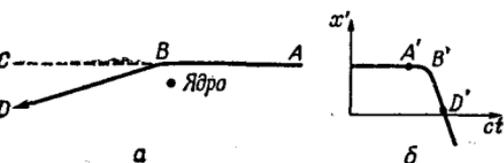
Сопоставляя оба эти факта, мы видим, что на участке, где один снимок светлый, а другой темный, электрическое поле света должно быть полностью поляризовано в одном направлении. Это значит, что перпендикулярно указанному направлению имеется магнитное поле, а в тех участках, где второй снимок имеет светлое пятно, магнитное поле направлено по-другому. При внимательном изучении фиг. 34.8 можно заметить, что здесь имеется, грубо говоря, ряд «линий», идущих в одном на-

правлении на первом снимке и в перпендикулярном к нему направлении на втором снимке. Изображения имеют как бы волокнистую структуру. Можно думать, что магнитные силовые линии продолжают довольно далеко в одном и том же направлении и поэтому, вероятно, возникают вытянутые участки магнитного поля, где электроны закручиваются в одном направлении, а в областях с другим направлением поля электроны закручиваются по-иному.

Почему энергия электронов остается большой столь долгое время? Ведь с момента взрыва прошло уже 900 лет; как же получилось, что электроны крутятся все так же быстро? Причина такой продолжительности всего процесса в целом и сохранения электронами их большой энергии, в частности, до сих пор еще не совсем понятна.

§ 5. Тормозное излучение

Мы кратко расскажем еще об одном интересном эффекте, связанном с излучением быстро движущейся частицы. По существу, этот процесс очень похож на только что описанное излучение. Предположим, что имеется материал, содержащий заряженные частицы и мимо пролетает очень быстрый электрон (фиг. 34.9). Тогда под действием электрического поля ядра электрон будет притягиваться и ускоряться, и на траектории появится изгиб. Чему будет равно излучение электрического поля в направлении C , если скорость электрона близка к скорости света? Вспомним наше правило: мы должны взять истинное движение, перенести его назад со скоростью c , и тогда мы получим кривую, производная которой определяет электрическое поле. Электрон примчался к нам со скоростью v , следовательно, при переносе получается обратное движение и вся траектория сожмется во столько раз, во сколько $c-v$ меньше c . Таким образом, при $1-v/c \ll 1$ кривизна кажущейся траектории в точке B' очень велика, и, взяв вторую производную, мы получаем мощное излучение в направлении движения. Следовательно, при прохождении через среду электроны большой энергии излучают вперед. Это явление называется *тормозным излучением*. На практике синхротроны используются не столько для получения электронов большой



Фиг. 34.9. Быстрый электрон, пролетающий вблизи от ядра, излучает в направлении своего движения.

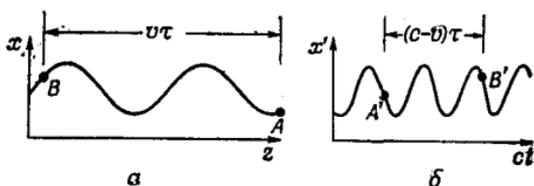
энергии (возможно, если бы их лучше умели выводить из синхротрона, мы бы этого не стали говорить), сколько для рождения энергичных фотонов, или γ -квантов, в процессе прохождения электронов через плотные мишени, где они испускают тормозное излучение.

§ 6. Эффект Доплера

Рассмотрим теперь ряд других эффектов, связанных с движением источника. Пусть источник представляет собой покоящийся атом, колеблющийся со своей обычной частотой ω_0 . Частота наблюдаемого света тогда будет равна ω_0 . Но возьмем другой пример: пусть такой же атом колеблется с частотой ω_1 и в то же время весь атом, весь осциллятор как целое движется со скоростью v по направлению к наблюдателю. Тогда истинное движение в пространстве будет таким, как изображено на фиг. 34.10,а. Используем наш обычный прием и добавим ct , т. е. сместим всю кривую назад и получим колебания, представленные на фиг. 34.10,б. За промежуток времени τ осциллятор проходит расстояние $v\tau$, а на графике с осями x' и y' соответствующее расстояние равно $(c-v)\tau$. Таким образом, число колебаний с частотой ω_1 , которое укладывалось в интервал $\Delta\tau$, на новом чертеже укладывается теперь уже в интервал $\Delta\tau = (1-v/c)\Delta\tau$; осцилляции сжимаются, и, когда новая кривая будет двигаться мимо нас со скоростью c , мы увидим свет *более высокой частоты*, увеличенной за счет фактора сокращения $(1-v/c)$. Итак, наблюдаемая частота равна

$$\omega = \frac{\omega_1}{1-v/c}. \quad (34.10)$$

Можно, конечно, объяснить этот эффект и другими способами. Пусть, например, тот же атом испускает не синусоидальную волну, а короткие импульсы (пиц, пип, пип, пип) с некоторой частотой ω_1 . С какой частотой мы будем их воспринимать? Первый импульс к нам придет спустя определенное время, а второй импульс придет уже через более короткое время, потому что атом за это время успел к нам приблизиться. Следовательно, промежуток времени между сигналами «пип» сократился за счет движения атома. Анализируя эту картину с геометрической точки зрения, мы приходим к выводу, что частота импульсов увеличивается в $1/(1-v/c)$ раз.



Фиг. 34.10. Движение осциллятора в плоскости $x-z$ и в плоскости $x'-t$.

Будет ли наблюдаться частота $\omega = \omega_0/(1 - v/c)$, если атом с собственной частотой ω_0 движется со скоростью v к наблюдателю? Нет. Нам хорошо известно, что собственная частота движущегося атома ω_1 и частота покоящегося атома ω_0 — не одно и то же из-за релятивистского замедления хода времени. Так что если ω_0 — собственная частота покоящегося атома, то частота движущегося атома будет равна

$$\omega_1 = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (34.11)$$

Поэтому наблюдаемая частота ω окончательно равна

$$\omega = \frac{\omega_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - v/c}. \quad (34.12)$$

Изменение частоты, возникающее в таком случае, называется *эффектом Доплера*: если излучающий объект движется на нас, излучаемый им свет кажется более синим, а если он движется от нас, свет становится более красным.

Приведем еще два других вывода этого интересного и важного результата. Пусть теперь покоящийся *источник* излучает с частотой ω_0 , а *наблюдатель* движется со скоростью v к источнику. За время t наблюдатель сдвинется на новое расстояние vt от того места, где он был при $t = 0$. Сколько радиан фазы пройдет перед наблюдателем? Прежде всего, как и мимо любой фиксированной точки, пройдет $\omega_0 t$, а также некоторая добавка за счет движения источника, а именно $vt k_0$ (это есть число радиан на метр, умноженное на расстояние).

Отсюда число радиан за единицу времени, или наблюдаемая частота, равно $\omega_1 = \omega_0 + k_0 v$. Весь этот вывод был произведен с точки зрения покоящегося наблюдателя; посмотрим, что увидит движущийся наблюдатель. Здесь мы снова должны учесть разницу в течении времени для наблюдателя в покое и движении, а это значит, что мы должны разделить результат на $\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Итак, пусть k_0 есть волновое число (количество радиан на метр в направлении движения), а ω_0 — частота; тогда частота, регистрируемая движущимся наблюдателем, равна

$$\omega = \frac{\omega_0 + k_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (34.13)$$

Для света мы знаем, что $k_0 = \omega_0/c$. Следовательно, в рассматриваемом примере искомое соотношение имеет вид

$$\omega = \frac{\omega_0 (1 + v/c)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (34.14)$$

и, казалось бы, не похоже на (34.12)!

Отличается ли частота, наблюдаемая при нашем движении к источнику, от частоты, наблюдаемой при движении источника к нам? Конечно, нет! Теория относительности утверждает, что обе частоты должны быть в *точности равны*. Если бы мы были достаточно математически подготовлены, то могли бы убедиться, что оба математических выражения в *точности равны*! В действительности *требование равенства* обоих выражений часто используется для вывода релятивистского замедления времени, потому что без квадратных корней равенство сразу нарушается.

Раз уж мы начали говорить о теории относительности, приведем еще и третий способ доказательства, который покажется, пожалуй, более общим. (Суть дела остается прежней, ибо не играет роли, *каким способом* получен результат!) В теории относительности имеется связь между положением в пространстве и временем, определяемым одним наблюдателем, и положением и временем, определяемым другим наблюдателем, движущимся относительно первого. Мы уже выписывали эти соотношения (гл. 16)*. Они представляют собой *преобразования Лоренца*, прямые и обратные:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x + vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, & x &= \frac{x' - vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \\ t' &= \frac{t + vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, & t &= \frac{t' - vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{aligned} \quad (34.15)$$

Для неподвижного наблюдателя волна имеет вид $\cos(\omega t - kx)$; все гребни, впадины и нули описываются этой формой. А как будет выглядеть та же самая физическая волна для движущегося наблюдателя? Там, где поле равно *нулю*, *любой* наблюдатель при измерении получит нуль; это есть релятивистский инвариант. Следовательно, форма волны не меняется, нужно только написать ее в системе отсчета движущегося наблюдателя:

$$\cos(\omega t - kx) = \cos \left[\omega \frac{t' - vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - k \frac{x' - vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right].$$

Произведя перегруппировку членов, получим

$$\begin{aligned} \cos(\omega t - kx) &= \cos \left[\underbrace{\frac{\omega + kv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}_{\omega'} t' - \underbrace{\frac{k + v\omega/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}_{k'} x' \right] = \\ &= \cos \left[\omega' t' - k' x' \right]. \end{aligned} \quad (34.16)$$

Мы снова получим волну в виде косинуса с частотой ω' в качестве коэффициента при t' и некоторой другой константой k' — коэффициентом при x' . Назовем k' (или число колебаний на 1 м) волновым числом для второго наблюдателя. Таким образом, движущийся наблюдатель отметит другую частоту и

* Выпуск 2, стр. 28.

другое волновое число, определяемые формулами

$$\omega' = \frac{\omega + kv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (34.17)$$

и

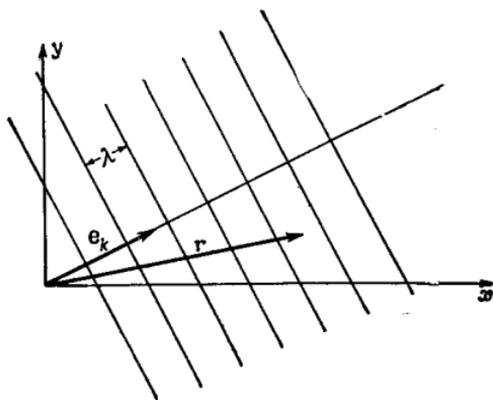
$$k' = \frac{k + \omega v/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (34.18)$$

Легко видеть, что (34.17) совпадает с формулой (34.13), полученной нами на основании чисто физических рассуждений.

§ 7. Четырехвектор (ω, k)

Соотношения (34.17) и (34.18) обладают весьма интересным свойством: новая частота ω' линейно связана со старой частотой ω и старым волновым числом k , а новое волновое число представляется в виде комбинации старого волнового числа и частоты. Далее, волновое число есть скорость изменения фазы с расстоянием, а частота — скорость изменения фазы со временем, и сами соотношения обнаруживают глубокую аналогию с преобразованиями Лоренца для координаты и времени: если ω сопоставить с t , а k с x/c^2 , то новое ω' сопоставляется с t' , а k' — с координатой x'/c^2 . Иначе говоря, при преобразовании Лоренца ω и k изменяются так же, как t и x . Эти величины ω и k составляют так называемый *четырёхвектор*. Четырёхкомпонентная величина, преобразующаяся как время и координаты, и есть *четырёхвектор*. Здесь все правильно, за исключением одного — *четырёхвектор имеет четыре компоненты*, а у нас фигурируют только две! Как уже говорилось, ω и k подобны времени и одной координате пространства; для введения двух остальных координат надо изучить распространение света в трехмерном пространстве.

Пусть задана система координат x, y, z и волна движется в пространстве с волновым фронтом (фиг. 34.11). Длина волны есть λ , а направление распространения волны не совпадает ни



Ф и г. 34.11. Плоская волна, движущаяся под углом.

с одной осью координат. Какой вид имеет формула движения для такой волны? Ответ очевиден: это $\cos(\omega t - ks)$, где $k = 2\pi/\lambda$, а s (расстояние вдоль направления движения волны) — проекция вектора положения на направление движения. Запишем это следующим образом: пусть \mathbf{r} есть вектор точки в пространстве, тогда s есть $\mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_k$, где \mathbf{e}_k — единичный вектор в направлении движения волны. Иначе говоря, s равно $r \cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_k)$, проекции расстояния на направление движения. Следовательно, наша волна описывается формулой $\cos(\omega t - k\mathbf{e}_k \cdot \mathbf{r})$.

Оказывается очень удобным ввести вектор \mathbf{k} , называемый *волновым вектором*; величина его равна волновому числу $2\pi/\lambda$, а направление совпадает с направлением распространения волны

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi\mathbf{e}_k}{\lambda} = k\mathbf{e}_k. \quad (34.19)$$

Благодаря введению этого вектора волна приобретает вид $\cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$, или $\cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)$. Выясним смысл проекций k , например k_x . Очевидно, k_x есть скорость изменения фазы в зависимости от координаты x . Фиг. 34.11 подсказывает нам, что фаза меняется с ростом x так, как если бы вдоль x бежала волна, но соответствующая ей длина волны оказывается *больше по величине*. «Длина волны в направлении x » больше истинной на множитель, равный секансу угла α между осью x и направлением движения истинной волны:

$$\lambda_x = \frac{\lambda}{\cos \alpha}. \quad (34.20)$$

Следовательно, скорость изменения фазы, *обратно* пропорциональная λ_x , в направлении x оказывается *меньше* на множитель $\cos \alpha$; но этот же множитель содержит и k_x , равный модулю \mathbf{k} , умноженному на косинус угла между \mathbf{k} и осью x !

Итак, мы выяснили смысл волнового вектора, описывающего распространение волны в трехмерном пространстве. Четыре величины ω , k_x , k_y , k_z преобразуются в теории относительности как четырехвектор, причем ω соответствует времени, а k_x , k_y , k_z соответствуют x , y и z и компонентам четырехвектора.

Еще раньше, когда мы занимались теорией относительности (гл. 17)*, мы выяснили, что из четырехвекторов можно составить релятивистское штрихованное произведение. Взяв вектор положения x_μ (где μ нумерует четыре компоненты — время и три пространственные) и волновой вектор k_μ (где μ снова пробегает четыре значения), образуем штрихованное произведение x_μ и k_μ , записываемое в виде $\sum' k_\mu x_\mu$. Это произведение есть инвариант, не зависящий от выбора системы координат. Согласно определению штрихованного произведения,

* Выпуск 2, стр. 39.

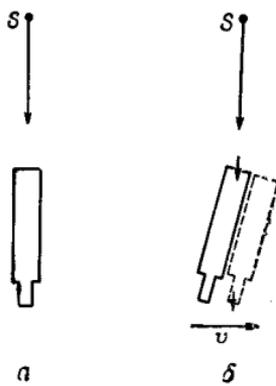
можно записать $\sum' k_{\mu} x_{\mu}$ в следующем виде:

$$\sum' k_{\mu} x_{\mu} = \omega t - k_x x - k_y y - k_z z. \quad (34.21)$$

Поскольку k_{μ} есть четырехвектор, то, как мы уже знаем, $\sum' k_{\mu} x_{\mu}$ есть инвариант по отношению к преобразованиям Лоренца. Под знак косинуса в нашей формуле для плоской волны входит именно это произведение, и оно *обязано* быть инвариантом относительно преобразований Лоренца. У нас не может появиться формула, у которой под знаком косинуса стоит неинвариантная величина, потому что мы знаем, что значение фазы не зависит от выбора системы координат.

§ 8. Аберрация

При выводе формул (34.17) и (34.18) мы взяли простой пример, когда \mathbf{k} лежит в направлении движения системы координат; но мы можем обобщить теперь эти формулы на другие возможные случаи. Пусть источник посылает луч света в определенном направлении; это направление фиксируется неподвижным наблюдателем, а мы движемся, скажем, по поверхности Земли в горизонтальном направлении (фиг. 34.12, а). В каком направлении падает луч света с нашей точки зрения? Можно получить ответ, записав четыре компоненты k_{μ} и совершив преобразования Лоренца. Но можно воспользоваться и следующим рассуждением: чтобы увидеть луч, следует наш телескоп повернуть на некоторый угол (фиг. 34.12, б). Почему? Потому что свет падает сверху со скоростью c , а мы движемся горизонтально со скоростью v , и свет пройдет «прямо» через телескоп, если последний наклонить на некоторый угол. Легко понять, что расстояние по горизонтали равно vt , а по вертикали ct , и, обозначив угол наклона через θ' , мы получим $\operatorname{tg} \theta' = v/c$. Замечательно! В самом деле, замечательно, если бы не одна маленькая деталь: θ' *не есть* тот угол, под которым надо установить телескоп *по отношению к поверх-*



Фиг. 34.12. Удаленный источник света S .

а — наблюдаемый через неподвижный телескоп; б — наблюдаемый через телескоп, движущийся в боковом направлении.

ности Земли, потому что наш анализ проводился с точки зрения неподвижного наблюдателя. Горизонтальное расстояние, которое мы считали равным vt , неподвижный по отношению к Земле наблюдатель найдет равным совсем другой величине, так как он пользуется, с нашей точки зрения, «сжатой» линейкой. Из-за эффекта сокращения возникает совсем другое соотношение:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad (34.22)$$

что эквивалентно

$$\sin \theta = \frac{v}{c}. \quad (34.23)$$

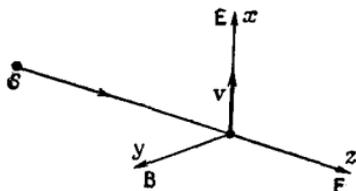
Полезно вам самим получить это соотношение с помощью преобразования Лоренца.

Описанный выше эффект кажущегося изменения направления луча называется *абберацией* и обнаружен на опыте. Казалось бы, как он может проявиться? Ведь никто не знает, где на самом деле расположена звезда. Пусть мы действительно смотрим на звезду в неправильном, кажущемся направлении, откуда нам известно, что оно неправильное? Известно; потому, что Земля обращается вокруг Солнца. Сегодня мы устанавливаем телескоп под одним углом, а через шесть месяцев мы должны его уже повернуть. Вот откуда мы знаем о существовании этого эффекта.

§ 9. Импульс световой волны

Займемся теперь другим вопросом. В прошлых главах мы ни разу не говорили о магнитном поле световой волны. Обычно эффекты, связанные с магнитным полем, очень малы, однако есть один интересный и важный эффект, возникающий под влиянием магнитного поля. Пусть имеется луч света, посылаемый каким-то источником, который действует на заряд и заставляет его колебаться вверх и вниз. Предположим, что электрическое поле направлено вдоль оси x ; тогда колебания заряда будут происходить тоже вдоль оси x : положение заряда дается значением x , а скорость заряда есть v (фиг. 34.13).

Магнитное поле направлено перпендикулярно электрическому. Электрическое поле, воздействуя на заряд, заставляет его раскачиваться вверх и вниз, а как действует магнитное поле? Магнитное поле действует только на движущийся заряд (пусть это будет, например, электрон); но электрон действительно движется, ведь он разгоняется электрическим полем, следовательно, оба поля действуют совместно. Двигаясь вверх и вниз с некоторой скоростью, электрон испытывает действие силы, равной по величине произведению Bvq , а каково направление



Ф и г. 34.13. Движущийся под действием электрического поля заряд, на который со стороны магнитного поля действует сила, направленная по световому лучу.

этой силы? *Направление силы совпадает с направлением распространения света.* Следовательно, падающий на заряд луч света заставляет его колебаться и, кроме того, тянет его с некоторой силой в направлении движения световой волны. Это явление носит название давления электромагнитных волн, или *светового давления*.

Определим величину светового давления. Она, очевидно, равна $F = qvB$ или, поскольку заряд и поле осциллируют, равна *среднему по времени* от F , т. е. $\langle F \rangle$. Согласно (34.2), напряженность магнитного поля равна напряженности электрического поля, деленной на c , так что мы должны найти среднее от произведения электрического поля, скорости и заряда, деленного на c : $\langle F \rangle = q \langle vE \rangle / c$. С другой стороны, произведение заряда q на поле E есть сила, действующая на заряд со стороны электрического поля, а произведение силы на скорость есть работа в единицу времени dW/dt , совершаемая над зарядом!

Следовательно, сила («толкающий импульс»), сообщаемая заряду за 1 сек, равна *поглощаемой энергии* света за 1 сек, деленной на c ! Этот закон носит общий характер, поскольку нам не надо было знать силу осциллятора, а также взаимное уничтожение действия разных зарядов. *В каждом случае, когда происходит поглощение света, возникает давление.* Импульс, сообщаемый светом, всегда равен поглощаемой энергии, деленной на c :

$$\langle F \rangle = \frac{dW/dt}{c}. \quad (34.24)$$

Мы уже знаем, что свет переносит с собой энергию. Теперь мы приходим к выводу, что свет несет также и *импульс* и, кроме того, импульс световой волны всегда равен энергии, деленной на c .

И наоборот, при испускании света источник испытывает отдачу. Если атом излучает энергию W в некотором направлении, возникает импульс отдачи $p = W/c$. Пучок света, падающий по нормали к зеркалу, при *отражении* сообщает зеркалу в два раза большую силу.

Все сказанное находится в рамках классической теории света. Мы, конечно, знаем, что существует квантовая теория и что свет во многих отношениях ведет себя как частица. Энер-

гия света — частицы — равна частоте, умноженной на постоянную

$$W = h\nu = \hbar\omega. \quad (34.25)$$

Раз свет переносит импульс, равный энергии, деленной на c , то эффективные частицы, *фотоны*, несут импульс

$$p = \frac{W}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \hbar k. \quad (34.26)$$

Направление импульса совпадает, разумеется, с направлением распространения света. Следовательно, можно записать это в векторной форме

$$W = \hbar\omega, \quad \mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}. \quad (34.27)$$

Мы знаем также, что энергия и импульс частицы образуют четырехвектор. Мы уже выяснили, что ω и \mathbf{k} тоже составляют четырехвектор. И очень хорошо, что в оба равенства (34.27) входит одна и та же константа; это означает, что квантовая теория и теория относительности согласуются друг с другом.

Уравнению (34.27) можно придать более элегантный вид: $p_\mu = \hbar k_\mu$ (релятивистское уравнение для частицы, которая сопоставляется волне). Хотя это соотношение написано нами для фотонов, у которых k (модуль \mathbf{k}) равно ω/c , а $p = W/c$, на самом деле оно имеет гораздо более общий характер. В квантовой механике *все* частицы, а не только фотоны проявляют волновые свойства, причем частота и волновое число соответствующих волн связаны с энергией и импульсом частицы соотношениями (34.27) (они называются *соотношениями де-Бройля*), даже в случае p , не равного W/c .

В предыдущей главе мы видели, что свет с правой и левой круговой поляризацией также переносит *момент количества движения*, по величине пропорциональный энергии \mathcal{E} волны. С квантовой точки зрения пучок света с круговой поляризацией представляется в виде потока фотонов, каждый из которых несет момент количества движения $\pm \hbar$, направленный *по* или *против* движения. Вы видите, во что превращается поляризация с корпускулярной точки зрения — фотоны обладают моментом количества движения, как вращающиеся пули винтовки. Но картина с «пулями» столь же не полна, как и «волновая» картина, и нам предстоит обсудить эти представления более подробно в последующих главах, посвященных квантовым явлениям.

ЦВЕТОВОЕ ЗРЕНИЕ

§ 1. Человеческий глаз

§ 2. Цвет зависит от интенсивности

§ 3. Измерение восприятия цвета

§ 4. Диаграмма цветности

§ 5. Механизм цветового зрения

§ 6. Физико-химические свойства цветового зрения

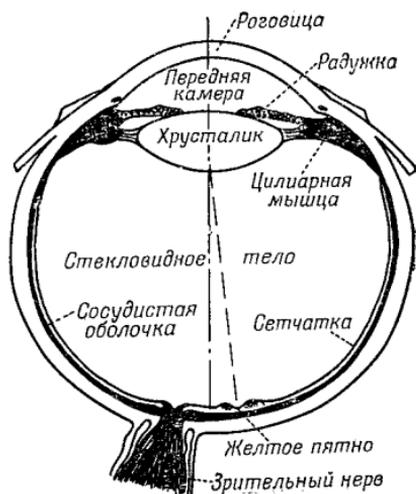
§ 1. Человеческий глаз

Явление цвета отчасти обусловлено физическими процессами. Мы уже говорили о цветовой гамме мыльных пленок, вызванной интерференцией. Но цвет, кроме того, связан еще с функцией глаза и с тем, что происходит позади него, т. е. с деятельностью мозга. Физика изучает поведение света, пока он находится вне человеческого глаза, а наши ощущения, после того как свет попал в глаз, возникают в результате фотохимических и нервных процессов, а также психологических рефлексов.

С восприятием света связано множество интересных явлений, в которых тесно переплетаются и физические, и физиологические процессы, так что познание явлений природы, воспринимаемых через зрение, выходит за рамки физики как таковой. Мы не станем извиняться за то, что собираемся несколько вторгнуться в другие области науки, потому что, как мы уже подчеркивали, науки разделены не естественным путем, а лишь из соображений удобства. Природа вовсе не заинтересована в подобном разделении, и многие интересные явления лежат именно на стыке разных областей науки.

В гл. 3 мы в общих чертах говорили о связях физики с другими науками; теперь мы хотим более подробно исследовать ту область явлений, где физика и другие науки исключительно тесно связаны между собой. Эта область — восприятие света, зрение. Особое внимание мы уделим цветовому зрению. В этой главе мы в основном будем говорить о явлениях, связанных со зрением человека; следующая глава

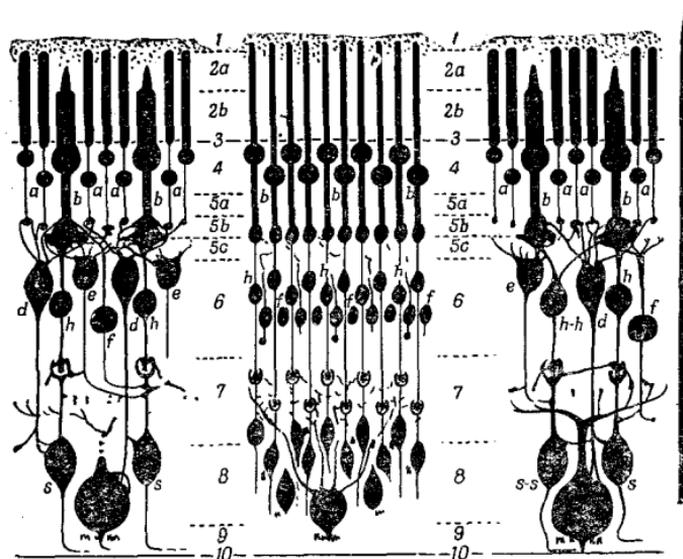
Ф и г. 35.1. Строение глаза



будет посвящена физиологическим аспектам зрения как у человека, так и у животных.

Зрение начинается с глаза; чтобы понять, как мы видим, нужно разобраться в устройстве самого глаза. В следующей главе мы довольно подробно будем говорить о функции отдельных частей глаза и их связи с нервной системой. А пока кратко опишем, как функционирует глаз.

Свет попадает в глаз через *роговицу* (фиг. 35.1); мы уже рассказывали раньше, как свет преломляется и отображается на задней поверхности глаза, на слое, который называется *сетчаткой*; разные части сетчатки воспринимают лучи от различных областей поля зрения вне глаза. Сетчатка не вполне однородна: в ее центре есть участок — пятно, который мы используем, когда нам необходимо видеть предметы особенно четко; в этом участке острота зрения особенно велика, называется он — *желтое пятно*, или центральная ямка. Легко убедиться непосредственно на опыте, что боковые участки глаза различают детали рассматриваемого предмета не столь эффективно, как центральный участок. В сетчатке имеется еще один участок, где зрительные нервы, несущие всю информацию, собираются вместе и выходят из глаза; этот участок называется *слепым пятном*. Сетчатка там не имеет чувствительности, и если, например, закрыть левый глаз и посмотреть перед собой, а затем медленно отодвигать палец (или другой небольшой предмет) из поля зрения, то в каком-то месте поля зрения этот предмет неожиданно исчезнет. Известен пока лишь один случай, когда из этого эффекта была извлечена реальная польза. Один физиолог, показавший действие слепого пятна, стал любимцем при дворе французского короля; на утомительных заседаниях со своими придворными король развлекался, «отрубая им головы»: он смотрел на одного из них и следил, как в это время «исчезала» голова другого.



Ф и г. 35.2. Структура сетчатки (свет входит снизу)

На фиг. 35.2 в увеличенном масштабе показана структура сетчатки. Различные части сетчатки имеют разную структуру. На периферических частях сетчатки наиболее часто встречаются удлиненные объекты, называемые *палочками*. Ближе к желтому пятну, кроме палочек, попадают еще *колбочки*. Позже мы опишем структуру этих элементов. Чем ближе к желтому пятну, тем больше становится колбочек, а в самом желтом пятне фактически имеются одни только колбочки, лежащие столь тесно, что здесь они много мельче, или уже, чем в других местах сетчатки. Следовательно, в центре поля зрения мы видим с помощью колбочек, а на периферии в восприятии света участвуют палочки. Интересно, что любая чувствительная к свету клетка в сетчатке не связана со зрительным нервом непосредственно, а соединена с другими клетками, которые в свою очередь соединены между собой. Существует несколько типов клеток: одни несут информацию к зрительному нерву, а другие связаны между собой в основном в «горизонтальном» направлении. Всего имеется четыре типа клеток, но мы сейчас не будем об этом говорить подробно, а только подчеркнем основную идею: что световой сигнал уже на этом этапе «продумывается». Иначе говоря, информация, полученная от различных клеток, не сразу поступает в мозг от каждой точки в отдельности, а частично осмысливается в сетчатке путем комбинирования информации от нескольких зрительных рецепторов. Важно понять, что сам глаз выполняет часть функций осмысливания, свойственных головному мозгу.

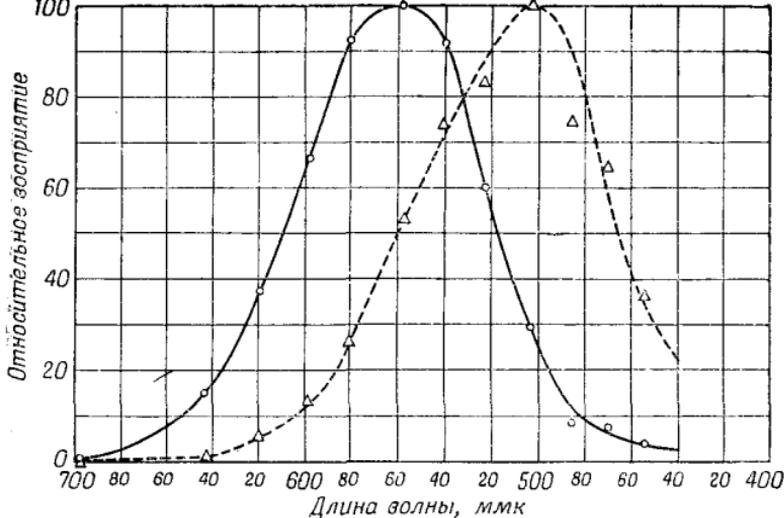
§ 2. Цвет зависит от интенсивности

Одним из самых примечательных свойств зрения является способность глаза привыкать (адаптироваться) к темноте. Когда из ярко освещенной комнаты мы входим в темную, то некоторое время мы ничего не видим, и лишь постепенно окружающие предметы начинают вырисовываться все яснее, и в конце концов мы начинаем замечать то, чего раньше совсем не видели. При очень слабом свете предметы кажутся *лишенными окраски*. Было установлено, что зрение в условиях темновой адаптации осуществляется почти исключительно с помощью палочек, а в условиях яркого света — с помощью колбочек. В результате мы распознаем целый ряд явлений, связанных с передачей функции зрения от палочек и колбочек, действующих совместно, к одним только палочкам.

Во многих случаях объекты, которые считаются одноцветными, при увеличении интенсивности света могут приобрести окраску и стать изумительно красивыми. Например, изображение какой-нибудь слабой туманности в телескопе обычно кажется «черно-белым», однако астроному Миллеру из обсерваторий Маунт Вильсон и Паломар удалось благодаря своему терпению получить *цветные* снимки нескольких туманностей. Никто никогда не видел окраски туманностей своими глазами, но это не значит, что цвета созданы искусственным путем, просто интенсивность света была слишком мала, чтобы колбочки наших глаз могли определить цвет. Особенно красивы Кольцевидная и Крабовидная туманности. На снимке Кольцевидной туманности центральная часть окрашена в прекрасный синий цвет и окружена она ярким красным ореолом, а на снимке Крабовидной туманности на фоне голубоватой дымки перемежаются яркие красно-оранжевые нити.

При ярком свете чувствительность палочек, по-видимому, очень мала, но в темноте с течением времени они приобретают способность видеть. Относительные изменения интенсивности, к которым глаз может приспособливаться, превышают один миллион раз. Природа придумала для этой цели два рода клеток: одни видят при ярком свете и различают цвета — это колбочки, другие приспособлены видеть в темноте — это палочки.

Отсюда возникают интересные следствия: первое — это обесцвечивание предметов (в слабом свете), а второе — различие в относительной яркости двух предметов, окрашенных в разные цвета. Оказывается, палочки видят синий конец спектра лучше, чем колбочки, но зато колбочки видят, например, темно-красный цвет, тогда как палочки его совершенно не могут увидеть. Поэтому для палочек красный цвет — все равно что черный. Если взять два листка бумаги, скажем красный и



Ф и г. 35.3. Спектральная чувствительность глаза. Сплошная кривая — на свету; пунктирная — в темноте.

синий, то в полутьме синий будет казаться ярче красного, хотя при хорошем освещении красный листок гораздо ярче синего. Это совершенно поразительное явление. Если мы в темноте рассматриваем ярко раскрашенную обложку журнала и представляем себе ее расцветку, то на свету все становится совершенно неузнаваемым. Описанное выше явление называется *эффектом Пуркина*.

На фиг. 35.3 пунктирная кривая характеризует чувствительность глаза в темноте, т. е. чувствительность за счет палочек, а сплошная кривая относится к зрению на свету. Видно, что максимальная чувствительность палочек лежит в области зеленого цвета, а колбочек — в области желтого цвета. Поэтому красный листок (красный цвет имеет длину волны около 650 ммк), хорошо видимый при ярком свете, почти совсем не виден в темноте.

Тот факт, что зрение в темноте осуществляется с помощью палочек, а в окрестности желтого пятна палочек нет, проявляется еще и в том, что мы видим в темноте предметы, находящиеся прямо перед нами, не столь отчетливо, как предметы, расположенные сбоку. Слабые звезды и туманности иногда бывает легче заметить, если смотреть на них несколько вбок, потому что в центре сетчатки палочек почти совсем нет.

Уменьшение числа колбочек к периферии глаза в свою очередь приводит еще к одному интересному эффекту — на краю поля зрения даже яркие предметы теряют свою окраску. Этот эффект легко проверить. Зафиксируйте свой взгляд в каком-то определенном направлении и попросите приятеля, чтобы он подошел к вам сбоку, держа в руке ярко раскрашенные листки. Попробуйте определить цвет листков, прежде чем они окажутся прямо перед вами. Вы обнаружите, что сами листки увидели

задолго до того, как смогли определить, какого они цвета. Лучше, если ваш приятель будет входить в поле зрения со стороны, противоположной слепому пятну, иначе возникнет путаница: вы начнете уже различать цвета, и вдруг все исчезнет, а затем листки снова появятся и вы ясно различите их цвет.

Интересно также, что периферия сетчатки исключительно чувствительна к движению объектов зрения. Хотя мы плохо видим, когда смотрим искоса, одним уголком глаза, тем не менее сразу замечаем летящего сбоку жука или мошку, даже если вовсе не ожидали увидеть что-либо на этом месте. Нас так и «тянет» посмотреть, что это там мелькает на краю поля зрения.

§ 3. Измерение восприятия цвета

Теперь мы займемся зрением, осуществляемым с помощью колбочек, т. е. зрением при ярком освещении. Самое главное и самое характерное свойство такого зрения — это цвет. Мы уже знаем, что белый свет с помощью призмы можно разложить на целый спектр лучей с разными длинами волн, которые кажутся нам окрашенными в разные цвета; цвета именно *кажутся* — это определенные ощущения. Свет от любого источника можно проанализировать с помощью дифракционной решетки или призмы и найти его спектральное распределение, т. е. «количество» света той или иной длины волны. Один луч света может содержать большое количество синего, немного красного и совсем мало желтого, другой содержит цвета в иной пропорции и т. д. Для физики такой характеристики будет вполне достаточно, но здесь нам надо ответить на вопрос: какого *цвета* будет луч, каким он нам покажется? Очевидно, что окраска как-то связана со спектральным распределением света, но наша задача состоит в том, чтобы найти, от какой именно характеристики спектрального распределения зависит восприятие того или иного цвета. Например, как получить зеленый цвет? Нам хорошо известно, что можно просто выбрать соответствующий участок спектра. А нет ли *другого* способа получить зеленый, оранжевый и вообще любой цвет?

Может ли быть несколько спектральных распределений, вызывающих один и тот же зрительный эффект? Ответ совершенно определенный — *да, может*. Число различных зрительных восприятий довольно ограничено; как мы вскоре увидим, это число охватывает всего лишь трехмерное множество восприятий, а число кривых — спектральных распределений для разных источников — бесконечно. Возникает вопрос, который мы и обсудим в первую очередь: при каких условиях различные распределения выглядят как один и тот же цвет?

Самый действенный психофизический способ оценки цветовой чувствительности состоит в использовании глаза как *нулевого прибора*. При этом не нужно исследовать, как складывается ощущение зеленого цвета, или измерять факторы, которые вызывают ощущение зеленого цвета, это было бы слишком сложно. Вместо этого мы изучим условия, при которых два раздражения (два воздействия) становятся *неразличимыми*. При этом нам нет необходимости знать, могут ли два человека получить в разных условиях одинаковое зрительное ощущение, а нужно лишь установить, что два раздражения, вызывающие одинаковые ощущения у одного человека, приводят к одинаковым ощущениям и у другого. Совершенно излишне сравнивать зрительные ощущения двух разных людей, смотрящих на один и тот же, скажем, зеленый предмет. Об этом мы ничего не знаем.

Для иллюстрации возможностей этого метода возьмем набор из четырех проекционных фонарей, снабженных фильтрами. Их яркость может непрерывно меняться в широких пределах: первый фонарь имеет красный фильтр и отбрасывает на экран красное пятно, второй — зеленый фильтр и дает зеленое пятно, третий — синий фильтр, и, наконец, четвертый образует на экране белый круг с черным пятном посередине. Включим красный и зеленый фонари так, чтобы пятна света на экране частично перекрывались, тогда область перекрывшихся пятен вызовет у нас ощущение нового цвета, не красновато-зеленого, а желтого. Изменяя пропорцию красного и зеленого, можно пройти через всевозможные оттенки оранжевого и т. д. Установив на экране определенный желтый цвет, можно получить точно такой же цвет, смешивая другие компоненты, например используя желтый фильтр и смешав затем желтый свет с лучом белого цвета. Другими словами, одни и те же цвета можно создавать несколькими способами, смешивая свет от разных фильтров.

Открытое нами явление аналитически можно записать следующим образом. Обозначим данный желтый цвет символом Y ; он представляет собой сумму некоторых количеств света от красного фильтра (R) и от зеленого (G). С помощью двух чисел, скажем r и g , определяющих яркости (R) и (G), формула для желтого цвета записывается в виде

$$Y = rR + gG. \quad (35.1)$$

Вопрос теперь заключается в том, можно ли *каждый* цвет получить сложением двух или трех различных фиксированных цветов. Попробуем ответить на этот вопрос. Конечно, нельзя получить любой цвет, смешивая только зеленый и красный, потому что синий цвет в такой комбинации никогда не получится. Однако если добавить к ним синий, то в месте пересечения всех трех цветных пятен можно добиться появления чистого белого

цвета. Смешивая три разных цвета в разных пропорциях, в области пересечения можно получить цвета в очень широком диапазоне, поэтому не исключено, что смешение трех таких цветов может в принципе дать *любой* цвет. Мы потом рассмотрим, в какой мере это утверждение правильно; по существу оно верно, а вскоре мы сформулируем его более точно.

Совместим цветовые пятна от всех трех фонарей в одном месте и попытаемся подобрать такой же цвет, какой появляется во внешнем кольце от четвертого фонаря, опоясывающем пятно смешанного цвета. Свет от четвертого фонаря, который мы сначала считали «белым», теперь кажется бледно-желтым. Попытаемся подобрать этот цвет, смешивая красный, зеленый и синий; оказывается, методом проб и ошибок можно создать «кремовый» цвет, оттенок которого очень близок к нужному нам цвету. Поэтому легко поверить, что и любой цвет можно подобрать сочетанием красного, зеленого и синего цвета. Мы попробуем позже получить желтый цвет, но сначала хотелось бы создать один цвет, который получить очень трудно. Когда читают лекции о цвете, обычно демонстрируют «яркие» цвета и никогда не показывают *коричневого*; пожалуй, даже невозможно вспомнить, чтобы кто-либо видел коричневый свет. И действительно, этот свет никогда не используют, скажем, в сценических эффектах, и прожекторов с коричневым светом никто не видел; все как будто указывает на то, что получить коричневый свет невозможно. По этому поводу стоит, однако, заметить, что мы просто не привыкли видеть коричневый свет сам по себе, без всякого фона. Практически его можно создать, смешивая в некоторой пропорции красный и желтый. Чтобы убедиться, что на экране действительно получился коричневый цвет, достаточно увеличить яркость окружающего фона, на котором расположено цветовое пятно, и вы увидите пятно того самого цвета, который мы называем коричневым! Коричневый цвет всегда выглядит темным на фоне более светлого окружения. Легко получить коричневый цвет самых разных оттенков. Например, если уменьшить долю желтого света, возникнет красновато-коричневый цвет с шоколадным оттенком, а если добавить зеленый, получится ужасный цвет военного обмундирования, принятый в армии. Но сам по себе свет, создающий этот цвет, не так уж страшен — он просто желтовато-зеленый цвет, который рассматривается на светлом фоне.

Поставим теперь желтый фильтр на четвертый фонарь и попробуем путем смешивания подобрать такой же желтый цвет. (Яркость четвертого фонаря должна находиться в пределах яркости первых трех, иначе мы не сумеем создать смешанный цвет точно такой же яркости.) Оказывается, мы *можем* получить желтый цвет; достаточно только смешать зеленый и красный, а для оттенка добавить немного синего. После этого

уже нетрудно поверить, что при соответствующих условиях можно в точности подобрать любой заданный цвет.

Давайте обсудим теперь законы смешивания цветов. Прежде всего, как мы уже говорили, один и тот же цвет может быть создан различными спектральными распределениями; далее, мы заметили, что «каждый» цвет может быть получен смешиванием трех основных цветов: красного, синего и зеленого. Наиболее интересное свойство смеси цветов состоит в следующем: пусть задан свет определенного состава, назовем его X , который на глаз неотличим от другого света Y (они могут иметь разные спектральные распределения, но зрительно *кажутся* одинаковыми); назовем эти цвета «одинаковыми» в том смысле, что глаз видит их как одинаковые, и запишем

$$X = Y. \quad (35.2)$$

Прибавим к *каждому* цвету новый, скажем Z (запись $X + Z$ означает, что два световых пучка падают на одно и то же место экрана), и точно такой же пучок света добавим к Y . Тогда один из основных законов цвета выражается так: если два спектральных распределения неразличимы на глаз по цвету, то после добавления к ним одинакового количества нового цвета *смеси будут по-прежнему неразличимы*:

$$X + Z = Y + Z. \quad (35.3)$$

Мы только что смогли подобрать два одинаковых желтых цвета; если оба цвета осветить розовым светом, то они останутся одинаковыми. Итак, добавив любой цвет к одинаковым цветам, получим одинаковый цвет. Обобщая все цветовые явления этого рода, можно сказать и по-другому: если цвета двух расположенных рядом друг с другом лучей света в одних условиях выглядят одинаковыми, то при любых смешениях они останутся одинаковыми и один луч может быть заменен другим при любом смешении цветов. Важным и интересным оказывается также то обстоятельство, что совпадение цветов не зависит от свойств зрения в момент наблюдения; известно, что если долго смотреть на яркую красную поверхность или яркий красный свет, а затем взглянуть на белый лист бумаги, то он покажется зеленоватым и другие цвета также будут восприниматься с искажениями (из-за того, что мы долго перед этим смотрели на ярко-красный цвет). Пусть мы добились совпадения двух желтых цветов, а затем долго смотрели на яркий красный цвет; повернувшись снова к желтым пятнам, мы обнаружим, что они уже не кажутся нам больше желтыми (какими именно они будут казаться — я не знаю, но только не желтыми). Однако в любом случае *оба цвета по-прежнему будут казаться одинаковыми*, т. е. способность глаза приравнивать два цвета сохраняется, несмотря на адаптацию глаза в условиях разной

интенсивности. Очевидным исключением является только случай очень малой интенсивности, когда функция зрения переходит от колбочек к палочкам; здесь уже нельзя говорить о сравнении цветов, так как система зрения совсем другая.

Второй закон смешения цветов состоит в следующем: *любой цвет может быть получен смешением трех разных цветов* (в нашем случае зеленого, красного и синего). Мы уже продемонстрировали на двух примерах, что смешение трех цветов может дать самые разные цвета. Описанные выше законы, кроме того, очень интересны с математической точки зрения. Для тех, кого интересует математическая сторона проблемы, мы расскажем о ней более подробно. Возьмем три наших цвета — зеленый, красный и синий, обозначим их буквами A , B и C и назовем их *основными*. Тогда любой цвет может быть получен смешением определенных количеств каждого из данных трех цветов: например, цвет X создается смесью количества a цвета A , количества b цвета B и количества c цвета C :

$$X = aA + bB + cC. \quad (35.4)$$

Составим теперь из тех же трех цветов новый цвет Y :

$$Y = a'A + b'B + c'C. \quad (35.5)$$

Тогда смесь цветов X и Y определяется суммами их компонент в основных цветах (как следствие двух главных законов цвета, приведенных выше):

$$Z = X + Y = (a + a')A + (b + b')B + (c + c')C. \quad (35.6)$$

Это правило очень напоминает суммирование векторов, причем (a, b, c) играют роль компонент одного вектора, а (a', b', c') — компонент второго, и новый свет Z определяется «суммой» векторов. Такое соответствие постоянно привлекало к себе внимание физиков и математиков. В частности, Шредингер написал замечательную работу о цветовом зрении, в которой он развил теорию «векторного анализа» в применении к смеси цветов.

Возникает вопрос: как нужно выбрать основные цвета? В самом деле, никакого единственно правильного выбора нет. С практической точки зрения иногда оказывается более полезным выбирать определенные три цвета, потому что они дают в смеси большее число оттенков, но мы не будем сейчас на этом останавливаться.

*Любые три по-разному окрашенных пучка света * могут образовать какой угодно другой цвет, если их смешать в нужной*

* Разумеется, за исключением того случая, когда один из трех цветов получается смешением двух других.

пропорции. Возможно ли показать на опыте действие этого удивительного, фантастического правила? Возьмем вместо красного, зеленого и синего света фонари с красным, синим, желтым фильтром и посмотрим, образует ли смесь этих цветов, скажем, зеленый цвет.

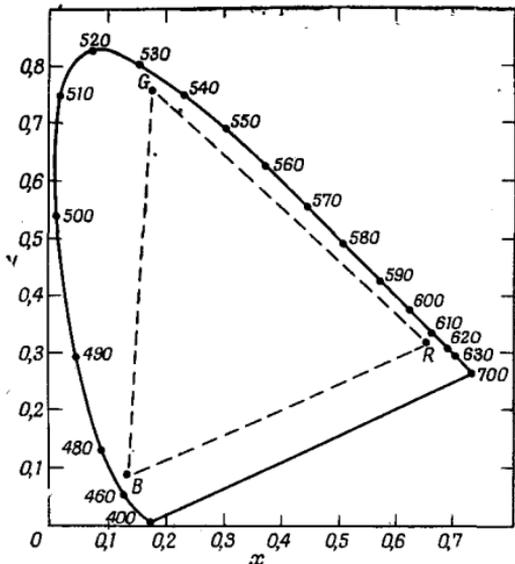
Смешивая эти три новых цвета в разных пропорциях, мы получаем целый спектр разных цветов. Но после целого ряда проб и ошибок мы убеждаемся, что ничего похожего на зеленый цвет получить не удастся. А можем ли мы вообще образовать зеленый цвет? Да, можем. Но каким образом? Проектируя красный свет на зеленое пятно, мы можем затем подобрать точно такой же цвет путем смешения желтого и синего! Таким путем мы составляем две комбинации одного цвета, правда немного сжульничав, так как поместили красный в другую комбинацию. Но поскольку мы уже умеем разбираться в математических ухищрениях, то прекрасно понимаем, что вместо доказательства возможности составления цвета X из трех других цветов, например желтого, красного и голубого, мы установили, что красный плюс цвет X могут быть сделаны из желтого и голубого. Перенесем теперь красный цвет в другую часть равенства и будем интерпретировать его как *отрицательную величину*. Следовательно, в уравнениях типа (35.4) возможны как положительные, так и отрицательные значения коэффициентов, причем отрицательным величинам придается такой смысл, что их следует перенести в другую часть равенства со знаком *плюс*, тогда каждый цвет может быть действительно составлен из любых трех, и говорить о каком-то «правильном» выборе основных цветов бессмысленно.

Возникает вопрос, всегда ли при составлении смеси любого цвета входят три основных цвета с положительными коэффициентами? Нет, не всегда. Для каждой тройки основных цветов имеются цвета, для которых в смеси появляется отрицательный коэффициент, и поэтому однозначного способа выбора основной тройки не существует. В популярных книжках красный, зеленый и синий обычно называют основными цветами, но это объясняется только тем, что с их помощью можно создать *более широкий* набор цветов при положительных значениях коэффициентов в комбинации основных.

§ 4. Диаграмма цветности

Рассмотрим теперь смешивание цветов с математической точки зрения как некое геометрическое построение. Цвет, описываемый уравнением (35.4), можно представить вектором в трехмерном пространстве, где по трем осям отложены величины a , b и c , т. е. данному цвету соответствует точка в пространстве. Точка, соответствующая другому цвету, у которого компоненты

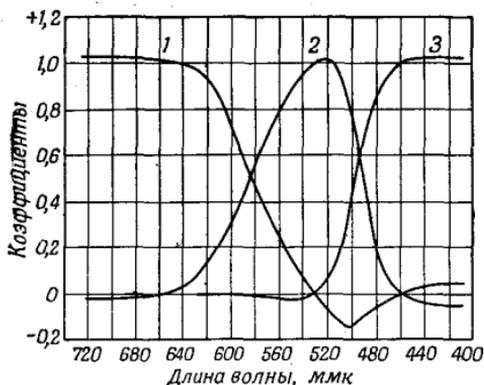
Ф и г. 35.4. Стандартная диаграмма цветности.



равны a' , b' и c' , расположена в другом месте. Как мы уже знаем, сумма двух цветов есть новый цвет, который получается векторным суммированием первых двух. Диаграмму можно упростить и изобразить все на плоскости, если воспользоваться следующим наблюдением: возьмем свет определенной окраски и просто удвоим коэффициенты a , b и c , т. е. все компоненты увеличим, а соотношение между ними оставим неизменным; тогда получится свет той же самой окраски, но более яркий. Поэтому можно привести любой свет к одной и той же интенсивности и затем спроектировать все построение в трехмерном пространстве на плоскость, как это сделано на фиг. 35.4.

Отсюда следует, что любой цвет, полученный смешением двух заданных цветов, изображается точкой, лежащей на линии, которая соединяет оба выбранных цвета. Например, смесь, составленная из равных частей обоих цветов, лежит на середине соединяющего их отрезка; смесь из $1/4$ одного цвета и $3/4$ другого лежит на расстоянии $1/4$ длины отрезка и т. д.

Если в качестве основных цветов выбрать красный, зеленый и синий, то все цвета, получаемые из них с положительными коэффициентами, лежат внутри треугольника, изображенного на рисунке пунктиром. По существу, треугольник содержит почти все цвета, которые мы видим, поскольку вообще все цвета, доступные нашему зрению, заключены внутри кривой довольно странной формы, немного выступающей за треугольник. Откуда взялась эта кривая? Кто-то когда-то весьма тщательно составил смеси всех видимых цветов из трех выбранных. Но мы не будем проверять все цвета; достаточно исследовать лишь



Ф и г. 35.5. Цветовые коэффициенты чистых спектральных тонов для некоторого выбора основных цветов.

1 — красный; 2 — зеленый; 3 — синий.

чистые спектральные тона, линии спектра. Любой цвет можно рассматривать как сумму чистых спектральных тонов с различными, но положительными коэффициентами (чистых с физической точки зрения). Любой цвет состоит из некоторых количеств красного, желтого, синего и т. д. по всем цветам спектра. Зная, как составлены спектральные тона из трех основных цветов, можно вычислить необходимую пропорцию основных цветов и для какого угодно цвета. Поэтому, определив *цветовые коэффициенты* всех спектральных тонов по отношению к трем основным цветам, легко составить полную таблицу смешения цветов.

В качестве примера на фиг. 35.5 приведены опытные данные по смешению трех цветов. Кривые показывают количество каждого из трех основных цветов (красного, зеленого, синего), образующих при смешении любой из цветов спектра. Красный цвет расположен на левом конце спектра, следом идет желтый цвет и т. д. до синего цвета, расположенного на правом краю. Заметьте, что в некоторых случаях необходимо брать отрицательные коэффициенты. Именно из таких данных и были определены положения точек для всех цветов на диаграмме, причем координаты x и y связаны с относительными количествами основных цветов, использованных для получения различных цветов. Отсюда же была найдена и граничная кривая диаграммы. Она представляет собой геометрическое место всех чистых спектральных тонов. Но каждый цвет может быть получен смешением спектральных тонов, поэтому любой цвет на линии, соединяющей две произвольные точки кривой, существует в природе. На диаграмме прямая соединяет крайний фиолетовый и далекий красный концы спектра. На ней расположены пурпурные цвета. Внутри кривой находятся те цвета, которые могут быть получены с помощью света, а цвета вне кривой вообще не могут быть созданы светом, и никто их никогда не видел (разве только во сне!).

§ 5. Механизм цветового зрения

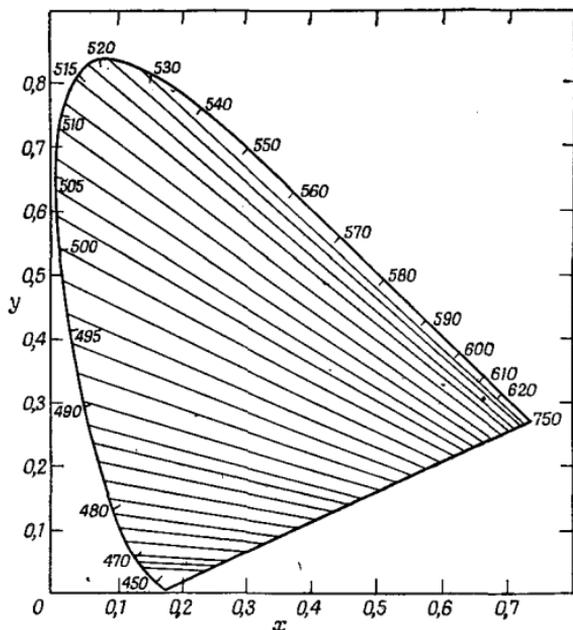
Первый вопрос, который возникает по поводу изложенных закономерностей: *почему* цвета ведут себя таким образом?

Простейшая теория, предложенная Юнгом и Гельмгольцем, предполагала, что глаз обладает тремя сортами пигментов, восприимчивых к свету, и что спектры поглощения этих пигментов разные, скажем, один сильно поглощает красный свет, другой — синий, а третий — зеленый. Поэтому когда свет попадает в глаз, поглощение в каждой из трех областей происходит по-разному, а, исследуя разную поступающую информацию, наш мозг, или глаз, или еще что-то решает, какой цвет попал в глаз. Легко показать, что из предположения о трех сортах пигментов вытекают все правила смешения цветов.

Дальше, казалось бы, оставалось определить кривые поглощения всех трех пигментов, но по этому поводу возникли серьезные разногласия. К несчастью, оказалось, что можно найти только всевозможные линейные комбинации кривых поглощения, а не сами кривые для каждого пигмента в отдельности, потому что координаты на диаграмме могут быть повернуты любым образом. Пробовали использовать самые разные пути для получения кривых, характеризующих отдельные физические свойства глаза. Одна из таких кривых, называемая *кривой яркости*, представлена на фиг. 35.3.

На рисунке показаны две кривые: одна для глаза, адаптированного к темноте, а другая для зрения на свету (последняя характеризует зрение с помощью колбочек). Кривая указывает наименьшую яркость света данной окраски, которую еще способен воспринять глаз, т. е. характеризует чувствительность глаза в разных областях спектра.

Существует другой, очень интересный способ измерения этой же величины. Возьмем два цвета и будем попеременно показывать их на экране. Тогда, если частота их появления достаточно мала, мы увидим на экране мелькание. С увеличением частоты мелькание в конце концов исчезнет. Это произойдет при некоторой частоте, зависящей от яркости света и равной, скажем, 16 повторениям в секунду. Теперь можно так подобрать яркости, или интенсивности, двух цветов относительно друг друга, чтобы мелькание цвета при 16 циклах исчезало. При установленной яркости мелькание цветов возникает, только если перейти к меньшей частоте. Следовательно, при большой частоте мы получаем так называемое мелькание яркости, а при меньших частотах — мелькание цвета. Таким способом удается подобрать два цвета с «одинаковой яркостью». Получающиеся отсюда результаты почти, но не совсем аналогичны данным по пороговой чувствительности глаза к слабым потокам света, наблюдаемым с помощью колбочек. Большинство специалистов



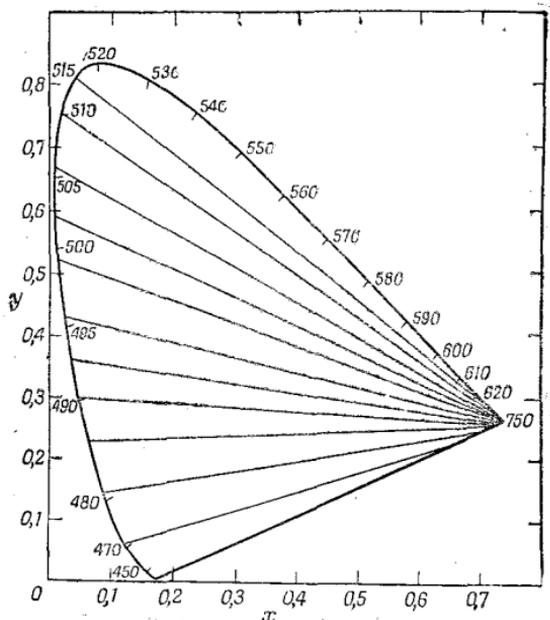
Фиг. 35.6. Смещение цветов у дейтеранопов.

при определении кривой яркости пользуются данными опыта с мельканием цвета.

Итак, если глаз содержит три рода цветочувствительного пигмента, то задача заключается в определении формы спектра поглощения для каждого из них. Как это сделать? Известно, что встречаются люди, не различающие цветов; среди мужчин их насчитывается 8%, а среди женщин — 0,5%. Большинство людей, имеющих какие-либо отклонения в цветовом зрении или вообще им не обладающих, чувствительны к изменению цвета в разной степени, но для всех них характерно восприятие трех основных цветов. Есть, однако, и такие люди (их называют *дихроматами*), для которых любой цвет составлен из *двух* основных цветов. Естественно предположить, что у них отсутствует один из трех пигментов. Если бы существовало три типа дихроматов, для которых правила смешения были бы различными, то у одних должна была бы отсутствовать *красная* пигментация, у других — *зеленая*, а у третьих — *синяя*. По измерению восприятия цвета у этих трех типов людей можно определить три искомые кривые поглощения! И *действительно, обнаружено* три типа дихроматов: два из них встречаются довольно часто, а третий — крайне редко; измерения дали возможность установить спектры поглощения пигмента.

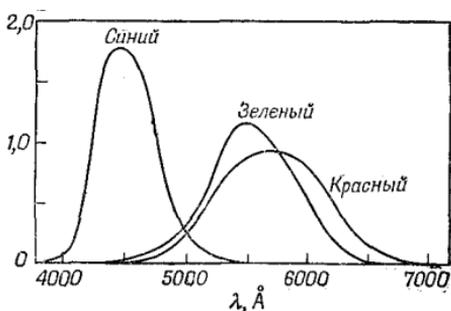
На фиг. 35.6 показан механизм смещения цветов у одного типа людей, страдающих неправильным цветовым восприятием, — так называемых дейтеранопов. У них определенному цве-

Ф и г. 35.7. Дефект цветового зрения, свойственный протанопам.



ту отвечает на диаграмме линия, а не точка, т. е. все цвета на линии кажутся им одинаковыми. Если правильно предположение об отсутствии у такого типа людей одной из трех составных частей цветовой информации, то все линии постоянного цвета должны пересечься в одной точке. Тщательное измерение на графике показывает, что линии действительно пересекаются в одной точке. Но эти линии были, очевидно, вычислены математиками и вовсе не являются истинными опытными данными! В самом деле, если взять последние опытные данные, то окажется, что точка пересечения на фиг. 35.6 находится не там, где она должна быть. Указанное на рисунке положение линий приводит к физически неправильному спектру поглощения: в ряде областей возникает и положительное, и отрицательное поглощение. Но из последних данных Юстовой получается, что кривые поглощения всюду положительны.

Ф и г. 35.8. Кривые спектральной чувствительности для рецепторов, воспринимающих три основных цвета.

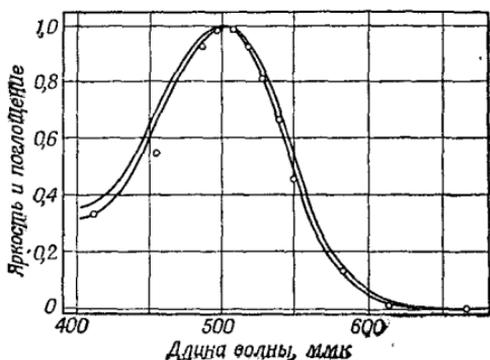


Фиг. 35.7 иллюстрирует другой дефект цветового зрения, свойственный протанопам; линии на рисунке сходятся к точке вблизи красного конца граничной кривой. Примерно такое же положение точки пересечения получается и из данных Юстовой. Измерения восприятия цвета у людей, страдающих тремя разными дефектами цветового зрения, окончательно установили кривые поглощения для трех пигментов, они приведены на фиг. 35.8. Окончательно ли? Может быть. Остается выяснить еще следующие вопросы: справедлива ли на самом деле теория трех пигментов, проистекают ли дефекты восприятия цвета из-за недостатка пигмента, и, кроме того, непонятно, насколько правильны данные по смещению цвета в случае дефектов зрения. Ряд исследователей получили разные результаты. И вопросы эти пока находятся в стадии изучения.

§ 6. Физико-химические свойства цветового зрения

Что можно сказать о сравнении полученных кривых со свойствами настоящего глазного пигмента? Пигменты, извлекаемые из сетчатки, главным образом состоят из одного вида, называемого *зрительным пурпуром*. Его самые примечательные свойства заключаются в том, что он присутствует в глазах почти всех позвоночных животных и его кривая поглощения почти точно совпадает с кривой чувствительности глаза.

На фиг. 35.9 в одном масштабе изображены кривая поглощения зрительного пурпура и кривая чувствительности глаза, адаптированного к темноте. Очевидно, именно с помощью пурпура мы получаем возможность видеть в темноте. Зрительный пурпур представляет собой пигмент палочек и никакого отношения к цветовому зрению не имеет. Этот факт был установлен в 1877 г. Но и сейчас мы должны сказать, что цветовые пигменты колбочек ни разу не были выделены в пробирках. В 1958 г. еще можно было утверждать, что их никто никогда не

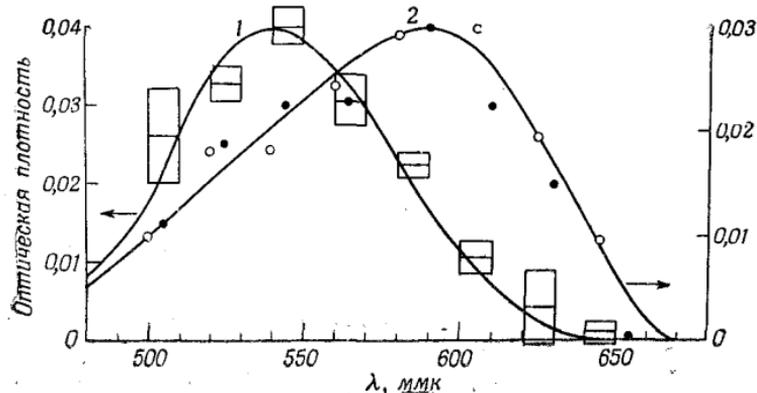


Фиг. 35.9. Кривая чувствительности глаза при сумеречном зрении и кривая поглощения зрительного пурпура.

видел. Но с тех пор два из них были обнаружены Раштоном, который применил очень простой и красивый метод.

Трудность, по-видимому, заключается в том, что глаз гораздо менее чувствителен к яркому свету, чем к свету малой интенсивности и, следовательно, для зрения требуется много пурпура, но относительно мало пигмента, восприимчивого к цвету. Замысел Раштона состоял в том, чтобы *пигмент оставить в глазе* и там как-то определить его свойства. Конкретно он сделал следующее. Есть такой прибор — офтальмоскоп, который позволяет послать луч света в глаз через хрусталик и сфокусировать отраженный глазом свет. С помощью этого прибора можно измерить количество отраженного света. В результате получают коэффициент отражения для света, *дважды* прошедшего через пигмент (свет отражается задними слоями глазного яблока и снова проходит через пигмент колбочек). В природе не часто бывает так здорово устроено. Колбочки устроены так хитро, что попадающий в них свет многократно отражается и постепенно доходит до маленьких чувствительных точек в вершинах колбочек. Попадая прямо в чувствительную точку, свет отражается и выходит обратно, проделав значительный участок пути в светочувствительном пигменте. Кроме того, если направить луч в желтое пятно, где нет палочек, можно избежать побочного действия зрительного пурпура. Цвет сетчатки наблюдали уже давно, он имеет оранжево-розоватый оттенок; но сюда примешивается также цвет кровеносных сосудов и цвет задней стенки глаза и т. д. Как узнать, когда в офтальмоскопе виден сам пигмент? *Ответ:* сначала нужно найти человека с дефектом цветового зрения, у которого пигментов меньше и, следовательно, на котором легче провести анализ. Во-вторых, многие пигменты, в частности зрительный пурпур, обесцвечиваются на свету и теряют свою интенсивность; при освещении их концентрация меняется. Поэтому при измерении спектра поглощения глаза Раштон освещал весь глаз *другим* пучком, меняющим концентрацию пигмента, и измерял *изменение* спектра, на котором уже не сказывается отражение от сосудов, задней стенки глаза и т. д. Таким путем Раштону удалось получить кривую поглощения для чистого пигмента в глазе протанопы, показанную на фиг. 35.10.

Вторая кривая на фиг. 35.10 получена при исследовании нормального глаза следующим методом: после предварительного изучения нормального глаза и определения, к каким лучам чувствителен данный пигмент, другой пигмент обесцвечивался красным светом, к которому первый пигмент нечувствителен. Красный свет не воздействует на глаз протанопы, а нормальный глаз к этому свету чувствителен: таким способом можно получить кривую для отсутствующего пигмента. Форма одной кривой прекрасно согласуется с кривой Юстовой для зеленого



Ф и г. 35.10. Спектр поглощения цветового пигмента протанона (квадратики) и нормального глаза (точки). В опыте луч проходил сквозь слой пигмента дважды.

пигмента, но другая кривая, красная, несколько смещена. Можно думать поэтому, что мы находимся на правильном пути. А может быть, и нет. Последние данные, полученные при исследовании дейтеранопов, не указывают на отсутствие какого-то определенного пигмента.

Явление цвета не относится к физике света как таковой. Цвет есть *ощущение*, а ощущение разных цветов в различных условиях различно. Если, например, взять розовый свет, полученный при сложении пучков белого и красного света (из красного и белого может, очевидно, получиться только розовый цвет), то в сравнении с ним белый свет может показаться голубым. Предмет, поставленный на пути лучей, отбрасывает две тени — одна из них освещается только белым, а другая — только красным светом. Для большинства людей «белая» тень кажется голубой, но, если увеличивать область тени, пока она не закроет весь экран, мы неожиданно увидим белый, а не голубой цвет! Подобные эффекты можно получить и при смешивании красного, белого и желтого света. Эта смесь может дать только оранжево-желтый цвет с разными оттенками. Смешав эти цвета в равных количествах, мы получим только оранжевый цвет. Тем не менее, рассматривая тени, на которые накладываются лучи в разных комбинациях, можно увидеть набор очень красивых цветов, отсутствующих в самом свете (поскольку в нем есть только оранжевые лучи), но возникающих в *наших ощущениях*. Мы ясно *видим* разнообразные цвета, совсем непохожие на «физические» цвета, присутствующие в самих лучах света. Важно помнить, что сетчатка сама «осмысливает» свет; она, хотя и бессознательно, сравнивает то, что видит в одной области, с тем, что видит в другой. А что нам известно о том, как это происходит, будет рассказано в следующей главе.

МЕХАНИЗМ ЗРЕНИЯ

§ 1. Ощущение цвета

Обсуждая механизм зрения, прежде всего необходимо понять, что мы обычно видим не беспорядочный набор цветных или световых пятен (разумеется, если не находимся на выставке некоторых современных художников!). Когда мы смотрим на что-то, то видим *человека* или *вещь*; другими словами, мозг интерпретирует то, что мы видим, как человека или вещь. Как он это делает — никому неизвестно, но делает он это, надо сказать, великолепно. Хотя мы на опыте учимся узнавать, как выглядит человек, однако есть некоторые более элементарные свойства зрения, которые тем не менее тоже включают сопоставление информации от различных частей того, что мы видим. Чтобы понять, как происходит интерпретация изображения в целом, следует изучить первые стадии сопоставления информации от различных клеток сетчатки. В настоящей главе мы сконцентрируем наше внимание главным образом именно на этих сторонах зрения, хотя попутно упомянем и о некоторых других смежных вопросах.

Примером такого сопоставления информации (хотя и на элементарном уровне), поступающей одновременно от нескольких частей глаза и происходящей помимо нашей воли, контроля и сознания, может служить голубая тень от белого света, когда одновременно экран освещается еще и красным светом. При этом по меньшей мере предполагается, что нам известно, что основа экрана красная, и хотя в глаз попадают только «белые» лучи, однако где-то эти кусочки информации складываются вместе и мы видим голубую тень.

§ 1. Ощущение цвета

§ 2. Физиология зрения

§ 3. Палочки

§ 4. Сложные глаза насекомых

§ 5. Другие типы глаз

§ 6. Первые механизмы зрения



Ф и г. 36.1. При вращении этого диска одно из колец кажется цветным; при изменении направления вращения окрашенным кажется второе кольцо.

Чем полнее и привычнее картина, тем большую поправку делает глаз. Действительно, Ланд показал следующее: если мы возьмем два диапозитива, поместим перед ними два фильтра, поглощающие красный и белый свет в различных отношениях, мы будем смешивать разные интенсивности кажущегося голубого и красного света и сможем получить довольно правдивое изображение реальной сцены с натуральными предметами. Кроме красного и белого, мы в этом случае получим множество промежуточных цветов. Аналогичные результаты можно получить, смешивая красный и зелено-голубой цвета; оказывается, что мы получаем почти полный набор цветов. Впрочем, если внимательно приглядеться к ним, то мы увидим, что они не столь уж хороши. Но даже и при этих условиях просто удивительно, как много можно получить только из красного и белого цвета. Чем больше изображение напоминает реальную картину, тем больше мы способны компенсировать то обстоятельство что цвет-то фактически только розовый!

Другим примером может служить появление «цвета» на черно-белом вращающемся диске, изображенном на фиг. 36.1. При вращении диска смена черного и белого цвета для каждого радиуса в точности одинакова; это составляет фон, на котором видны два «кольца». Первое кольцо кажется окрашенным в один цвет, а второе — в другой *. До сих пор никто не понимает причины появления здесь окраски, однако ясно, что наиболее правдоподобное объяснение состоит в том, что на каком-то элементарном уровне, по-видимому, в самом глазе происходит сложение информации.

Почти все современные теории цветового зрения сходятся на том, что опыты по смешиванию цветов указывают на существование в глазе только трех сортов пигментов и что ощущение цвета создают именно спектры поглощения этих трех пигментов. Однако полная чувствительность, связанная с характеристиками поглощения этих пигментов, функционирующих одновременно, не обязательно равна сумме их чувствительностей.

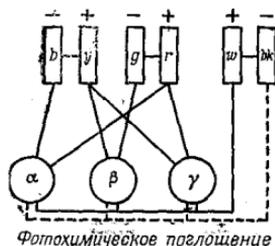
* Эти цвета зависят от скорости вращения, яркости освещения и в какой-то степени от того, кто смотрит на диск и насколько пристально.

Каждый знает, что желтый цвет *не кажется* нам красновато-зеленым, и многих, вероятно, несказанно удивит тот факт, что каждый видимый ими цвет есть по сути дела смесь разных цветов, ибо им кажется, что чувство цвета вызывается каким-то другим механизмом, а не просто смешиванием, наподобие сочетания звуков в аккорды в музыке, когда одновременно звучат, скажем, три ноты. Ведь в аккорде, если внимательно прислушаться, можно различить отдельные ноты, а в желтом цвете, сколько бы мы ни приглядывались, увидеть красный и зеленый цвет отдельно невозможно.

Уже первые теории зрения утверждали, что имеются три сорта пигментов и соответственно три сорта колбочек, каждая из которых содержит один пигмент; что от каждой колбочки в мозг идут нервы, так что в мозг переносятся три сорта информации и там что-то происходит. Конечно, это очень несовершенная теория, ибо она не позволяет обнаружить, что за информация переносится по зрительным нервам в мозг; она даже не приступала к решению этой проблемы. Мы должны задать более фундаментальный вопрос: не все ли равно, *где* происходит сложение информации? Насколько необходимо, чтобы эта информация передавалась по зрительным нервам прямо в мозг, и не может ли какой-то первоначальный анализ выполняться самой сетчаткой? Мы знаем, что сетчатка невероятно сложна и обладает множеством внутренних связей (см. фиг. 35.2); какой-то анализ она способна выполнить.

Дело в том, что ученые, занимающиеся анатомией и развитием глаза, показали, что сетчатка, в сущности, не что иное, как часть самого мозга; при развитии зародыша часть мозга выносится вперед, из нее назад вырастают длинные волокна, которые связывают ее с остальным мозгом. По своей организации сетчатка весьма похожа на мозг. По этому поводу кто-то прекрасно сказал, что это «мозг выдумал, как ему взглянуть на мир». Глаза — это кусочек мозга, которым он, так сказать, «касается света», внешнего мира. Таким образом, нет ничего необычного в том, что какой-то анализ цвета происходит уже в самой сетчатке.

Это предоставляет нам весьма интересную возможность. Ведь никакой другой орган чувств не делает столько, если так можно выразиться, предварительных вычислений, как глаз, прежде чем сигнал попадет в нерв, где его можно измерить. Вычисления для всех остальных органов чувств обычно производит сам мозг, а из-за огромного количества внутренних связей в мозге добраться до этого специфического места и произвести какие-то измерения очень трудно. В глазе вычисления производятся в трех слоях клеток, затем результат вычисления передается по зрительному нерву в мозг. Так что здесь мы, по-видимому, впервые получаем возможность



$$y-b = k_1 (\beta + \gamma - 2\alpha)$$

$$r-g = k_2 (\alpha + \gamma - 2\beta)$$

$$w-bk = k_3 (\alpha^2 + \gamma + \beta) - k_4 (\alpha + \beta + \gamma)$$

Фиг. 36.2. Нервные связи, согласно теории цветового зрения. *b* — голубой; *y* — желтый; *g* — зеленый; *r* — красный; *w* — белый; *bk* — черный.

физиологически наблюдать, как работает первый слой мозга, быть может, на начальной стадии. Это вдвойне интересно не только для понимания зрения, но и для всех проблем физиологии.

Тот факт, что существуют три сорта пигментов, вовсе не означает, что должно быть также три сорта ощущений. Существует теория цветового зрения, основанная на совершенно противоположной цветовой схеме (фиг. 36.2). Согласно этой схеме, какое-то из нервных волокон несет много импульсов, если мы видим желтый цвет, и меньше, чем обычно, если мы видим голубой. Другое нервное волокно точно таким же образом переносит информацию о зеленом и красном цвете, а третье — о белом и черном. Другими словами, в этой теории уже начинают делаться догадки о системе связи и методе анализа.

Вопросы, которые мы пытаемся решить с помощью догадок об этом первоначальном анализе, следующие: проблема кажущихся цветов на розовом фоне; что происходит, когда глаз привыкает к различным цветам; и вопрос о так называемых психологических явлениях. Под этим термином мы понимаем, например, что белый цвет не «ощущается» нами как смесь красного, желтого и синего, и такая теория возникла потому, что, как утверждают психологи, существуют *четыре* кажущихся чистых цвета: «Существуют четыре мощных возбудителя, вызывающие соответственно простые голубой, желтый, зеленый и красный оттенки. В отличие от таких красок, как сиена, пурпур, фуксин или другие различные цвета, эти простые оттенки являются несмешанными в том смысле, что ни один из них не принимает участия в образовании других, в частности голубой цвет нельзя назвать желтоватым, красноватым, зеленоватым и т. д.; психологически они представляют первичные оттенки».

В этом состоит так называемый психологический факт. Чтобы выяснить, откуда взялся этот факт, нужно очень старательно просмотреть всю литературу. Все, что мы находим в современной литературе по этому вопросу, повторяет те же утверждения или утверждения одного из немецких психологов, авторитетом которого является Леонардо да Винчи, хорошо всем известный великий художник. Этот психолог говорит: «Леонардо

считал, что существует пять цветов». Дальнейшие поиски приводят к еще более древним книгам. В этих книгах говорится примерно следующее: «Фиолетовый цвет — это красновато-голубой, оранжевый — это красновато-желтый, но можно ли красный рассматривать как фиолетово-оранжевый? Не будут ли красный и желтый более основными цветами, чем фиолетовый и оранжевый? На вопрос, какие цвета они считают основными, большинство людей назовут красный, желтый и синий, а некоторые добавят к этим трем еще и четвертый — зеленый. Психологи привыкли принимать эти четыре цвета за основные».

Итак, с точки зрения психологов, раз все говорят, что есть три цвета, а кое-кто утверждает, что четыре, и хотят, чтобы было четыре, ну пусть будет четыре. Это иллюстрирует трудности, сопровождающие психологические исследования. Ясно, что мы таким чувством обладаем, но узнать о нем немного больше очень трудно.

Можно идти по другому пути — физиологическому — и экспериментально выяснить, что на самом деле происходит в мозге, в глазе, в сетчатке или другом каком-то месте, и, может быть, удастся обнаружить, что некоторые комбинации импульсов от различных клеток передаются по определенным нервным волокнам. К сожалению, первичные пигменты не сосредоточены каждый в отдельной клетке: могут быть клетки, в которых содержится смесь различных пигментов, клетки с красным и зеленым пигментами или со всеми тремя сразу (информация об этих трех пигментах будет «белой» информацией) и т. д. Есть много способов связать всю эту систему, и мы должны выяснить, какой из них предпочла природа. В то же время хочется надеяться, что, поняв физиологические связи, мы хоть немного продвинемся вперед в понимании некоторых психологических аспектов. Итак, вперед по этому пути!

§ 2. Физиология зрения

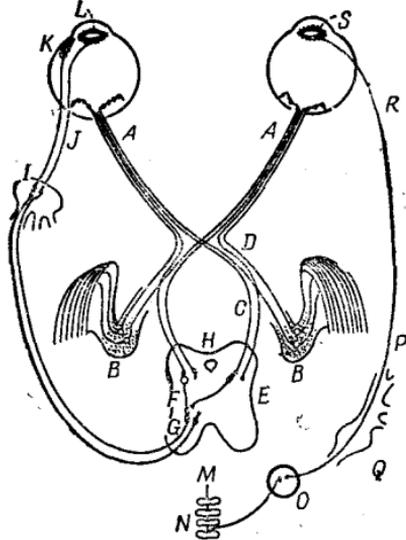
Мы начали говорить не только о цветовом зрении, но о зрении вообще только для того, чтобы напомнить о внутренних связях в сетчатке, показанных на фиг. 35.2. Сетчатка поистине напоминает поверхность мозга. Хотя настоящая картина под микроскопом выглядит несколько более сложно, чем этот схематический рисунок, но тем не менее при тщательном анализе можно увидеть все эти внутренние связи. Дело не в том, что одна часть сетчатки связана с другими частями и что информация, переданная по длинным аксонам, образующим зрительный нерв, представляет собой комбинированную информацию от многих клеток. Дело в том, что существуют три слоя клеток, функции которых следующие: во-первых, это фо-

торецепторы, на которые непосредственно действует свет, затем промежуточные клетки, которые принимают информацию от одного или нескольких фоторецепторов и снова отдают ее нескольким клеткам третьего слоя, а затем в мозг. Между клетками различных слоев существуют разнообразные перекрещивающиеся связи.

Вернемся к некоторым аспектам строения и функции глаза (см. фиг. 35.1). Свет фокусируется главным образом роговицей, благодаря тому что поверхность ее искривлена и она «загибает» лучи света. Вот почему под водой мы видим не так хорошо, ибо показатели преломления роговицы (1,37) и воды (1,33) разнятся недостаточно сильно. Позади роговицы находится практически водная среда с показателем преломления 1,33, а дальше — хрусталик, строение которого очень интересно: он состоит из целого ряда слоев, как луковица, с той только разницей, что эти слои прозрачные и показатель преломления их меняется от 1,40 в середине до 1,38 по краям. (Неплохо было бы изготовить линзу с необходимым показателем преломления в любом месте; тогда нам незачем было бы так искривлять ее, как это делается с линзой с постоянным показателем преломления.) Более того, форма роговицы вовсе не сферическая. Сферическая линза обладает известной сферической аберрацией. Наружная часть роговицы более «плоская», чем у сферы, причем как раз настолько, чтобы сферическая аберрация ее оказалась меньше аберрации той сферической линзы, которую мы поставили бы вместо нее! Посредством этой оптической системы роговица — хрусталик свет фокусируется на сетчатку. Если мы смотрим на близко расположенные или удаленные предметы, то хрусталик искривляется или выпрямляется, изменяя тем самым фокусное расстояние и настраиваясь на различную удаленность. Для регулирования общего количества света в глазе имеется радужная оболочка, или радужка, которая определяет «цвет» глаз — у кого карие, у кого голубые. При увеличении количества света оболочка сжимается и зрачок уменьшается, при уменьшении — оболочка расходится и зрачок увеличивается.

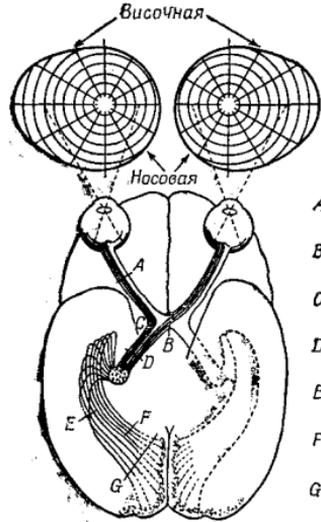
Рассмотрим теперь изображенный на фиг. 36.3 нервный механизм, регулирующий аккомодацию хрусталика, движение глаза (способность глаза поворачивать глазное яблоко в глазнице) и диаметр зрачка. Основная часть всей информации попадает в зрительный нерв *A*, который разделяется на два пучка (о них мы еще будем говорить), и по ним идет в мозг. Однако имеется несколько волокон (именно они сейчас нам и интересны), которые не идут прямо в зрительную кору, где мы «видим» изображение, а вместо этого отправляются в средний мозг *H*. Это как раз те волокна, по которым передается информация о средней освещенности и приказы о необходимом диаметре

Ф и г. 36.3. Нервные связи, управляющие механическими движениями глаза.

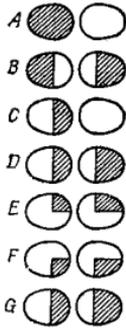


зрачка или, если изображение кажется расплывчатым, о кривизне хрусталика. Если же изображение раздвоено, то по этим волокнам посылается приказ подрегулировать глаза для бинокулярного зрения. Во всяком случае, они проходят через центр мозга и возвращаются назад в глаз. Буквой *K* обозначены мышцы, которые управляют хрусталиком при аккомодации, а буквой *L* — ресничные мышцы. Радужка имеет две мышечные системы: 1) мышца, суживающая зрачок (циркулярная мышца) *L*; она работает очень быстро и связана непосредственно с мозгом коротким аксоном; 2) мышца, расширяющая зрачок (радиальная мышца), которая действует тогда, когда освещение предмета уменьшается и циркулярная мышца расслабляется. Как и во многих других частях тела, здесь тоже пара мышц работает в противоположных направлениях; почти в каждом таком случае управляющая ими нервная система «настроена» настолько точно, что, когда одной из них посылается приказ сжаться, другой автоматически посылается приказ расслабиться. Однако радужка представляет любопытное исключение: нервы, которые заставляют оболочку сжиматься, мы только что описали, но до сих пор никому точно не известно, откуда выходят нервы, заставляющие ее *разжиматься*. Они идут куда-то вниз, в спинной мозг в области грудной клетки, из спинного мозга вверх через шейный нервный узел, потом опять назад в голову и к другому концу радужки. Сигнал фактически проходит через совершенно другую нервную систему, не через центральную, а через симпатическую. Очень странно, для чего все это нужно.

В глазе, как мы подчеркивали, имеется еще одна странность: светочувствительные клетки расположены в сетчатке в глубине, так что, прежде чем попасть в рецепторы, свет должен пройти через несколько слоев других клеток: сетчатка как бы вывернута наизнанку! В общем некоторые вещи в устройстве глаза ка-



Ф и г. 36.4. Нервная связь глаза со зрительной корой.



жутся нам великолепными, а некоторые — просто глупыми.

На фиг. 36.4 показана связь глаза с частью мозга, наиболее непосредственно принимающей участие в процессе зрения.

Зрительные нервные волокна идут в некоторую область,

лежащую сразу же за участком *D*, называемым *латеральным колечатым телом*, а затем в участок мозга, называемый *зрительной корой*. Следует помнить, что от каждого глаза некоторые волокна направляются в другую половину мозга, так что представленная картина не полна. Зрительные нервы от левой части правого глаза проходят через зрительный перекрест *B*, тогда как нервы от левой части левого глаза обходят его сбоку. Таким образом, левая часть мозга получает всю информацию, идущую от левых сторон обоих глаз, т. е. правой стороны поля зрения, тогда как правая сторона мозга «видит» левую часть поля зрения. Вот каким способом происходит сложение информации от обоих глаз и определяется удаленность предмета. Такова система бинокулярного зрения.

Очень интересны связи между сетчаткой и зрительной корой. Если мы в сетчатке каким-то образом возбудим или разрушим некоторую область, то умирает все волокно, поэтому мы можем узнать, куда оно идет, с чем оно связано. Самое интересное то, что между сетчаткой и зрительной корой, оказывается, существует однозначное соответствие: каждому пятну на сетчатке соответствует пятно в зрительной коре, и два рядом расположенных пятна на сетчатке окажутся рядом и в зрительной коре. Так что зрительная кора, кроме всего прочего, отражает и пространственное расположение палочек и колбочек, хотя и очень искаженно. Предметы, находящиеся в центре поля зрения и занимающие очень мало места на сетчатке, в зрительной коре распространяются на очень много клеток. Ясно, что очень важно, чтобы первоначально расположенные близко предметы оказались так же близко расположенными и в зрительной коре. Однако самое интересное здесь вот что. Участок, который, казалось бы, наиболее важен для близко расположенных предметов,

находится как раз в середине поля зрения. Поистине невероятно, но прямая вертикальная линия в середине поля зрения обладает тем свойством, что информация, полученная от всех точек, расположенных справа от нее, поступает в левое полушарие мозга, а информация от точек, расположенных слева, — в правое полушарие. Но прямо посередине проходит граница, так что предметы, которые очень близки и расположены в середине по разные стороны от границы, в мозге оказываются очень далекими! Информация через какие-то другие каналы все же как-то проходит из одной стороны мозга в другую, и это очень странно.

Очень интересно, как все это связывается вместе. Вопрос о том, что уже связано и что еще нужно научиться связывать, довольно стар. Прежде думали, что, по-видимому, никаких врожденных связей вообще нет; имеются только какие-то грубые наметки, и лишь потом на опыте еще в детстве постигают, что когда предмет находится «вон там», то это дает такое-то ощущение. (Врачи постоянно уверенно заявляют о том, что чувствуют маленькие дети, но откуда *сами* они знают, что чувствует годовалый ребенок?) Может быть, годовалый ребенок, видя предметы «вон там», испытывает какое-то чувство и учится протягивать руку именно «туда», потому что когда он протягивает ее «сюда», то схватить предмет не удастся. Но, по-видимому, этот подход все же неверен, ибо, как мы уже видели, во многих случаях такие специфические промежуточные связи существуют уже с рождения.

Более показательны в этом отношении замечательные опыты над саламандрами. (К счастью, у саламандры имеется прямая перекрестная связь без зрительного перекреста, поскольку у нее глаза расположены по бокам головы и поля зрения обоих глаз не перекрываются. Саламандрам поэтому бинокулярное зрение ни к чему.) Опыты эти состоят в следующем. Мы можем перерезать зрительный нерв у саламандры, но он, однако, снова начнет расти из глаз. Так будут восстанавливаться сами собой тысячи и тысячи клеток. И хотя волокна зрительных нервов не будут лежать рядом (они теперь напоминают большой небрежно изготовленный телефонный кабель, все волокна которого перекручены и перепутаны), однако, достигнув мозга, они снова расположатся в надлежащем порядке. Когда перерезают зрительный нерв саламандры, то возникает вопрос: восстанавливается ли он снова? Да, восстанавливается. Таков замечательный ответ. Если саламандре перерезать зрительный нерв, то он снова вырастает и она будет видеть ничуть не хуже, чем раньше. Однако если мы перережем зрительный нерв и *переведем глаз*, а потом оставим его в покое, то нервы снова вырастут и саламандра прозреет, но теперь она будет совершать ужасные ошибки: увидев муху вверх, саламандра прыгнет вниз,

и она уже никогда не сможет «выучиться» действовать правильно. Так что каким-то непостижимым образом тысячи и тысячи клеток нервных волокон находят в мозге свое истинное место.

Проблема связей в мозге, т. е. в какой степени все там связано и в какой нет, — важнейшая проблема в теории развития живых существ. Ответ еще неизвестен, но его интенсивно ищут.

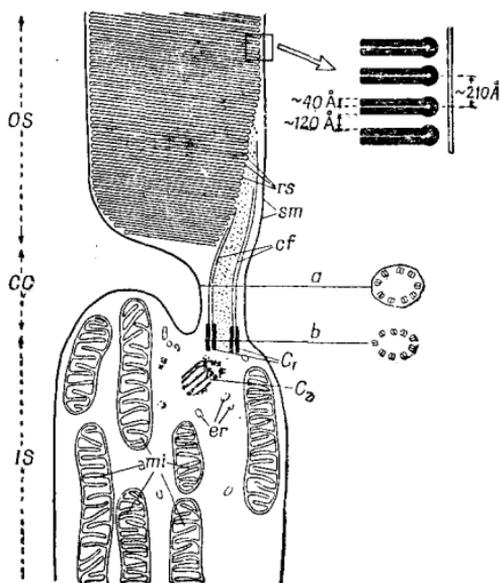
Аналогичный опыт с золотой рыбкой приводит к тому же результату: в том месте, где мы перережем нерв, образуется страшный узел, подобно большому шраму или опухоли, и, несмотря на все это, волокна снова «прорастут» в мозг к своему истинному месту. Для того чтобы это произошло, волокна, поскольку они растут по старому каналу зрительного нерва, «должны решать», в каком направлении расти. Но как им удастся это делать? Возможно, что здесь работает какой-то химический механизм, который по-разному действует на разные волокна. Подумать только, сколь огромно число растущих волокон и каждое из них как-то, по-своему отличается от соседних; реагируя на какой-то химический механизм, оно делает это достаточно однозначно, чтобы отыскать свое истинное место среди окончательных связей в мозге! Это поразительно, фантастично! Это одно из величайших явлений, открытых биологами за последнее время, и оно, несомненно, связано со многими старыми нерешенными проблемами роста, организации и развития организма, особенно зародыша.

Другое интересное явление связано с движением глаза. Чтобы добиться совпадения двух изображений, глаз должен обладать способностью двигаться. Эти движения могут быть разного рода: когда мы следим за чем-то, оба глаза должны поворачиваться одновременно в одном направлении — вправо или влево; когда мы следим за удаляющимся или приближающимся предметом, глаза должны двигаться в противоположных направлениях. Нервы, подходящие к мышцам глаза, как раз приспособлены для этих целей. Одни нервы заставляют наружные мышцы, например левого глаза и внутренние мышцы правого, сокращаться, а противоположные мышцы — расслабляться, так что оба глаза движутся в одну сторону. Но есть и другие центры, возбуждение которых заставляет глаза двигаться навстречу друг другу. Любой глаз может быть скошен в уголок, если второй при этом движется к носу, но совершенно невозможно сознательно или несознательно одновременно повернуть оба глаза в разные стороны, и вовсе не потому, что нет мышц, способных сделать это, а потому, что нет способа послать такие сигналы, чтобы оба глаза отвернулись в разные стороны. (Разумеется, если не произошло никакого нарушения, например не перерезан нерв.) И хотя мышцы

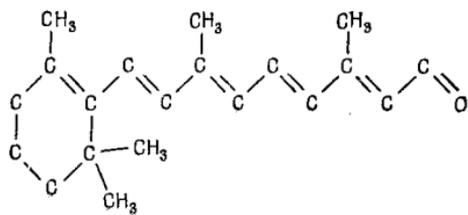
одного глаза вполне могут поворачивать его как угодно, даже йоги никаким усилием воли не могут повернуть *оба* глаза в разные стороны. Просто потому, что нет никакой возможности сделать это. В какой-то мере мы уже скованы от рождения. Это очень важный пункт, ибо большинство прежних книг по анатомии и психологии не признавало или не замечало того факта, что мы в такой степени скованы с самого рождения; они утверждали, что можно всему научиться.

§ 3. Палочки

Посмотрим теперь подробнее, что происходит в палочках сетчатки. На фиг. 36.5 показана микрофотография середины палочки (конец ее выходит вверх за пределы снимка). Справа в увеличенном виде слой за слоем видны плоские структуры, содержащие родопсин (зрительный пурпур) — красящее вещество, или пигмент, который, собственно, и обуславливает функцию палочек. Родопсин представляет собой большие молекулы белка, содержащего специальную группу, называемую ретиненом, которая может быть отщеплена от белка, что, несомненно, и является главной причиной поглощения света. Нам пока не понятно, почему эти структуры плоские, но весьма возможно, что это сделано для того, чтобы молекулы родопсина лежали параллельно друг другу. Химия этого явления известна сейчас довольно хорошо, но, кроме того, возможно, что здесь принимает участие и физика. Может оказаться, что все молекулы располагаются в своего рода ряд, и когда одна из них возбуждается, то вылетевший при этом электрон (или просто волна возбуждения) доходит до некоторого места в конце структуры и порождает сигнал или что-нибудь аналогичное. Это очень важная область, и она еще совсем не разработана. Это поле деятельности для биохимии и физики твердого тела или чего-то в этом духе.



Фиг. 36.5. Электронная микрофотография палочки.



Ф и г. 36.6. Структура ретинена.

Те же самые слоистые структуры найдены и в других местах, где тоже важен свет, например в хлоропласте растений, где под действием света происходит фотосинтез. При большом увеличении мы обнаруживаем те же самые слои, но, конечно, вместо ретинена мы находим хлорофилл. Химическая форма ретинена показана на фиг. 36.6. Его боковая ветвь содержит серию альтернирующих двойных связей, характерную почти для всех сильно поглощающих органических веществ, подобных хлорофиллу, гемоглобину и т. д. Эти вещества человек не может изготовить в своих собственных клетках и должен получать их с пищей в виде специального вещества, в точности похожего на ретинен, за исключением водородной связи на правом конце. Называется это вещество витамином А. Если в пище его недостаточно, то запас ретинена в организме не пополняется и развивается то, что мы называем *куриной слепотой*, т. е. количества пигмента будет недостаточно для того, чтобы можно было видеть в сумерках.

Известно также, почему такая серия двойных связей очень сильно поглощает свет. Я немного расскажу вам об этом. Альтернирующая серия двойных связей называется *сопряженной* двойной связью. Двойная связь означает, что там есть дополнительный электрон, который легко сдвинуть вправо или влево. Когда свет ударяет по этой молекуле, то электрон каждой двойной связи на один шаг сдвигается. В результате сдвинутся электроны во всей цепи, подобно тому, как упадут при толчке поставленные друг за другом костяшки домино, и хотя каждый из них проходит очень небольшое расстояние (мы считаем, что в отдельном атоме электрон может проходить только очень маленькое расстояние), в целом получается такой же эффект, как будто электрон с одного конца перескочил на другой! Это то же самое, как если бы один электрон прошел все расстояние взад и вперед, а в таком случае происходит значительно более сильное поглощение под действием электрического поля, чем если бы мы передвинули электрон только на расстояние, связанное с одним атомом. А поскольку двигать электрон взад и вперед не так уже трудно, то ретинен очень сильно поглощает свет; таков механизм, в основе которого лежит физика и химия.

§ 4. Сложные глаза насекомых

Вернемся теперь к биологии. Человеческий глаз — отнюдь не единственный тип глаза. Хотя глаза почти всех позвоночных похожи на человеческие, однако у низших животных мы встречаем множество других типов глаз. Обсуждать их у нас нет времени. Но среди беспозвоночных (например, у насекомых) встречаются и высокоразвитые типы глаз; это *сложные*, или *фасеточные*, глаза. (У большинства насекомых, кроме больших фасеточных глаз, есть еще простые глаза, или глазки.) Наиболее тщательно изучалось зрение пчелы. Изучать особенности зрения пчел легко, ибо их, как известно, привлекает мед и мы можем ставить опыты, смазывая медом, например, голубую или красную бумагу и наблюдая, какая из них привлечет пчелу. Этим методом были обнаружены очень интересные особенности зрения пчелы.

Прежде всего, пытаясь определить, насколько отчетливо пчела видит разницу между двумя кусочками «белой» бумаги, некоторые исследователи нашли, что она видит ее не очень хорошо, а другие, наоборот, что она делает это чертовски здорово. Даже если брались два почти в точности одинаковых кусочка бумаги, пчела все же различала их. Один кусок бумаги, например, отбеливался цинковыми белилами, а другой — свинцовыми, и, хотя оба они выглядели в точности одинаково, пчела различала их, ибо они по-разному отражают ультрафиолетовый свет. Таким образом, было обнаружено, что глаз пчелы чувствителен к более коротким длинам волн, чем глаз человека. Наши глаза видят в диапазоне от 7000 до 4000 Å, от красного до фиолетового, а пчелы могут видеть вплоть до 3000 Å, т. е. в ультрафиолетовой области! А это порождает целый ряд очень интересных эффектов. Прежде всего пчелы различают многие цветы, которые нам кажутся абсолютно одинаковыми. В этом нет ничего удивительного; ведь цветы цветут вовсе не для того, чтобы радовать наш взор. Они служат приманкой для пчел, своеобразным сигналом о том, что здесь есть мед. Всем известно, что есть очень много «белых» цветов. Цвет, который нам *кажется* белым, по-видимому, пчелы не видят, ибо выяснилось, что разные белые цветы не отражают *ультрафиолетовые* лучи столь полно, как это делают *истинно* белые цветы. От белого предмета отражается не весь падающий на него свет, ультрафиолетовые лучи теряются, а это в точности то же, что для нас потеря голубого цвета, т. е. получение желтого цвета. Итак, все белые цветы кажутся пчелам цветными. Однако нам известно также, что пчелы не видят красного цвета. Выходит, можно считать, что красные цветы кажутся пчелам черными? Ничего подобного! Тщательное изучение красных цветов показывает, что, во-первых, даже наши глаза способны различать у огром-

ного большинства красных цветов легкий синеватый оттенок, вызванный дополнительным отражением большинством из них синего цвета, который находится в видимой пчелами области. Кроме того, опыты также показывают, что цветы отличаются по своей способности отражать ультрафиолет от различных частей лепестка и т. д. Итак, если бы мы могли видеть цветы такими, как их видят пчелы, то нашли бы их еще прекраснее и разнообразнее!

Впрочем, было обнаружено, что имеются такие красные цветы, которые *не отражают* голубых или ультрафиолетовых лучей, поэтому они должны *казаться* пчелам черными! Это в какой-то степени объясняет недоумение тех людей, которых очень волнует этот вопрос: ведь черный цвет не кажется привлекательным, да и трудно его отличить от грязной густой тени. Так оно и получается на самом деле: пчелы *не прилетают* на эти цветы. Но зато как раз они нравятся крохотным *колибри*; оказывается, эти птички отлично видят красный цвет!

Еще одна интересная сторона зрения пчелы. Взглянув на кусочек голубого неба и не видя самого солнца, пчела, по видимому, может все-таки определить, где находится солнце. Для нас это не так-то просто. Посмотрите из окна на небо. Вы видите, что оно голубое. А в каком направлении находится сейчас солнце? Пчела может это определить, ибо она очень чувствительна к направлению *поляризованного* света, а отраженный от неба свет поляризован *. До сих пор спорят о том, как это ей удается: то ли потому, что рассеяние света различно при разных обстоятельствах, то ли глаза пчелы непосредственно чувствительны к направлению поляризованного света. В самое недавнее время получены данные о непосредственной чувствительности глаза пчелы.

Говорят также, что пчела способна различать отдельные вспышки света с частотой 200 раз в 1 сек, тогда как мы различаем только 20 вспышек. В улье пчелы движутся очень быстро; они шевелят лапками, машут крылышками, но наши глаза с трудом успевают уследить за всеми этими движениями. Вот если бы мы могли различать более быстрые мелькания, тогда другое дело. Видимо, для пчелы очень важно, чтобы ее глаза имели столь быструю реакцию.

Теперь поговорим о том, какова, собственно, острота зрения у пчелы? Глаз пчелы сложный; состоит он из огромного числа

* Человеческий глаз тоже слегка чувствителен к направлению поляризованного света, и научиться угадывать направление солнца в общем можно! Здесь используется явление, называемое хайдингеровской гребенкой (Haidinger's brush). Это бледное желтоватое пятно в центре поля зрения, напоминающее по форме песочные часы; видно оно через поляризационные очки на фоне безграничного бесцветного пространства. Впрочем, его можно видеть и без поляризационных очков на голубом небе, если поворачивать голову то туда, то сюда вокруг оси зрения.

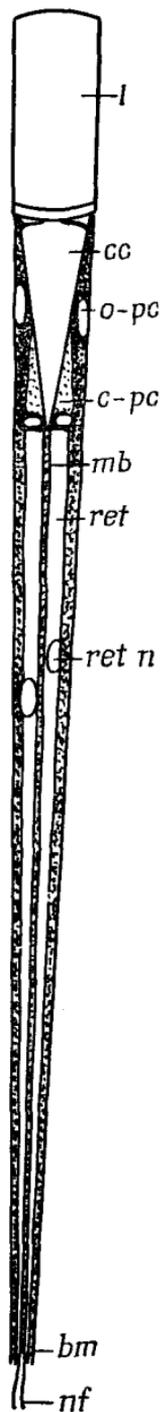
Фиг. 36.7. Строение омматидия.

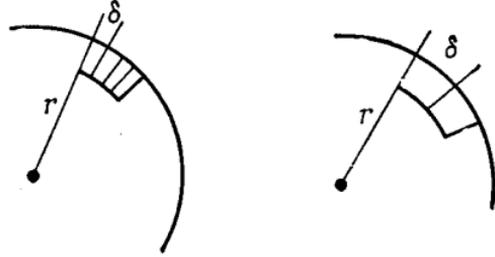
особых глазков, называемых *омматидиями*, которые расположены на почти сферической поверхности по бокам головы насекомого. На фиг. 36.7 показан омматидий. В его вершине находится прозрачная область, своего рода «хрусталик», но в действительности это больше напоминает фильтр, заставляющий свет идти вдоль узкого волокна, где, по-видимому, и происходит его поглощение. От другого его конца отходит нервное волокно. Центральное нервное волокно имеет по бокам шесть клеток, от которых по сути дела оно и отходит. Для наших целей этого описания вполне достаточно; главное то, что клетка имеет коническую форму, и множество таких клеток, примыкая друг к другу, образует поверхность глаза пчелы.

Посмотрим теперь, каково разрешение такого глаза. Проведем линию (фиг. 36.8), схематически представляющую омматидий, на поверхности глаза, который мы будем считать сферой радиусом r . Мы сейчас попытаемся *вычислить* ширину каждого омматидия, для чего напряжем немного нашу сообразительность и предположим, что природа столь же сообразительна, как и мы! Если омматидий очень велик, то разрешение не может быть большим. Иначе говоря, один омматидий получает информацию об одном направлении, соседний — о другом и т. д., а предметы, попавшие в промежуток, пчела не сможет видеть достаточно хорошо. Таким образом, неопределенность остроты зрения глаза, несомненно, связана с угловым размером конца омматидия относительно центра кривизны глаза. (На самом деле глаза расположены только на поверхности головы.) Но угол от одного омматидия до следующего равен, конечно, диаметру омматидия, деленному на радиус кривизны поверхности глаза:

$$\Delta\theta_g = \frac{\delta}{r}. \quad (36.1)$$

Итак, можно сказать: «Чем меньше будет значение δ ,





Ф и г. 36.8. Схема распределения омматидиев на поверхности глаза пчелы.

тем больше окажется острота зрения. Но почему же тогда природа не дала пчеле очень-очень мелкие омматидии?» В ответ можно сказать следующее: мы уже достаточно хорошо знаем физику, чтобы понять, что при попытке пропустить свет через узкую щелку из-за дифракции невозможно достаточно хорошо видеть в данном направлении, ибо туда будет попадать свет от различных направлений, т. е. от всех направлений, находящихся внутри угла $\Delta\theta_d$, такого, что

$$\Delta\theta_d = \frac{\lambda}{\delta}. \quad (36.2)$$

Теперь ясно, что, если взять δ слишком маленьким, каждый омматидий вследствие дифракции будет видеть не только в одном направлении! Но если сделать значение δ слишком большим, то, хотя каждый будет смотреть в одном направлении, их окажется слишком мало, чтобы получить достаточно подробную картину. Таким образом, мы должны подобрать такое расстояние d , чтобы полный эффект этих двух механизмов был минимальным. Если мы сложим два выражения и найдем место, где сумма имеет минимум, то получим

$$\frac{d(\Delta\theta_g + \Delta\theta_d)}{d\delta} = 0 = \frac{1}{r} - \frac{\lambda}{\delta^2}, \quad (36.3)$$

что дает расстояние

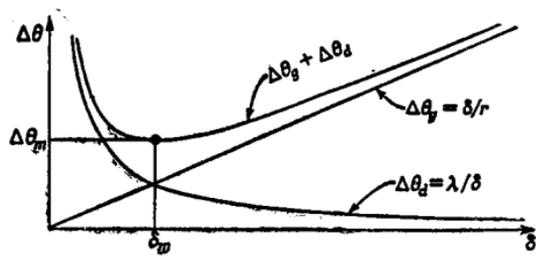
$$\delta = \sqrt{\lambda r}. \quad (36.4)$$

Если мы для оценки будем считать, что r приблизительно равно 3 мм, а длину волны света, который пчела видит, примем равной 4000 Å, то после умножения и извлечения корня найдем

$$\delta = (3 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-7})^{1/2} \text{ м} = 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 35 \text{ мк}. \quad (36.5)$$

В книгах указывается диаметр, равный 30 мк. Как видите, согласие оказывается довольно хорошим! Ясно, что именно этот механизм определяет размер глаза пчелы и он вполне доступен нашему пониманию. Подставив теперь полученное число в (36.1), легко определить, каково угловое разрешение глаза пчелы. Оно оказывается очень плохим по сравнению с глазом человека. Мы способны видеть вещи, кажущийся размер которых в тридцать раз меньше, чем видит пчела. Так что по

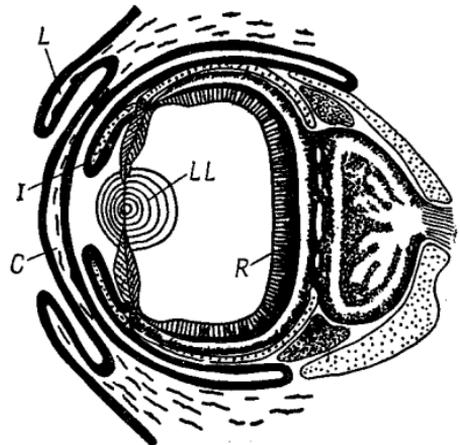
Ф и г. 36.9. Оптимальный размер омматидия, равный δ_m .



сравнению с человеком изображение у пчелы получается довольно расплывчатое, нефокусированное. Тем не менее так оно есть, и на большее она просто не может рассчитывать. Естественно возникает вопрос: а почему бы пчеле не завести себе такой же глаз, как у нас, с хрусталиком и со всем прочим? Этому мешает несколько довольно интересных причин. Прежде всего пчела слишком мала; если бы у нее был глаз, похожий на наш, но соответственно уменьшенный, то размер зрачка оказался бы порядка 30 мк, а поэтому дифракция была бы так велика, что пчела все равно не видела бы лучше. Слишком маленький глаз — это не очень хорошо. Потом, если сделать глаз большим, как голова пчелы, то он занял бы всю голову. Ведь ценность сложного глаза в том и состоит, что он практически не занимает места — просто тоненький слой на поверхности головы пчелы. Так что, прежде чем давать советы пчеле, не забывайте, что у нее есть свои собственные проблемы!

§ 5. Другие типы глаз

Кроме пчел, многие другие животные могут различать цвета. Рыбы, бабочки, птицы и пресмыкающиеся тоже могут различать цвета. А вот большинство млекопитающих, как полагают, не могут. Приматы, однако, различают. Птицы, несомненно, различают цвета, об этом говорит их окраска.



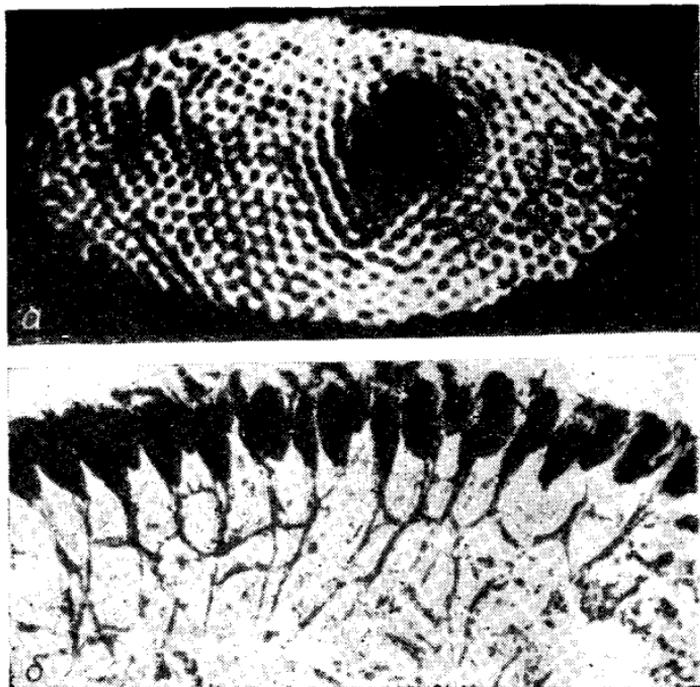
Ф и г. 36.10. Глаз осьминога.

Какой был бы смысл самцам так блистательно ярко наряжаться, если бы самки не могли это видеть! Иначе говоря, привлекающее оперение, которым обладают птицы, и есть результат того, что самки способны различать цвета. Так что в следующий раз, когда вы увидите павлина и будете удивляться этой сверкающей выставке ярких красок, восхищаться утонченно подобранными цветами и замирать перед удивительным чувством эстетики птицы, не забудьте, что ваш восторг относится собственно к самке павлина, к ее наблюдательности и тонкому вкусу: только это ведь и породило столь удивительное зрелище!

Большинство беспозвоночных имеют либо недоразвитые, либо сложные глаза, а глаза всех позвоночных животных похожи на глаз человека. Однако есть одно исключение. Рассматривая высшие формы животных, мы обычно восклицаем: «Ну конечно, так и есть!», но если встать на менее предвзятую точку зрения и ограничиться только беспозвоночными, чтобы исключить нас самих, и спросить зоологов, какое из беспозвоночных животных они считают наиболее развитым, то большинство из них в один голос ответят — осьминог! Весьма интересно, что, помимо развитого мозга, его реакций и прочего, которые слишком хороши для беспозвоночного, осьминог имеет высокоразвитый глаз, совершенно непохожий на глаза кого-либо другого. Это не сложный глаз и не светочувствительное пятно, в нем есть и роговица, и веко, есть и радужка, и две полости, заполненные жидкостью, и хрусталик, и сетчатка (фиг. 36.10). В точности то же, что и у позвоночных! Это замечательный пример совпадения в эволюции, когда природа дважды пришла к одному и тому же решению проблемы, но с одним небольшим улучшением. Сетчатка у осьминога, как оказалось, представляет собой тоже часть мозга, и образовалась она при эмбриональном развитии, как у позвоночных животных, но имеется одно очень интересное и поразительное отличие: чувствительные к свету клетки расположены не позади слоев других клеток, как у нас, а непосредственно на *внутренней* поверхности глазного яблока, а клетки, занимающиеся вычислением, — позади них. Теперь мы по крайней мере видим, что в расположении клеток в нашем глазе глубокого смысла нет. В другой раз природе пришлось исправить свою ошибку! Самыми большими глазами наделен громадный спрут: диаметр их 38 см!

§ 6. Первые механизмы зрения

Одной из основных тем этой главы является взаимосвязь и взаимная информация отдельных частей глаза. Давайте рассмотрим сложный глаз краба-мечехвоста, над которым было проделано



Ф и г. 36.11. Сложный глаз краба-мечехвоста.
 а — общий вид; б — в разрезе.

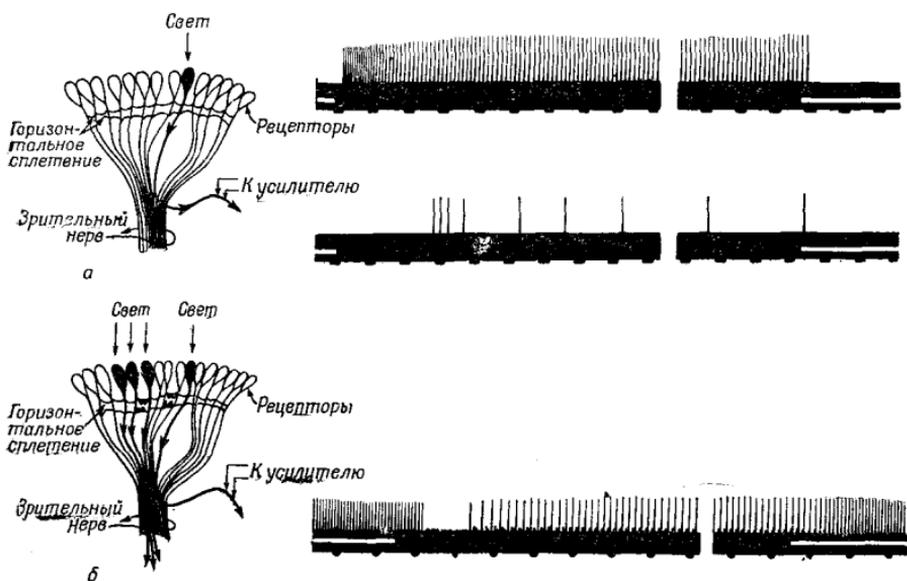
довольно много опытов. Прежде всего нужно понять, какого сорта информация может передаваться по нервам. По нерву передается нечто вроде возмущения электрической природы, которое может быть легко зарегистрировано. Это некое волнообразное возмущение, которое бежит по нерву и вызывает на другом его конце какой-то эффект. Информацию переносит длинный отросток нервной клетки, называемый *аксоном*, и если один конец аксона возбужден, то по нему бежит «импульс». Далее, если по нерву уже проходит один импульс, то за ним не может немедленно последовать второй. Все импульсы имеют одну и ту же величину, так что, когда нерв сильно возбужден, это вовсе не означает, что по нему бежит *большой* импульс, а просто *увеличивается число импульсов в 1 сек.* Величина же импульса определяется нервным волокном. Это важно усвоить, чтобы понять, что произойдет дальше.

На фиг. 36.11, а показан сложный глаз краба-мечехвоста; в нем всего лишь около тысячи омматидиев. Фиг. 36.11, б представляет собой поперечный разрез этой системы. Видны отдельные омматидии и нервные волокна, соединяющие их с мозгом. Но обратите внимание, что даже у этого краба имеются внутренние связи. Они, конечно, гораздо менее сложные, чем в глазе

человека, но именно это-то и дает нам возможность изучить подобные связи на простом примере.

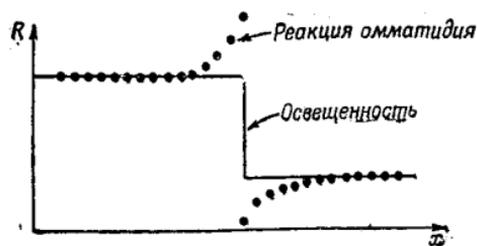
Давайте рассмотрим такой опыт: наложим на зрительный нерв нашего краба небольшие электроды и осветим только один омматидий; это легко можно сделать с помощью линз. Если мы в какой-то момент времени t_0 включим свет и будем измерять возникающие электрические импульсы, то увидим, что после небольшой задержки последует быстрая серия разрядов, частота которых постепенно будет уменьшаться, пока не достигнет какой-то равномерности (фиг. 36.12, а). После выключения света разряды прекращаются. Интересно, что если усилитель остается связанным с тем же нервом, а мы направим свет на *другой* омматидий, то ничего не произойдет, сигналов не будет.

Проведем теперь другой опыт: осветим первый омматидий и получим те же импульсы, но если теперь мы направим свет еще на другой соседний омматидий, то на короткое время импульсы прекращаются, после чего импульсы «побегут» снова, но с гораздо меньшей частотой (фиг. 36.12, б). Оказывается, что импульсы, возникающие во втором омматидии, затормаживают импульсы первого! Другими словами, хотя каждый нерв и несет информацию о своем омматидии, количество этой информации подавляется сигналами от другого омматидия. Например, когда более или менее равномерно освещен весь глаз, то сигнал, пришедший от любого отдельного омматидия, будет относительно слабым, ибо он подавлен множеством других сигналов. Торможение аддитивно, т. е. если мы осветим несколько



Фиг. 36.12. Ответная реакция на свет нервных волокон глаза краба-мечехвоста.

Ф и г. 36.13. Ответная реакция омматидия краба-мечехвоста на резкий освещенный край.



соседних омматидиев, торможение будет очень сильным. Торможение оказывается большим, если омматидии расположены ближе, но если они достаточно удалены друг от друга, то торможение практически сводится к нулю. Таким образом, торможение аддитивно и зависит от расстояния. Это первый пример, когда информация от различных частей глаза перерабатывается в нем самом. Если подумать немного, то можно понять, что этот механизм предназначен для *усиления контраста* на краях объекта, ибо если часть предмета освещена, а часть нет, то омматидии, направленные на освещенную область, дают импульсы, которые затормаживаются всеми соседними омматидиями, видящими освещенную область, так что они относительно слабы. С другой стороны, омматидии, видящие границу световой области и дающие «белый» сигнал, хотя и подавлены своими соседями, но тех не столь уж много, ибо некоторые из них совсем темные (не видят света), в результате чего сигнал оказывается более сильным. В итоге получается кривая, подобная изображенной на фиг. 36.13. Краб как бы видит «усиленный» контур.

Однако тот факт, что существует такое «усиление» контура, известен уже давно. Это действительно замечательная вещь, которая неоднократно обсуждалась психологами. Чтобы изобразить предмет, нам достаточно нарисовать лишь его контур. Ведь мы привыкли видеть картины, на которых изображены одни только контуры! Но что же такое контур? Ведь это просто граница между темным и светлым или между одним цветом и другим. В самом деле, это вовсе не что-то определенное. Можно думать, что угодно, но никакой линии вокруг предмета нет! Нет, все это только наша выдумка. Теперь мы начинаем понимать, почему нам достаточно контура, чтобы представить себе весь предмет. По-видимому, наши глаза тоже работают, подобно глазам мечехвоста, разумеется, гораздо более сложно, но все же аналогично.

Наконец, я вкратце опишу более сложные опыты, очень красивые, и трудные, которые были проделаны над лягушкой. При выполнении их в зрительный нерв лягушки вводились миниатюрные искусно сделанные нитеобразные зонды и измерялись сигналы, идущие вдоль одного определенного аксона; точно так же как в случае с крабом-мечехвостом, было обнаружено, что

информация зависит не просто от одной точки глаза, а является суммой информации, полученных от нескольких частей.

Наиболее современная картина операций на глазу лягушки выглядит следующим образом. Можно найти четыре типа различных зрительных нервных волокон, в том смысле, что существуют четыре различных сорта ответных реакций. В этих экспериментах не было вспышек света: лягушка не замечает таких вещей. Она просто сидит, и глаза ее неподвижны до тех пор, пока листок лилии не начнет двигаться. Тогда глаза лягушки движутся как раз так, чтобы изображение оставалось в поле зрения. Однако сама по себе лягушка глазами не ворочает и не ищет, куда девался объект. Если в поле ее зрения движется что-то, напоминающее небольшое насекомое (нужно, чтобы она могла видеть нечто маленькое, движущееся на неподвижном фоне), то обнаруживаются четыре различных сорта нервных волокон, отвечающих на это раздражение. Их свойства приведены в табл. 36.1. Длительное (нестираемое) обнаружение края

Таблица 36.1 • ТИПЫ ОТВЕТНЫХ РЕАКЦИЙ ЗРИТЕЛЬНЫХ НЕРВНЫХ ВОЛОКОН У ЛЯГУШКИ

Реакция	Скорость проведения импульсов, м/сек	Угловое поле, град
1. Длительное (нестираемое) обнаружение края	0,2—0,5	1
2. Обнаружение (стираемое) изогнутой поверхности	0,5	2—3
3. Регистрация изменения контраста	1—2	7—10
4. Регистрация тусклости	до $\frac{1}{2}$	до 15
5. Регистрация темноты . .	?	Очень велико

означает, что если мы внесем предмет с резким краем в поле зрения лягушки, то в тех фоторецепторах, мимо которых он движется, возникает множество импульсов, которые переходят затем в редкие импульсы, продолжающиеся до тех пор, пока край находится в поле зрения, даже если он стоит на месте. После выключения света импульсы прекращаются. Если снова включить свет и край предмета по-прежнему находится в поле зрения, то импульсы возникают снова. Они не исчезают. Другой сорт волокон очень похож на первый, но с тем исключением, что они не работают, если край прямой. Нужно, чтобы край был изогнутым! Насколько сложной должна быть система взаимных связей сетчатки глаза лягушки, чтобы видеть движение изогнутой поверхности! Более того, если эти волокна чем-то возбуждены, то возбуждение не может держаться так же долго,

как в первом случае, и если мы выключим свет и включим его снова, то импульсы *не* возобновятся. Впрочем, это зависит от движения выпуклой поверхности. Глаз видит ее движение и помнит, где она находится, но если мы на момент выключим свет, то глаз просто забывает о ней и больше ее не видит.

Следующим типом является регистрация изменения контраста. Если край надвигается или отодвигается, то сигналы есть. Но если предмет стоит, то никаких сигналов вообще нет.

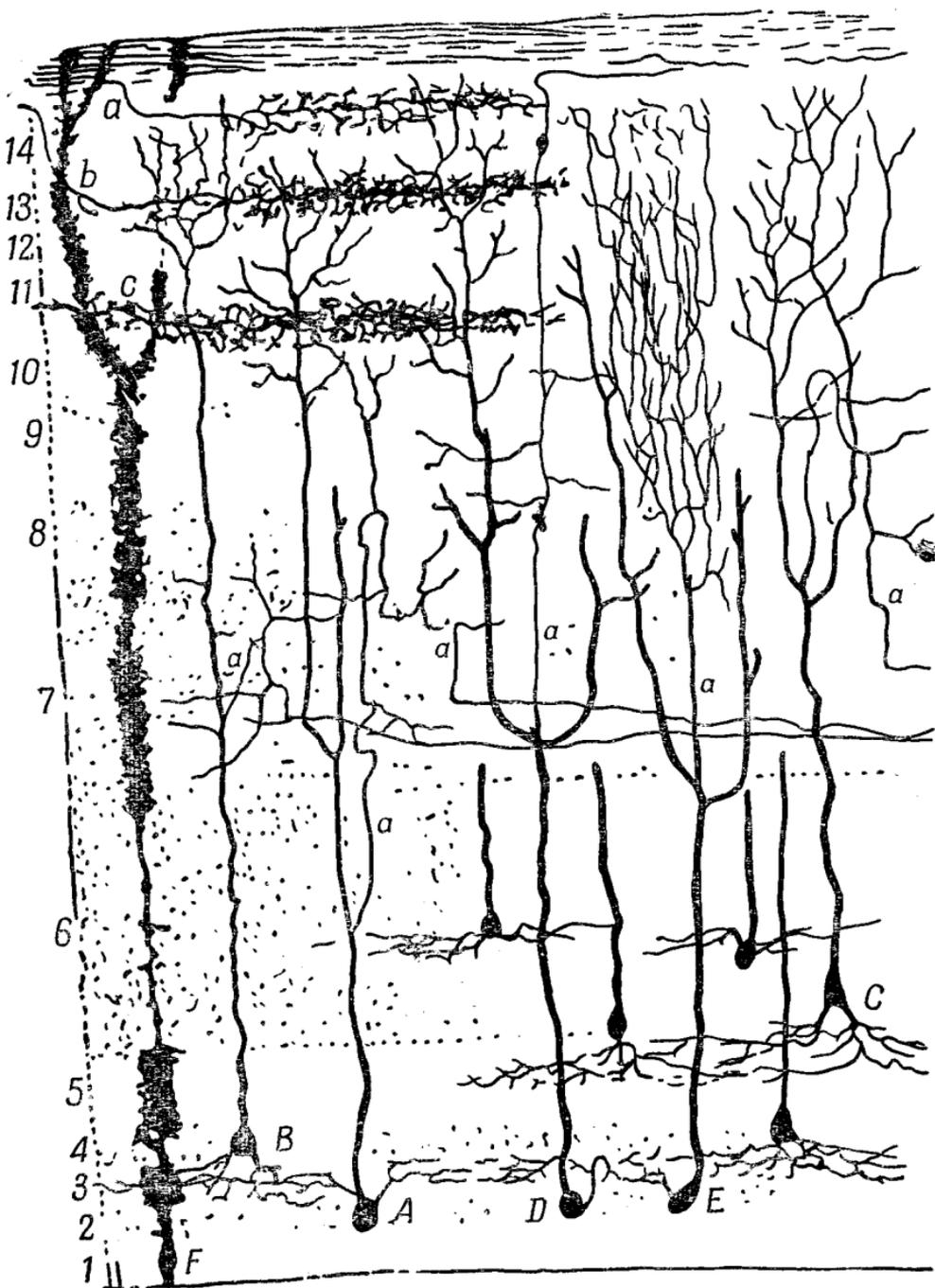
Затем есть «регистратор тусклости». Если интенсивность света уменьшается, то возникают импульсы, если она неизменна — импульсы прекращаются: регистратор работает, только когда свет тускнеет.

И наконец, есть несколько волокон, которые служат регистраторами темноты. Самое удивительное, что они беспрестанно «стреляют»! Если свет усиливается, «выстрелы» становятся более редкими, а если ослабевает, то, наоборот, «огонь» становится более частым, но он не прекращается ни на секунду. В темноте же они «строчат», как сумасшедшие, напоминая постоянно: «Тьма! Тьма! Тьма!»

Все эти реакции кажутся слишком сложными, чтобы их можно было как-то классифицировать. Подозрительно даже, правильно ли истолкованы эксперименты. Но самое интересное, что эти же классы очень отчетливо выделяются самой анатомией лягушки! После того как волокна были расклассифицированы (очень важно, что это было сделано *после*), другие измерения обнаружили, что *скорости* импульсов, бегущих по различным волокнам, не одинаковы. Так что был найден другой независимый способ определения сорта волокна!

Еще один интересный вопрос: насколько велика анализирующая область, связанная с каким-то одним волокном? Ответ оказался различным для разных классов волокон.

На фиг. 36.14 показана поверхность так называемой покрывки мозга лягушки. Сюда приходят волокна из зрительного нерва. Все эти нервные волокна связаны с различными слоями покрывки. Слоистое строение ее напоминает строение сетчатки (это один из фактов, говорящих нам о том, что сетчатка и мозг весьма похожи друг на друга). Если теперь взять электрод и постепенно перемещать его вниз по слоям, то можно определить, где оканчиваются разные типы зрительных волокон. Опыт дает очень красивый и удивительный результат: оказывается, что различные сорта волокон оканчиваются в различных слоях! В первом слое оканчивается первый тип волокон, во втором — второй; третий и пятый оканчиваются в одном и том же слое, а глубже всех проникает четвертый тип. (Вас не должно удивлять, что номера их почти совпали с номерами слоев! Именно поэтому они и пронумерованы таким образом, в ранних работах они нумеровались иначе!)



Ф и г. 36.14. Покришка мозга лягушки.

Все, что мы узнали, можно кратко сформулировать так: по-видимому, имеются три сорта пигментов. Может быть множество различных сортов рецепторов, в которые эти пигменты входят в различных пропорциях, однако множество внутренних связей позволяет складывать и вычитать эффекты отдельных нервных клеток. Таким образом, прежде чем мы действительно поймем цветное зрение, необходимо понять конечный этап ощущение зрения вообще. Это все еще открытый вопрос, но исследования с микроэлектродами, возможно, дадут нам в конце концов дополнительные сведения о том, как же мы видим цвета.

КВАНТОВОЕ ПОВЕДЕНИЕ

§ 1. Атомная механика

В последних нескольких главах мы с вами рассмотрели многие существенные понятия, без которых невозможно разобраться ни в явлении света, ни вообще в электромагнитном излучении. (Некоторые специальные вопросы — теорию показателя преломления плотного вещества и полное внутреннее отражение — мы отложим до будущих времен.) Мы имели дело с так называемой «классической теорией» электромагнитных волн, и для множества явлений она давала достаточно точное описание природы. И нас не очень заботило при этом, что световая энергия всегда доставляется порциями — «фотонами».

Очередной темой, которой мы собираемся заняться (в главах, начиная с 39) *, является проблема поведения сравнительно крупных массивов вещества — их механических или, скажем, их тепловых свойств. Знакомясь с этими свойствами, мы увидим, что старая классическая теория здесь немедленно терпит неудачу, терпит по той причине, что вещество на самом деле состоит из частиц атомных размеров. И если все же мы намерены пользоваться старой теорией, то только потому, что это единственное, в чем мы можем разобраться с помощью изученной нами классической механики. Но наши успехи не будут велики. Мы обнаружим, что в отличие от теории света теория вещества на этом пути довольно быстро наталкивается на затруднения. Можно было бы, конечно, обойти все атомные эффекты стороной. Но вместо этого мы решили здесь вклю-

§ 1. Атомная механика

§ 2. Опыт с пулеметной стрельбой

§ 3. Опыт с волнами

§ 4. Опыт с электронами

§ 5. Интерференция электронных волн

§ 6. Как проследить за электроном?

§ 7. Начальные принципы квантовой механики

§ 8. Принцип неопределенности

* Выпуск 4.

нить небольшой экскурс в основные идеи квантовых свойств вещества, в квантовые представления атомной физики. Надо же, чтоб вы хоть примерно представляли, как выглядит то, что мы обходим. Все равно ведь атомные эффекты до того важны, что нам не миновать познакомиться с ними вплотную.

Стало быть, сейчас мы перейдем к *введению* в предмет квантовой механики. Но по-настоящему проникнуть в суть предмета вы сможете лишь намного позже.

Квантовая механика — это описание поведения мельчайших долек вещества, в частности всего происходящего в атомных масштабах. Поведение тела очень малого размера не похоже ни на что, с чем вы повседневно сталкиваетесь. Эти тела не ведут себя ни как волны, ни как частицы, ни как облака, или биллиардные шары, или грузы, подвешенные на пружинах, — словом, они не похожи ни на что из того, что вам хоть когда-нибудь приходилось видеть.

Ньютон считал, что свет состоит из частиц. А потом оказалось, как мы уже убедились, что свет ведет себя подобно волнам. Позже, однако (в начале XX века), обнаружили, что, действительно, поведение света временами напоминает частицу. Об электроны же, наоборот, сначала думали, что он похож на частицу, а потом было выяснено, что во многих отношениях он ведет себя как волна. Значит, на самом деле его поведение ни на что не похоже. И мы сдались. Мы так и говорим: «Он ни на что не похож».

Однако, к счастью, есть еще одна лазейка: дело в том, что электроны ведут себя в точности подобно свету. Квантовое поведение всех атомных объектов (электронов, протонов, нейтронов, фотонов и т. д.) одинаково: всех их можно назвать «частицами-волнами» (годится, впрочем, и любое другое название). Значит, все, что вы узнаете про свойства электронов (а именно они будут служить нам примером), все это будет применимо к любым «частицам», включая фотоны света.

В течение первой четверти нашего века постепенно накапливалась информация о поведении атомов и других мельчайших частиц, и знакомство с этим поведением вело ко все большему замешательству среди физиков. В 1926—1927 гг. оно было устранено работами Шредингера, Гейзенберга и Борна. Им удалось в конце концов получить непротиворечивое описание поведения вещества атомных размеров. Основные характерные черты этого описания мы и разберем в данной главе.

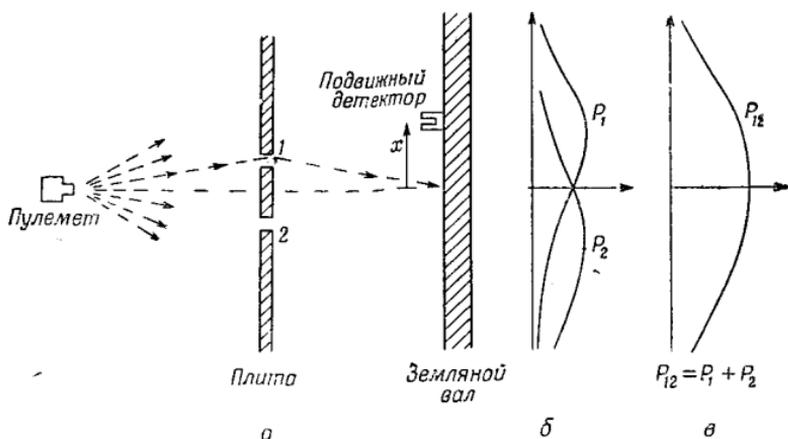
Раз поведение атомов так не похоже на наш обыденный опыт, то к нему очень трудно привыкнуть. И новичку в науке, и опытному физику — всем оно кажется своеобразным и туманным. Даже большие ученые не понимают его настолько, как им хотелось бы, и это совершенно естественно, потому что весь непосредственный опыт человека, вся его интуиция — все

прилагается к крупным телам. Мы знаем, что́ будет с большим предметом; но именно так мельчайшие тельца и не поступают. Поэтому, изучая их, приходится прибегать к различного рода абстракциям, напрягать воображение и не пытаться связывать их с нашим непосредственным опытом.

В этой главе мы сразу же попробуем ухватить самый основной элемент таинственного поведения в самой странной его форме. Мы выбрали для анализа такое явление, которое невозможно, *совершенно, абсолютно* невозможно объяснить классическим образом. В этом явлении таится самая суть квантовой механики. Но на самом деле в нем прячется только *одна-единственная* тайна. Мы не можем раскрыть ее в том смысле, что не можем «объяснить», как она работает. Мы просто *расскажем* вам, как она работает. Рассказывая об этом, мы познакомим вас с основными особенностями всей квантовой механики.

§ 2. Опыт с пулеметной стрельбой

Пытаясь понять квантовое поведение электронов, мы сопоставим его с привычными нам движениями обычных частиц, похожих на пулю, и обычных волн, похожих на волны на воде. Сперва мы займемся стрельбой из устройства, схематически показанного на фиг. 37.1. Это пулемет, выпускающий целый сноп пуль. Он не очень хорош, этот пулемет. При стрельбе его пули рассеиваются на довольно широкий угол, как это изображено на рисунке. Перед пулеметом стоит плита (броневая), а в ней есть две дыры, через которые пуля свободно проходит. За плитой расположен земляной вал, который «поглощает» попавшие в него пули. Перед валом стоит предмет, который мы назовем «детектором». Им может служить, скажем, ящик с песком. Любая пуля, попав в детектор, застревает в нем. Если нужно, ящик открывают и все попавшие внутрь пули пересчитывают. Детектор можно передвигать взад и вперед (в направлении x). Этот прибор позволяет экспериментально ответить на вопрос: «Какова вероятность того, что пуля, проникшая сквозь плиту, попадет в вал на расстоянии x от середины?» Заметьте, что мы говорим только о вероятности, потому что невозможно сказать определенно, куда попадет очередная пуля. Пуля, даже попавшая в дыру, может срикошетить от ее края и уйти вообще неизвестно куда. Под «вероятностью» мы понимаем шанс попасть пулей в детектор, который установлен в x метрах от середины. Этот шанс можно измерить, подсчитав, сколько пуль попало в детектор за определенное время, а затем разделив это число на *полное* число пуль, попавших в вал за то же время. Или, полагая, что скорость стрельбы была одинакова, можно считать вероятность пропорциональной числу пуль, попавших в детектор за условленное время.



Ф и г. 37.1. Опыт со стрельбой из пулемета.

Для наших целей надо вообразить немного идеализированный опыт, когда пули не дают осколков и остаются целыми. Тогда мы обнаружим, что пули всегда попадают в детектор порциями: если уж мы что-то нащупали в детекторе, то это всегда целая пуля, а не половина и не четвертушка. Даже когда скорость стрельбы становится очень малой, все равно в детекторе за определенное время либо ничего не накапливается, либо обнаруживается целое — непременно целое — число пуль. Стало быть, размер порции не зависит от скорости стрельбы. Мы говорим поэтому: «Пули *всегда* приходят равными порциями». С помощью нашего детектора мы измеряем как раз вероятность прихода очередных порций как функцию x . Результат таких измерений (мы, правда, пока еще не провели такого эксперимента и сейчас просто воображаем, каким будет результат) изображен на графике фиг. 37.1, в. Вероятность в нем отложена вправо, а x — по вертикали, согласуясь с движением детектора. Вероятность обозначена P_{12} , чтобы подчеркнуть, что пули могли проходить и сквозь отверстие 1, и сквозь отверстие 2. Вы, конечно, не удивитесь, что вероятность P_{12} близ середины графика велика, а по краям мала. Вас может, однако, смутить, почему наибольшее значение P_{12} оказалось при $x = 0$. Это легко понять, если один раз проделать опыт, заткнув дырку 2, а другой раз — дырку 1. В первом случае пули смогут проникать лишь сквозь дырку 1 и получится кривая P_1 (см. фиг. 37.1, б). Здесь, как и следовало ожидать, максимум P_1 приходится на то x , которое лежит по прямой от пулемета через дырку 1. А если заткнуть дырку 1, то получится симметричная кривая P_2 — распределение вероятностей для пуль, проскочивших сквозь отверстие 2. Сравнив части б и в на фиг. 37.1, мы получаем важный

результат

$$P_{12} = P_1 + P_2, \quad (37.1)$$

т. е. вероятности просто складываются. Действие двух дырок складывается из действий каждой дырки в отдельности. Этот результат наблюдений мы назовем *отсутствием интерференции* по причине, о которой вы узнаете после. На этом мы покончим с пулями.

Они приходят порциями, и вероятность их попадания складывается без интерференции.

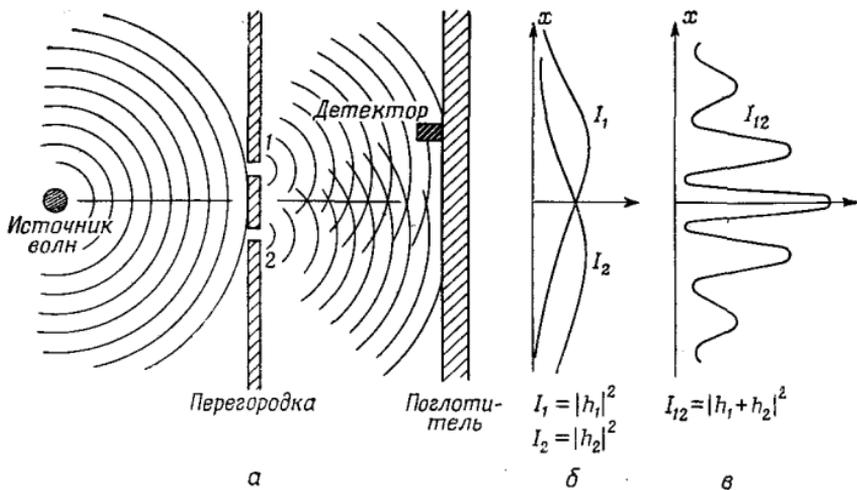
§ 3. Опыт с волнами

Теперь проведем опыт с волнами на воде. Прибор показан схематически на фиг. 37.2. Это мелкое корытце, полное воды. Предмет, обозначенный как «источник волн», колеблясь при помощи моторчика вверх и вниз, вызывает круговые волны. Справа от источника опять стоит перегородка с двумя отверстиями, а дальше — вторая стенка, которая для простоты сделана поглощающей (чтобы волны не отражались): насыпана песчаная отмель. Перед отмелью помещается детектор; его опять, как и раньше, можно передвигать по оси x . Теперь детектор — это устройство, измеряющее «интенсивность» волнового движения. Представьте себе приспособление, измеряющее высоту волн. Если его шкалу откалибровать пропорционально *квадрату* высоты, то отсчеты шкалы смогут давать интенсивность волны. Детектор, таким образом, будет определять *энергию*, переносимую волной, или, точнее, долю энергии, доставляемую детектору.

Первое, в чем можно убедиться при помощи такого волнового аппарата, — это что интенсивность может быть *любой величины*. Когда источник движется еле-еле, то и детектор показывает тоже чуть заметное движение. Если же движение возрастет, то и в детекторе интенсивность подскочит. Интенсивность волны может быть какой угодно. Мы уже *не скажем*, что в интенсивности есть какая-то «порционность».

Заставим теперь волновой источник работать стабильно, а сами начнем измерять интенсивность волн при различных значениях x . Мы получим интересную кривую (кривая I_{12} на фиг. 37.2, в).

Но мы уже видели, откуда могут возникать такие картинки, — это было тогда, когда мы изучали интерференцию электрических волн. И здесь можно видеть, как первоначальная волна дифрагирует на отверстиях, как от каждой щели расходятся круги волн. Если на время одну щель прикрыть и измерить распределение интенсивности у поглотителя, то кривые выйдут довольно простыми (см. фиг. 37.2, б).



Ф и г. 37.2. Опыт с волнами на воде.

Кривая I_1 — это интенсивность волн от щели 1 (когда ее измеряли, щель 2 была закрыта), а кривая I_2 — интенсивность волн от щели 2 (при закрытой щели 1).

Мы видим со всей определенностью, что интенсивность I_{12} , наблюдаемая, когда оба отверстия открыты, *не равна* сумме интенсивностей I_1 и I_2 . Мы говорим, что здесь происходит «интерференция», наложение двух волн. В некоторых местах (где на кривой I_{12} наблюдается максимум) волны оказываются «в фазе», пики волн складываются вместе, давая большую амплитуду и тем самым большую интенсивность. В этих местах говорят о «конструктивной интерференции». Она наблюдается в тех местах, расстояние которых от одной из щелей на целое число длин волн больше (или меньше) расстояния от другой.

А в тех местах, куда две волны приходят со сдвигом фаз π (т. е. находятся «в противофазе»), движение волны представляет собой разность двух амплитуд. Волны «интерferируют деструктивно», интенсивность получается маленькой. Это бывает там, где расстояние от щели 1 до детектора отличается от расстояния между детектором и щелью 2 на нечетное число полуволн. Малые значения I_{12} на фиг. 37.2 отвечают местам, где две волны интерferируют деструктивно.

Вспомните теперь, что количественную связь между I_1 , I_2 и I_{12} можно выразить следующим образом: мгновенная высота волны в детекторе от щели 1 может быть представлена в виде (действительной части) $\hat{h}_1 e^{i\omega t}$, где «амплитуда» \hat{h}_1 , вообще говоря, комплексное число. Интенсивность пропорциональна среднему квадрату высоты, или, пользуясь комплексными числами, $|\hat{h}_1|^2$. Высота волн от щели 2 тоже равна $\hat{h}_2 e^{i\omega t}$, а интенсивность пропорциональна $|\hat{h}_2|^2$. Когда обе щели открыты, высоты волн складываются, давая высоту $(\hat{h}_1 + \hat{h}_2) e^{i\omega t}$

и интенсивность $|\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2$. Множитель пропорциональности нас сейчас не интересует, так что формулу для *интерферирующих волн* можно записать в виде

$$I_1 = |\hat{h}_1|^2, \quad I_2 = |\hat{h}_2|^2, \quad I_{12} = |\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2. \quad (37.2)$$

Вы видите, что ничего похожего на то, что было с пулями, не получается. Раскрыв $|\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2$, мы напишем

$$|\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2 = |\hat{h}_1|^2 + |\hat{h}_2|^2 + 2|\hat{h}_1||\hat{h}_2|\cos\delta, \quad (37.3)$$

где δ — разность фаз между \hat{h}_1 и \hat{h}_2 . Вводя интенсивности из (37.2), можем написать

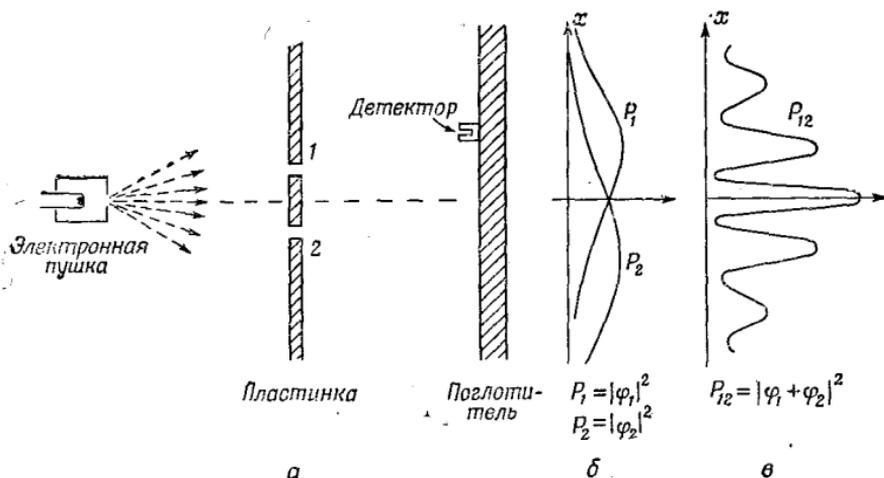
$$I_{12} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\delta. \quad (37.4)$$

Последний член и есть «интерференционный член».

На этом мы покончим с волнами. *Интенсивность их может быть любой, между ними возникает интерференция.*

§ 4. Опыт с электронами

Представим себе теперь такой же опыт с электронами. Схема его изображена на фиг. 37.3. Мы поставим электронную пушку, которая состоит из вольфрамовой проволоочки, нагреваемой током и помещенной в металлическую коробку с отверстием. Если на проволоочку подано отрицательное напряжение, а на коробку — положительное, то электроны, испущенные проволокой, будут разгоняться стенками и некоторые из них проскочат сквозь отверстие. Все электроны, которые выскочат из пушки, будут обладать (примерно) одинаковой энергией. А перед пушкой мы поставим снова стенку (на этот раз тонкую металличес-



Фиг. 37.3. Опыт с электронами.

кую пластинку) с двумя дырочками. За стенкой стоит другая пластинка, она служит «земляным валом», поглотителем. Перед нею — подвижный детектор, скажем счетчик Гейгера, а еще лучше — электронный умножитель, к которому подсоединен динамик.

Заранее предупреждаем вас: не пытайтесь проделать этот опыт (в отличие от первых двух, которые вы, быть может, уже проделали). Этот опыт никогда никто так не ставил. Все дело в том, что для получения интересующих нас эффектов прибор должен быть чересчур миниатюрным. Мы с вами ставим сейчас «мысленный эксперимент», отличающийся от других тем, что его легко обдумать. Что *должно* в нем получиться, известно заранее, потому что уже проделано множество опытов на приборах, размеры и пропорции которых были подобраны так, чтобы стал заметен тот эффект, который мы сейчас опишем.

Первое, что мы замечаем в нашем опыте с электронами, это резкие «щелк», «щелк», доносящиеся из детектора (вернее, из динамика). Все «щелк» одинаковы. *Никаких* «полущелчков».

Мы замечаем также, что они следуют совершенно не регулярно. Скажем, так: щелк.... щелк-щелк... щелк..... щелк щелк-щелк щелк ... и т. д. Кому случилось видеть счетчик Гейгера, знает, как он щелкает. Если подсчитать, сколько раз динамик щелкнул за достаточно длительное время (скажем, за несколько минут), а потом снова подсчитать, сколько он отщелкал за другой такой же промежуток времени, то оба числа будут почти одинаковыми. Можно поэтому говорить о *средней частоте*, с которой слышатся щелчки (столько-то «щелк» в минуту в среднем).

Когда мы переставляем детектор, *частота* щелчков то растет, то падает, но величина (громкость) каждого «щелк» всегда остается одной и той же. Если мы охладим проволоку в пушке, частота щелчков спадет, но каждый «щелк» будет звучать, как прежде. Поставим у поглотителя два отдельных детектора; тогда мы сразу заметим, что щелкает *то* один из них, *то* другой, но никогда оба вместе. (Разве что иногда наше ухо не разделит двух щелчков, следовавших очень быстро один за другим.) Мы заключаем поэтому, что все, что попадает в детектор, приходит туда «порциями». Все «порции» одной величины; в детектор (или поглотитель) попадает только целая «порция»; в каждый момент в поглотитель попадает только одна порция. Мы говорим: «Электроны всегда приходят одинаковыми порциями».

Как и в опыте со стрельбой из пулемета, мы попытаемся теперь поискать в новом опыте ответ на вопрос: «Какова относительная вероятность того, что электронная «порция» попадет в поглотитель на разных расстояниях x от середины?» Как и

в том опыте, мы получим относительную вероятность, подсчитывая частоту щелчков при стабильно работающей пушке. Вероятность, что порции окажутся на определенном расстоянии x , пропорциональна средней частоте щелчков при этом x .

В результате нашего опыта получена интереснейшая кривая P_{12} , изображенная на фиг. 37.3,в. Да! Именно так и ведут себя электроны!

§ 5. Интерференция электронных волн

Попробуем проанализировать кривую на фиг. 37.3 и посмотрим, сможем ли мы понять поведение электронов. Первое, что хочется отметить, это что раз они приходят порциями, то каждая из порций (ее тоже естественно именовать электроном) проходит либо сквозь отверстие 1, либо сквозь отверстие 2. Мы зафиксируем это в виде «Утверждения».

Утверждение А: Каждый электрон проходит либо сквозь отверстие 1, либо сквозь отверстие 2.

Если это предположить, то все электроны, достигшие поглотителя, можно разбить на два класса: 1) проникшие сквозь отверстие 1; 2) проникшие сквозь отверстие 2. Значит, полученная кривая — это сумма эффектов от электронов, прошедших сквозь отверстие 1, и электронов, прошедших сквозь отверстие 2. Давайте проверим это соображение экспериментально. Сначала проведем измерения с электронами, которые пройдут сквозь отверстие 1. Закроем отверстие 2 и подсчитаем щелчки в детекторе. Из частоты щелчков мы получим значение P_1 . Результат измерений показан на кривой P_1 фиг. 37.3,б. Выглядит это вполне разумно. Точно таким же образом измерим P_2 — распределение вероятностей для электронов, прошедших сквозь отверстие 2. Оно тоже показано на рисунке.

Кривая P_{12} , полученная, когда оба отверстия открыты, явным образом не совпадает с суммой $P_1 + P_2$ (суммой вероятностей при только одном работающем отверстии). По аналогии с нашим опытом с волнами на воде мы скажем: «Здесь есть интерференция»:

$$\text{Для электронов: } P_{12} \neq P_1 + P_2. \quad (37.5)$$

Откуда же могла появиться интерференция? Может, надо сказать так: «То, что порции проходят либо сквозь отверстие 1, либо сквозь отверстие 2, — это, по-видимому, неверно, ведь если бы это было так, то складывались бы вероятности. Должно быть, их движение сложнее. Они разбиваются пополам и...» Да нет же! Это невозможно, они ведь всегда приходят целыми порциями... «Ну ладно, тогда может кое-кто из них, пройдя сквозь отверстие 1, заворачивает в 2, а после опять в 1, и так несколько раз, или еще как-то бродит по обоим отверстиям.

Тогда, закрыв отверстие 2, мыотрежем им путь и изменим вероятность того, что электрон, *выйдя* из отверстия 1, попадет в конце концов в поглотитель...» Но посмотрите-ка! Ведь есть такие точки на кривой, в которые при *обоих* открытых отверстиях попадает очень мало электронов, а при одном *закрытом* отверстии их попадает гораздо *больше*. Выходит, закрытие одного отверстия увеличивает число электронов, проходящих через другое. И наоборот, середина кривой P_{12} более чем вдвое превышает сумму $P_1 + P_2$. Здесь, *закрыв* одно отверстие, вы тем самым *уменьшаете* число электронов, проходящих сквозь другое. Объяснить *оба* эффекта, предполагая, что электроны блуждают по сложным траекториям, пожалуй, довольно трудно.

Все это выглядит весьма таинственно. И тем таинственней, чем больше об этом думаешь. Идей, объясняющих кривую P_{12} как результат сложного движения отдельных электронов через оба отверстия, было сфабриковано немало. Но ни одна из этих попыток не была успешной. Ни одна не смогла выразить P_{12} через P_1 и P_2 .

При этом, как ни странно, *математика*, связывающая P_1 и P_2 с P_{12} , проста до чрезвычайности. Ведь кривая P_{12} ничем не отличается от кривой I_{12} на фиг. 37.2, а *последнюю-то* получить очень просто. То, что приближается к поглотителю, может быть описано двумя комплексными числами $\hat{\varphi}_1$ и $\hat{\varphi}_2$ (это функции от x). Квадрат абсолютной величины $\hat{\varphi}_1$ дает эффект от одного отверстия 1: $P_1 = |\hat{\varphi}_1|^2$. Эффект, полученный при открытом отверстии 2, точно таким же образом получается из $\hat{\varphi}_2$, т. е. $P_2 = |\hat{\varphi}_2|^2$. А общее действие обоих отверстий выразится в виде $P_{12} = |\hat{\varphi}_1 + \hat{\varphi}_2|^2$. *Выкладки* абсолютно те же, что и для волн на воде! (А попробуйте-ка, кстати, получить такой простой результат, считая, что электроны шныряют взад и вперед сквозь пластинку по необычным траекториям.)

В конце концов мы приходим к следующему заключению: электроны приходят порциями, подобно частицам, а вероятность прибытия этих порций распределена так же, как и интенсивность волн. Именно в этом смысле электрон и ведет себя «частично как частица, а частью как волна».

Заметим, кстати, что, имея дело с классическими волнами, мы определили интенсивность как среднее по времени от квадрата амплитуды волны и применили комплексные числа как математический прием, облегчающий расчеты. Но в квантовой механике амплитуды *обязаны* представляться комплексными числами. Одной только действительной части амплитуд недостаточно. Пока, впрочем, это выглядит лишь как техническая подробность, потому что формулы с виду одни и те же.

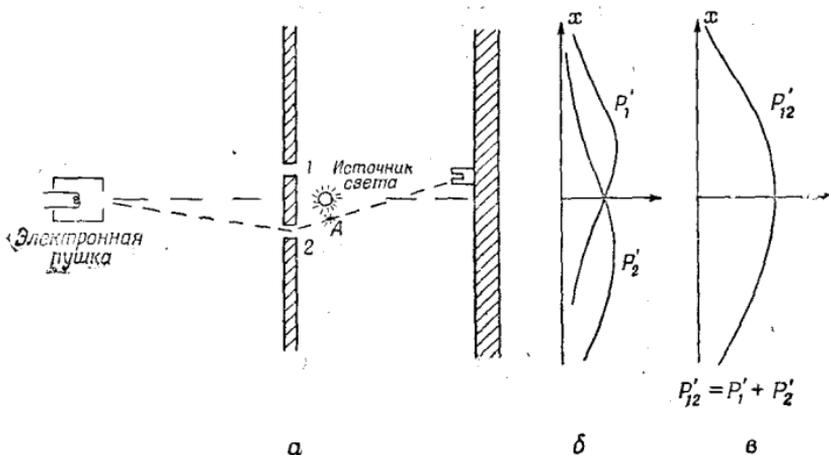
А поскольку вероятность прохода сквозь оба отверстия выражается столь просто (хотя и не равна сумме $P_1 + P_2$), то

больше по этому поводу сказать нечего. Но имеется еще множество тонкостей, связанных с таким поведением природы. Хотелось бы рассказать о некоторых из них. Во-первых, раз число частиц, достигающих определенной точки, не равно числу прохождений сквозь отверстие 1 плюс число прохождений через отверстие 2 (как этого можно было ожидать, основываясь на «Утверждении А»), то, несомненно, «Утверждение А» неверно. Неверно, что электроны проходят либо сквозь отверстие 1, либо сквозь отверстие 2. Но этот вывод можно проверить и иначе.

§ 6. Как проследить за электроном?

Попробуем проделать такой опыт. В наш электронный прибор как раз за стенкой между двумя отверстиями поместим сильный источник света (фиг. 37.4). Известно, что электрические заряды рассеивают свет. Поэтому, каким бы путем электрон ни прошел к детектору, он обязательно рассеет немного света в наш глаз, и мы увидим, где он проскочил. Скажем, если он проскользнет сквозь отверстие 2, как это показано на рисунке, то мы увидим, как где-то около точки А что-то блеснуло. Если же он проскочит сквозь верхнее отверстие, то блеснет где-то поблизости от отверстия 1. А если бы случилось так, что свет блеснет сразу в двух местах, потому что электрон разделится пополам, то ... Но лучше приступим к опыту!

Вот что мы увидим: *всякий раз*, когда мы слышим из детектора «щелк», мы *также видим* вспышку света *или* у отверстия 1, *или* у отверстия 2, но *никогда* у обоих отверстий сразу! Так происходит при любом положении детектора. Отсюда мы делаем вывод, что когда мы смотрим на электрон, то обнаруживаем, что он проходит или через одно отверстие, или через другое.



Ф и г. 37.4. Другой опыт с электронами.

«Утверждение А», как показывает эксперимент, выполняется с необходимостью.

Что же в таком случае неверно в наших доводах *против* правильности «Утверждения А»? Почему же все-таки P_{12} не равно $P_1 + P_2$? Продолжим наш опыт! Давайте проследим за электронами и посмотрим, что они поделявают. Для каждого положения детектора (для каждого фиксированного x) мы подсчитаем, сколько электронов в него попало, и *одновременно* проследим (наблюдая вспышки), через какие отверстия они прошли. Следить мы будем так: услышав «щелк», мы поставим палочку в первом столбце, если заметим вспышку у первого отверстия; если же вспышка блеснет у отверстия 2, то мы отметим это палочкой во второй колонке. Каждый попадающий в детектор электрон будет отнесен к одному из двух классов: либо к классу электронов, проникших сквозь отверстие 1, либо к классу электронов, проникших сквозь отверстие 2. Количество палочек, накопившихся в первой колонке, даст нам P'_1 — вероятность того, что электрон пройдет к детектору сквозь отверстие 1; точно так же вторая колонка даст P'_2 — вероятность того, что электрон воспользовался отверстием 2. Повторив эти измерения для многих значений x , мы получим кривые P'_1 и P'_2 , показанные на фиг. 37.4,б.

Ну что ж, ничего неожиданного в них нет! Кривая P'_1 вышла похожей на кривую P_1 , которая получалась, когда отверстие 2 закрывали, а кривая P'_2 похожа на то, что мы получали, когда закрывали отверстие 1. Итак, никаких блужданий от дырки к дырке *не существует*. Когда мы следим за электронами, то оказывается, что они проникают сквозь стенку со щелями в точности так, как мы ожидали. Закрыты ли отверстия или открыты, все равно те электроны, которые мы видели проникающими сквозь отверстие 1, распределены одинаково.

Но погодите! Какова же *теперь* полная вероятность — вероятность того, что электрон попал в детектор любым путем? У нас уже есть сведения об этом. Сделаем вид, что мы не замечали световых вспышек, т. е. сложим палочки, стоящие в обеих колонках. Нам нужно только *сложить числа*. Для вероятности того, что электрон попал в поглотитель, пройдя через *любое* из отверстий, мы действительно получим $P'_{12} = P'_1 + P'_2$. Выходит, что, хоть нам и удалось проследить, через какое отверстие проходят электроны, никакой прежней интерференционной кривой P_{12} не вышло, получилась новая кривая P'_{12} — кривая без интерференции! А выключите свет — и снова возникнет P_{12} .

Мы приходим к заключению, что, *когда мы смотрим на электроны*, распределение их на экране совсем не такое, как

тогда, когда на них не смотрят. Уж не от включения ли света меняется ход событий? Должно быть, электроны — вещь очень деликатная; свет, рассеиваясь на электронах, толкает их и меняет их движение. Мы ведь знаем, что электрическое поле, действуя на заряд, прилагает к нему силу. От этого, по-видимому, и следует ожидать изменения движения. Во всяком случае, свет оказывает на электроны большое влияние. Пытаясь «проследить» за электронами, мы изменили их движение. Толчки, испытываемые электронами при рассеянии фотонов, очевидно, таковы, что движение электронов сильно изменяется: электрон, который прежде мог попасть в максимум P_{12} , теперь приземляется в минимуме P_{12} ; вот поэтому никакой интерференции и не заметно.

«Но к чему же такой яркий источник света? — можете вы подумать. — Сбавьте яркость! Световые волны ослабнут и не смогут так сильно возмущать электроны; ослабляя свет все больше и больше, можно в принципе добиться того, что воздействием света на электрон можно будет вообще пренебречь». Будь по-вашему. Давайте попробуем.

Первое, что мы замечаем, это что блеск света, рассеянного на электронах, *не слабеет. Сила вспышек остается прежней.* От того, что свет стал тускнеть, изменилось лишь одно: временами, услышав щелчок детектора, мы *никакой вспышки* не замечаем; электрон прошел незамеченным. Мы просто обнаруживаем, что свет ведет себя так же, как электроны: мы *знаем*, что он «волнист», а теперь убеждаемся, что он к тому же распространяется «порциями». Он доставляется — или рассеивается — порциями, которые мы называем «фотонами». Понижая *интенсивность* источника света, мы не меняем *величины* фотонов, а меняем только *темпл*, с каким они испускаются. *Этим* и объясняется, почему при притушенном свете некоторые электроны проскальзывают к детектору незаметно. Просто как раз в тот момент, когда электрон двигался к детектору, фотона в нужном месте не оказалось.

Все это немного нас обескураживает. Если правильно, что всякий раз, когда мы «видим» электрон, получают одинаковые вспышки, то *все* увиденные нами до сего времени электроны были возмущенными электронами. Давайте тогда опыт с тусклым светом проведем иначе. Теперь, услышав щелчок в детекторе, мы будем ставить палочку в одну из *трех* колонок: в первую, если электрон замечен у отверстия 1, во вторую, если его видели у отверстия 2, и в третью, если его вообще не видели. Обработав данные (рассчитав вероятности), мы получим следующие результаты: «виденные у отверстия 1» будут распределены по закону P'_1 , «виденные у отверстия 2» — по закону P'_2 (так что «виденные либо у отверстия 1, либо у отверстия 2» распределяются по закону P'_{12}), а «незамеченные» распределены «вол-

поподобно», как P_{12} на фиг. 37.3! Если электроны не видимы, возникает интерференция!

Это уже можно понять. Когда мы не видим электрон, значит, фотон не возмущил его; а если уж мы его заметили, значит, он возмущен фотоном. Степень возмущения всегда одна и та же, потому что все фотоны света производят эффекты одинаковой величины, достаточной для того, чтобы смазать любые интерференционные эффекты.

Но нет ли *зоть* какого-нибудь способа увидеть электрон, не возмущая его? Мы уже говорили о том, что импульс, уносимый фотоном, обратно пропорционален его длине волны ($p = h/\lambda$). Чем больше импульс у фотона, тем сильнее он толкает электрон, когда рассеивается на нем. Ага! Раз мы хотим как можно слабее возмущать электроны, то не стоит снижать *интенсивность* света, лучше снизить его *частоту* (или, что то же самое, увеличить длину волны). Нужно осветить электроны красным светом. Можно воспользоваться даже инфракрасным светом или радиоволнами (как в радаре). При помощи оборудования, приспособленного для восприятия длинноволнового света, можно тоже разглядеть, куда направился электрон. Может быть, более «мягкий» свет поможет нам избежать сильного возмущения электронов.

Ну что ж, примемся экспериментировать с длинными волнами. Будем повторять наш опыт, увеличивая все больше и больше длину волны. На первых порах ничего не изменится, все результаты будут прежними. А потом произойдет ужасно неприятная вещь. Вы помните, что, изучая микроскоп, мы заметили, что вследствие *волновой природы* света появляются ограничения на расстояния, на которых два пятна еще не сливаются в одно. Это расстояния порядка длины волны света. И вот теперь это ограничение опять всплывает. Как только длина волны сравняется с промежутком между отверстиями, вспышки станут такими размытыми, что невозможно будет разобрать, возле какого отверстия произошла вспышка! Мы не сможем больше угадывать, какой дыркой воспользовался электрон! Известно, что где-то проскочил, а где — неясно! И это как раз при таком цвете, когда толчки становятся еле заметными, а кривая P'_{12} начинает походить на P_{12} , т. е. начинает чувствоваться интерференция. И только при длинах волн, намного превышающих расстояние между отверстиями (когда уже нет никакой возможности разобрать, куда прошел электрон), возмущение, причиняемое светом, становится таким слабым, что снова появляется кривая P_{12} (см. фиг. 37.3).

В нашем опыте мы обнаружили, что невозможно приспособить свет для того, чтобы узнавать, через какое отверстие проник электрон, и в то же время не исказить картины. Гейзенберг предположил, что новые законы природы были бы совместимы

друг с другом только в том случае, если бы существовали некоторые фундаментальные ограничения на наши экспериментальные возможности, ограничения, которых прежде не замечали. Он предложил в качестве общего принципа свой *принцип неопределенности*. В терминах нашего эксперимента он звучит следующим образом: «Невозможно соорудить аппарат для определения того, через какое отверстие проходит электрон, не возмущая электрон до такой степени, что интерференционная картина пропадает». Если аппарат способен определять, через какую щель проходит электрон, он *не способен* оказаться столь деликатным, чтобы не исказить картину самым существенным образом. Никому никогда не удалось изобрести или просто указать способ, как обойти принцип неопределенности. Значит, мы обязаны допустить, что он описывает одну из основных характеристик природы.

Полная теория квантовой механики, которой мы в настоящее время пользуемся для описания атомов, а значит, и всего вещества, зависит от правильности принципа неопределенности. Квантовая механика весьма успешно справляется со своими задачами; это укрепляет нашу веру в принцип. Но если когда-нибудь удастся «разгромить» принцип неопределенности, то квантовая механика начнет давать несогласованные результаты и ее придется исключить из рядов правильных теорий явлений природы.

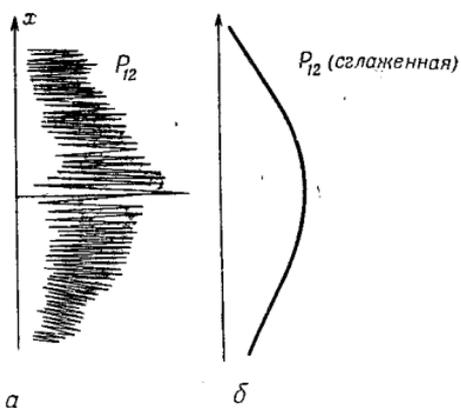
«Ну, хорошо,— скажете вы,— а как же быть с «Утверждением А»? Значит, верно все-таки, что электрон проходит либо сквозь отверстие 1, либо сквозь 2? Или же это *неверно*?» Единственный ответ, который может быть дан, таков: мы нашли из опыта, что существует некоторый определенный способ, которым мы должны рассуждать, чтобы не прийти к противоречиям.

Вот как мы обязаны рассуждать, чтобы не делать ошибочных предсказаний. Если вы следите за отверстиями, а точнее, если у вас есть прибор, способный узнавать, сквозь какое отверстие из двух проник электрон, то вы *можете* говорить, что он прошел сквозь отверстие 1 (или 2). Но если вы *не* пытались узнать, где прошел электрон, если в опыте не было ничего возмущавшего электроны, то вы *не смеете* думать, что электрон прошел либо сквозь отверстие 1, либо сквозь отверстие 2. Если вы все же начнете так думать и затем делать из этой мысли различные выводы, то, несомненно, натворите ошибок в своем анализе. Вы вынуждены балансировать на этом логическом канате, если хотите успешно описывать природу.

• • •

Если движение всего вещества, подобно электронам, нужно описывать, пользуясь волновыми понятиями, то как быть с

Ф и г. 37.5. Интерференционная картина при рассеянии пуль.
 а — истинная (схематично); б — наблюдаемая.



пулями в нашем первом опыте? Почему мы не увидели там интерференционной картины? Дело оказывается в том, что у пуль длина волны столь незначительна, что интерференционные полосы становятся очень тонкими. Столь тонкими, что никакой детектор разумных размеров не разделит их на отдельные максимумы и минимумы. Мы с вами видели только нечто усредненное — это и есть классическая кривая. На фиг. 37.5 мы попытались схематически изобразить, что происходит с крупными телами. На фиг. 37.5, а показано распределение вероятностей для пуль, предсказываемое квантовой механикой. Предполагается, что резкие колебания должны дать представление об интерференционной картине от очень коротких волн. Но любой физический детектор неизбежно вынужден будет накрыть сразу множество зигзагов этой кривой, так что измерения, проведенные с его помощью, дадут плавную кривую, показанную на фиг. 37.5, б.

§ 7. Начальные принципы квантовой механики

Теперь подытожим основные выводы из наших опытов. Сделаем мы это в такой форме, чтобы они оказались справедливыми для всего класса подобных опытов. Сводку итогов можно записать проще, если сперва определить «идеальный опыт», т. е. опыт, в котором отсутствуют неопределенные внешние влияния и нет никаких не поддающихся учету изменений, колебаний и т. д. Точная формулировка будет такова: «Идеальным опытом называется такой, в котором все начальные и конечные условия опыта полностью определены». Такую совокупность начальных и конечных условий мы будем называть «событием». (Например: «электрон вылетает из пушки, попадает в детектор, и больше ничего не происходит».) А сейчас дадим нашу сводку выводов.

- 1) Вероятность события в идеальном опыте дается квадратом абсолютной величины комплексного числа φ , называемого амплитудой вероятности.

$$\begin{aligned} P & \text{— вероятность,} \\ \varphi & \text{— амплитуда вероятности,} \\ P & = |\varphi|^2. \end{aligned} \quad (37.6)$$

- 2) Если событие может произойти несколькими взаимно исключающими способами, то амплитуда вероятности события—это сумма амплитуд вероятностей каждого отдельного способа. Возникает интерференция.

$$\begin{aligned} \varphi & = \varphi_1 + \varphi_2, \\ P & = |\varphi_1 + \varphi_2|^2. \end{aligned} \quad (37.7)$$

- 3) Если ставится опыт, позволяющий узнать, какой из этих взаимно исключающих способов на самом деле осуществляется, то вероятность события—это сумма вероятностей каждого отдельного способа. Интерференция отсутствует.

$$P = P_1 + P_2. \quad (37.8)$$

• • •

Быть может, вам все еще хочется выяснить: «А почему это? Какой механизм прячется за этим законом?» Так вот: никому никакого механизма отыскать не удалось. Никто в мире не сможет вам «объяснить» ни на капельку больше того, что «объяснили» мы. Никто не даст вам никакого более глубокого представления о положении вещей. У нас их нет, нет представлений о более фундаментальной механике, из которой можно вывести эти результаты.

Мы хотели бы подчеркнуть очень важное различие между классической и квантовой механикой. Мы уже говорили о вероятности того, что электрон попадает туда-то и туда-то в данных обстоятельствах. Мы подразумевали, что с нашим (да и с самым лучшим) экспериментальным устройством невозможно будет предсказывать точно, что произойдет. Мы способны только определять шансы! Это означало бы, если это утверждение правильно, что физика отказалась от попыток предсказывать точно, что произойдет в определенных условиях. Да! Физика и *впрямь* сдалась. *Мы не умеем предсказывать, что должно было бы случиться в данных обстоятельствах.* Мало того, мы уверены, что это немислимо: единственное, что поддается предвычислению,— это вероятность различных событий. Приходится признать, что мы изменили нашим прежним идеалам понимания природы. Может быть, это шаг назад, но никто не научил нас, как избежать его!

Сделаем теперь несколько замечаний об одном утверждении, которое иногда делали те, кто не хотел пользоваться при-

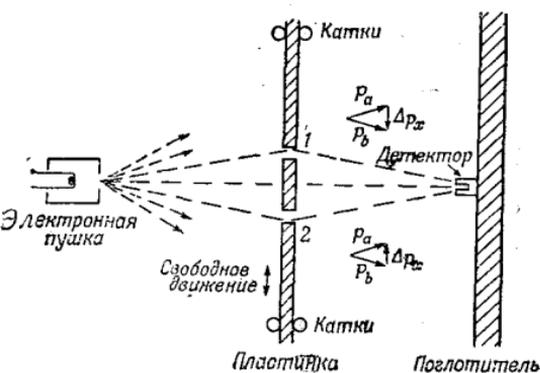
веденным описанием. Они говорили: «Может быть, в электро-не происходят какие-то внутренние процессы, имеются какие-то внутренние переменные, о чем мы пока ничего не знаем. Может быть, именно поэтому мы не умеем предугадывать, что случит-ся. А если бы мы могли попристальной взглядеться в электрон, то смогли бы сказать, куда он придет». Насколько нам извест-но, такой возможности нет. Трудности все равно остаются. Предположим, что внутри электрона есть механизм какого-то рода, определяющий, куда электрон собирается попасть. Тогда эта машина должна определить *также*, через какое от-верстие он намерен проследовать. Но не забывайте, что вся эта внутриэлектронная механика не должна зависеть от того, что делаем *мы*, и, в частности, от того, открыли мы данное отверстие или нет. Значит, если электрон, отправляясь в путь, уже прикинул, сквозь какую дырку он протиснется и где он приземлится, то для электронов, облюбовавших отверстие 1, мы получим распределение P_1 , а для остальных — распре-деление P_2 . А тогда для тех электронов, которые прошли через оба отверстия, с *необходимостью* распределение окажется сум-мой $P_1 + P_2$. Не видно способа обойти этот вывод. Но мы экспериментально доказали, что он неверен. Никто еще не нашел отгадки этой головоломки. Стало быть, в настоящее время приходится ограничиваться расчетом вероятностей. Мы говорим «в настоящее время», но мы очень серьезно подозре-ваем, что все это — уже навсегда и разгрызть этот орешек че-ловеку не по зубам, ибо *такова природа вещей*.

§ 8. Принцип неопределенности

Вот как сам Гейзенберг сформулировал свой принцип не-определенности: если вы изучаете какое-то тело и вы в состоянии определить x -компоненту импульса тела с неопределенностью Δp , то вы не можете одновременно определить координату x тела с точностью, большей чем $\Delta x = h/\Delta p$.

Произведение неопределенностей в положении тела и в его импульсе в любой момент должно быть больше постоянной Планка. Это частный случай принципа неопределенности. Более общая формулировка была высказана в предыдущем пара-графе: нельзя никаким образом устроить прибор, определяю-щий, какое из двух взаимно исключающих событий осуществи-лось, без того, чтобы в то же время не разрушилась интерфе-ренционная картина.

Сейчас на одном частном случае мы покажем, что, если не иметь в своем распоряжении какого-нибудь принципа, наподо-бие принципа Гейзенберга, трудностей избежать никак нельзя. Представим себе такое видоизменение опыта, показанного на фиг. 37.3, в котором стенкой с отверстиями служит пластинка



Ф и г. 37.6. Опыт, в котором измеряется отдача стенки.

на катках, способная откатываться вверх и вниз (в x -направлении), как показано на фиг. 37.6. Внимательно следя за движением пластинки, можно попытаться узнать, сквозь какое отверстие прошел электрон. Представьте, что случится, когда детектор поставят в точку $x = 0$. Когда электрон проходит через отверстие 1, он должен отклониться вниз от пластинки, чтобы попасть в детектор. Так как изменилась вертикальная компонента импульса, то к пластинке приложится сила отдачи — тот же импульс, но в противоположном направлении. Пластинка испытает толчок вверх. А когда электрон пройдет сквозь нижнее отверстие, пластинка почувствует толчок вниз. И при любом другом положении детектора импульс, получаемый пластинкой, будет тоже неодинаков: когда электрон проскакивает через верхнюю дырку — один, когда сквозь нижнюю — другой. И, значит, не трогая электрон, ни капельки не возмущая его, а лишь следя за *пластинкой*, можно узнать, каким путем воспользовался электрон.

Чтобы определить это, нам нужно только знать, каков был импульс экрана до прихода электрона. Тогда, измерив импульс экрана после пролета электрона, мы сразу увидим, насколько он переменился. Но вспомните, что, согласно принципу неопределенности, при этом уже невозможно будет знать положение пластинки с произвольной точностью. Однако если мы не знаем точно, *где* она находится, как же мы узнаем, где эти два отверстия? Для каждого нового электрона, проникающего сквозь пластинку, отверстия окажутся на новом месте. А это значит, что центр нашей интерференционной картины для каждого электрона тоже будет на новом месте. Интерференционные полосы (колебания вероятности) смажутся. В следующей главе мы докажем численно, что при измерении импульса пластинки (достаточно точном для того, чтобы из измерений отдачи узнать номер отверстия) неопределенности в координате x пластинки как раз хватит на то, чтобы сдвинуть возникающую в детекторе картину вверх или вниз на расстояние от миниму-

ма до ближайшего минимума. От этих случайных сдвигов картина интерференции размажется и от нее в конце концов не останется и следа.

Принцип неопределенности «спасает» квантовую механику. Гейзенберг понимал, что если бы можно было с большей точностью измерять и положение, и импульс одновременно, то квантовая механика рухнула бы. Вот он и допустил, что это невозможно. Тогда люди принялись придумывать способы, как все-таки это сделать. Но никому не удалось представить себе способ, как измерять положение и импульс чего угодно — экрана, электрона, бильярдного шара, любого предмета — с большей точностью. И квантовая механика продолжает вести свой рискованный, впрочем, вполне четко очерченный образ жизни.

СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ВОЛНОВОЙ И КОРПУСКУЛЯРНОЙ ТОЧКАМИ ЗРЕНИЯ

§ 1. Волны амплитуды вероятности

В этой главе мы с вами обсудим соотношение между волновой и корпускулярной точками зрения. Из предыдущей главы мы уже знаем, что ни та, ни другая неверны. Обычно мы всегда старались формулировать понятия аккуратно или по крайней мере достаточно точно, чтобы при дальнейшем изучении их не пришлось бы менять. Разрешалось их расширять, обобщать, но уже никак не менять! Но как только мы пытаемся говорить об электро-не как волне или об электро-не как частице, то любая из этих точек зрения рано или поздно меняется, ведь обе они приблизительны. Поэтому все, что мы изучим в этой главе, в каком-то смысле неправильно; будут высказаны некие полуинтуитивные соображения, которым со временем предстоит уточняться, и кое-что придется слегка изменить, когда мы их уточним с помощью квантовой механики. Причина в том, что, не собираясь сейчас штудировать квантовую механику по всем правилам, мы хотим получить по крайней мере представление о характере эффектов, которые мы там обнаружим. Да и к тому же весь наш опыт относится либо к волнам, либо к частицам, и поэтому весьма удобно использовать то те, то другие представления, чтобы добиться некоторого понимания того, что произойдет в определенных обстоятельствах, пока мы еще не знаем всей математики квантовомеханических амплитуд. По мере нашего продвижения вперед мы будем стараться прояснить самые слабые места. Впрочем, многие из этих мест почти верны, все дело просто в толковании.

- § 1. Волны амплитуды вероятности
- § 2. Измерение положения и импульса
- § 3. Дифракция на кристалле
- § 4. Размер атома
- § 5. Уровни энергии
- § 6. Немного философии

Прежде всего мы уже знаем, что новый, выдвигаемый квантовой механикой способ изображать мир — новая система мира — состоит в том, чтобы задавать амплитуду любого события, которое может случиться. Если событие состоит в регистрации частицы, то можно задать амплитуду обнаружения этой частицы в тех или иных местах и в то или иное время. Вероятность обнаружить частицу тогда будет пропорциональна квадрату абсолютной величины амплитуды. Вообще говоря, вероятность обнаружить частицу в каком-то месте и в какое-то время меняется в зависимости от места и от времени.

В частном случае амплитуда может изменяться синусоидально в пространстве и времени по закону $\exp[i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$ (не забывайте, что амплитуда — число комплексное, а не действительное); тогда в нее входит определенная частота ω и определенный волновой вектор \mathbf{k} (величина $k = |\mathbf{k}|$ называется *волновым числом*). Это отвечает той предельной классической ситуации, когда можно считать, что имеется частица с известной энергией E , которая связана с частотой соотношением

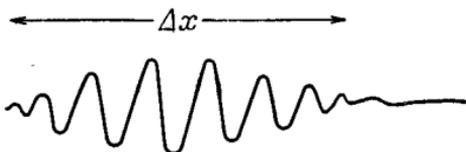
$$E = \hbar \omega \quad (38.1)$$

и с известным импульсом \mathbf{p} , связанным с волновым вектором формулой

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}. \quad (38.2)$$

Это означает, что понятие частицы ограничено. Само понятие частицы, понятие ее положения, ее импульса и т. д., которым мы так часто пользуемся, в некотором смысле не является удовлетворительным. Например, когда амплитуда, относящаяся к событию обнаружения частицы в том или ином месте, дается функцией $\exp[i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$, равной по абсолютной величине единице, то это значит, что вероятность обнаружить частицу одинакова для любой точки. Получается, что тогда мы просто не знаем, где она находится. Она может оказаться где угодно, ее положение в высшей степени неопределенно.

Когда же положение частицы более или менее известно, когда оно может быть предсказано довольно точно, то вероятность того или иного ее местоположения должна быть отлична от нуля в определенной области, имеющей, скажем, длину Δx . Вне этой области вероятность равна нулю. Вероятность — это квадрат абсолютной величины амплитуды. Когда квадрат абсолютной величины равен нулю, то и амплитуда равна нулю.



Ф и г. 38.1. Волновой пакет длиной Δx .

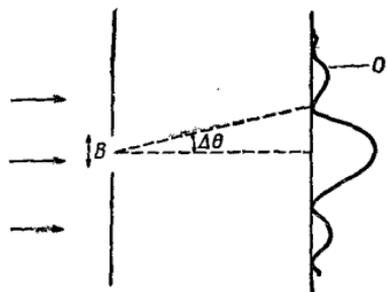
Выходит, что амплитуда описывает дуг волн протяженностью Δx (фиг. 38.1), а длине волны (расстоянию между горбами волн) в дуге волн соответствует некоторое значение импульса частицы.

Здесь мы сталкиваемся со странным и в то же время очень простым явлением, никак непосредственно с квантовой механикой не связанным. Оно известно всем, кто занимался волнами, даже не зная квантовой механики, а именно: *нельзя однозначно определить длину волны для короткого дуга волн. У такого дуга нет определенной длины волн; в волновом числе имеется неопределенность, связанная с конечной длиной дуга, а значит, и неопределенность в импульсе.*

§ 2. Измерение положения и импульса

Чтобы понять, почему в квантовой механике появляется неопределенность в положении и (или) в импульсе, рассмотрим два примера. Мы уже видели раньше, что если бы этого не было, если бы можно было параллельно измерять и местонахождение, и импульс какого-то тела, то возник бы парадокс. К счастью, парадокса не возникает, а то обстоятельство, что неопределенность естественным образом вытекает из волновой картины, свидетельствует, что все здесь взаимосвязано.

Вот первый пример, показывающий связь импульса и координаты в условиях, которые легко себе представить. Пусть сквозь единственную щель в экране проникают частицы, пришедшие издалека и обладающие определенной энергией. Двигутся все они горизонтально (фиг. 38.2). Сосредоточим наше внимание на вертикальной составляющей импульса. У каждой из этих частиц имеется (в обычном классическом смысле) горизонтальная составляющая импульса определенной величины p_0 . Вертикальная составляющая импульса p_y (до того, как частица пройдет сквозь прорезь) также в классическом смысле хорошо известна: частицы не движутся ни вверх, ни вниз, потому что их источник очень удален, значит, вертикальная составляющая импульса частицы в точности равна нулю. А теперь

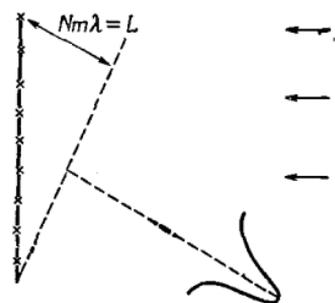


Фиг. 38.2. Дифракция частиц, проходящих сквозь щель.

предположим, что ширина щели равна B . Когда частица пройдет через щель, то ее вертикальная координата y определится с хорошей точностью $\pm B$. Это значит, что неопределенность в положении частицы Δy будет порядка B . Может, вы захотите сказать, что $\Delta p_y = 0$, потому что импульс частиц, мол, точно горизонтален? Но это не так. Это *прежде* мы знали, что импульс имеет только горизонтальную составляющую, а теперь мы этого уже не знаем. Перед тем как частица проникла сквозь щель, мы не знали ее вертикальной координаты. После того как частица проникла сквозь щель, мы узнали ее вертикальную координату, но потеряли информацию об ее вертикальной составляющей импульса! Почему? Да потому, что, согласно волновой теории, происходит отклонение, или дифракция, волн, проникших сквозь щель, подобно тому как это бывает со светом. Поэтому есть конечная вероятность того, что частицы, пройдя сквозь щель, не пойдут прямо вперед. Вся картина распространения расплывается за счет дифракции, и угол этого расширения (угол, под которым виден первый минимум) есть мера неопределенности направления частицы.

Каким образом происходит расплывание изображения в ширину? Расплывание означает, что существует некая вероятность того, что частица отправится вверх или вниз, т. е. приобретет компоненту импульса, направленную вверх или вниз. (Мы говорим и о *вероятности* и о *частице*, потому что дифракционную картину можно обнаружить с помощью счетчика частиц, а когда счетчик регистрирует частицу, скажем, в точке C на фиг. 38.2, то он регистрирует частицу целиком. А это значит в классическом смысле, что частица имеет вертикальный импульс, направляющий ее из щели прямо в точку C .)

Чтобы примерно представить себе степень расплывания импульса, напишем, что вертикальный импульс p_y размазан на $p_0 \Delta \theta$, где p_0 — горизонтальный импульс. Чему же равно $\Delta \theta$ в размазанной картине? Известно, что первый минимум наблюдается при угле $\Delta \theta$ таком, что в этом направлении волна от дальнего края щели должна отстать на одну свою длину от волны от ближнего края (мы об этом уже говорили в гл. 30). Стало быть, $\Delta \theta$ равно λ/B , и тем самым Δp_y в этом эксперименте равно $p_0 \lambda/B$. Чем меньше будет B , чем точнее будет определяться положение частицы, тем шире будет дифракционная картина. Вспомните, что когда мы закрывали щели в эксперименте с микроволнами, то интенсивность в стороне от щели возрастала. Значит, чем уже щель, тем шире становится картина дифракции, тем правдоподобнее, что мы обнаружим у частицы импульс, направленный в сторону. И неопределенность в вертикальном импульсе, действительно, обратно пропорциональна неопределенности в y , потому что их произведение равно $p_0 \lambda$.



Ф и г. 38.3. Определение импульса с помощью дифракционной решетки.

Но λ — это длина волны, а p_0 — импульс, и в соответствии с квантовой механикой их произведение — это постоянная Планка h . Получается, что произведение неопределенностей в вертикальном импульсе и в вертикальной координате есть величина порядка h :

$$\Delta y \Delta p_y \approx h. \quad (38.3)$$

Мы не можем приготовить систему, в которой положение частицы по вертикали было бы известно, и в то же время предсказывать с определенностью, превышающей $h/\Delta y$, насколько ее движение отклонится от вертикали. Неопределенность в вертикальном импульсе всегда больше $h/\Delta y$, если Δy — неопределенность, с какой мы знаем положение частицы.

Некоторые люди утверждают, что в квантовой механике все неправильно. Когда, говорят они, частица приближалась слева, ее вертикальный импульс был равен нулю. А когда она прошла через щель, стало известно ее положение. И то, и другое может быть определено с любой точностью.

Совершенно верно. Мы можем зарегистрировать частицу и определить, каково ее положение и каким должен был быть ее импульс, чтобы она попала туда, куда она попала. Это все верно. Но соотношение неопределенностей (38.3) ничего общего с этим не имеет. Уравнение (38.3) относится к возможности предсказания, а не к замечаниям о том, что произошло в прошлом. Какая польза в том, что мы скажем: «Я знал, каков был импульс до прохода частицы сквозь щель, а теперь узнал к тому же и координату»? Ведь теперь-то знание об импульсе частицы уже утеряно. Раз она прошла сквозь щель, то мы уже не можем больше предсказывать ее вертикальный импульс. Речь идет о теории, способной к предсказаниям, а не об измерениях после того, как все завершилось. Мы и обсуждаем вопрос о том, что можно предвидеть.

Попробуем теперь по-иному подойти к этим вещам. Приведем другой пример того же явления, на этот раз с более подробными количественными оценками. Прежде мы измеряли импульс классическим способом: мы рассматривали направление,

скорость, углы, и тому подобное; в этом заключался способ получения импульса путем классического анализа. Но раз импульс связан с волновым числом, то в природе существует и другой, совершенно иной путь измерения импульса частиц (все равно, фотона или любой другой), не имеющий классического аналога. В нем используется уравнение (38.2) и просто измеряется *длина волны*. Давайте попробуем таким способом измерить импульс.

Пусть имеется решетка со множеством линий (фиг. 38.3), на которую направлен пучок частиц. Мы неоднократно рассматривали эту задачу: когда у частиц есть определенный импульс, то вследствие интерференции в некотором направлении возникает очень резкий максимум. Мы также говорили о том, насколько точно можно определить этот импульс, т. е. какова разрешающая сила решетки. Мы не будем заново это все выводить, а сошлемся на гл. 30; там мы выяснили, что относительная неопределенность в длине волны, связанная с данной решеткой, равна $1/Nm$, где N — количество линий решетки, а m — порядок дифракционного максимума. Иначе говоря,

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{Nm}. \quad (38.4)$$

Перепишем эту формулу в виде

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = \frac{1}{Nm\lambda} = \frac{1}{L}, \quad (38.5)$$

где расстояние L показано на фиг. 38.3. Это — разность двух расстояний: расстояния, которое должна пройти волна (или частица), отразившись от нижней части решетки, и расстояния, которое нужно пройти, отразившись от верха решетки.

Другими словами, волны, образующие дифракционный максимум, — это волны, приходящие от разных частей решетки. Первыми прибывают волны, вышедшие снизу — это начало цуга волн, а потом следуют дальнейшие части цуга, от средних частей решетки, пока не придут волны от верха: точка цуга, удаленная от его начала на расстояние L . Значит, чтобы получить в спектре резкую линию, отвечающую определенному импульсу [с неопределенностью, даваемой формулой (38.4)], для этого нужен цуг волн длиной L . Если цуг чересчур короток (короче L), то не вся решетка будет действовать. Волны, образующие спектр, будут отражаться при этом только от небольшого куска решетки, и решетка не будет хорошо работать — получится сильное размытие по углу. Чтобы его сузить, надо использовать всю ширину решетки так, чтобы хотя бы на одно мгновение весь цуг волн улегся одновременно на решетке и рассеялся ото всех ее частей. Потому-то длина цуга должна быть равна

L ; тогда только неопределенность в длине волны окажется меньше, чем указано формулой (38.5). Заметим, что

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = \Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right) = \frac{\Delta k}{2\pi}, \quad (38.6)$$

поэтому

$$\Delta k = \frac{2\pi}{L}, \quad (38.7)$$

где L — длина дуга волн.

Это означает, что когда дуг волн короче L , то неопределенность в волновом числе превосходит $2\pi/L$. Иначе говоря, неопределенность в волновом числе, умноженная на длину волнового дуга (назовем ее на минутку Δx), больше 2π . Мы назвали ее Δx потому, что это как раз неопределенность в положении частицы. Если дуг волн тянется только на конечном промежутке, то лишь там мы и можем обнаружить частицу с неопределенностью Δx . Это свойство волн (тот факт, что произведение длины дуга волн на неопределенность в волновом числе, связанном с этим дугом, не меньше 2π) опять-таки хорошо знакомо всем, кто занимался волнами. И никакого отношения к волновой механике оно не имеет. Просто нельзя очень точно подсчитать число волн в конечной их веренице.

Объяснить это можно и по-другому. Пусть длина дуга волн L . Так как на концах дуга волны спадают (как на фиг. 38.1), то количество волн на длине L известно с точностью порядка ± 1 . Но число волн на длине L равно $kL/2\pi$. Значит, неопределенность в k равна $2\pi/L$. Опять получилась формула (38.7) как простое свойство всяких волн. Это остается верным всегда: и для волн в пространстве, когда k есть количество радиан на 1 см, а L — длина дуга, и для волн во времени, когда ω есть число колебаний в 1 сек, а T — «длина» во времени того же дуга. Иначе говоря, если дуг волн длится только конечное время T , то неопределенность в частоте дается формулой

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (38.8)$$

Мы все время старались подчеркнуть, что это свойство самих волн, что все это хорошо известно, например в теории звука. А квантовомеханические применения этих свойств опираются на толкование волнового числа как меры импульса частицы по правилу $p = \hbar k$, так что (38.7) уже утверждает, что $\Delta p \approx h/\Delta x$. Это устанавливает предел классическому представлению об импульсе. (Естественно, оно и должно быть как-то подвергнуто ограничению, если мы собираемся изображать частицы как волны!) И очень хорошо, что мы нашли правило, которое каким-то образом берется указать, где нарушаются классические представления.

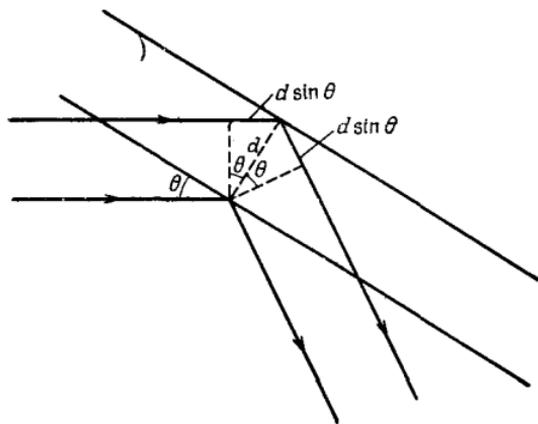
§ 3. Дифракция на кристалле

Теперь рассмотрим отражение волн вещества от кристалла. Кристалл — это твердое тело, состоящее из множества одинаковых атомов, расположенных стройными рядами. Как можно расположить этот строй атомов, чтобы, отражая в данном направлении данный пучок света (рентгеновских лучей), электронов, нейтронов, чего угодно, получить сильный максимум? Чтобы испытать сильное отражение, лучи, рассеянные от всех атомов, должны быть в фазе друг с другом. Не может быть так, чтобы точно половина волн была в фазе, а половина — в противофазе, тогда все волны исчезнут. Нужно, стало быть, найти поверхности постоянной фазы; это, как мы уже объясняли раньше, плоскости, образующие равный угол с начальным и конечным направлениями (фиг. 38.4).

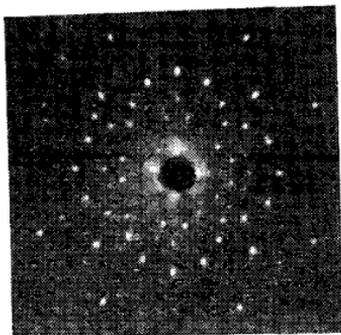
Если мы рассмотрим две параллельные плоскости, как показано на фиг. 38.4, то волны, рассеянные на них, окажутся в фазе только тогда, когда разность расстояний, пройденных фронтом волны, будет равна целому числу длин волн. Эта разность, как легко видеть, равна $2d \sin \theta$, где d — расстояние между плоскостями. Итак, условие когерентного отражения имеет вид

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (38.9)$$

Если, скажем, кристалл таков, что атомы в нем укладываются на плоскостях, удовлетворяющих условию (38.9) с $n = 1$, то будет наблюдаться сильное отражение. Если, с другой стороны, существуют другие атомы той же природы (и расположенные с той же плотностью) как раз посередине между слоями, то на этих промежуточных плоскостях произойдет рассеяние равной силы; оно интерферирует с первым и погасит его. Поэтому d в выражении (38.9) должно означать расстояние между *примыкающими* плоскостями; нельзя взять две плоскости, разделенные пятью слоями, и применить к ним эту формулу!



Фиг. 38.4. Рассеяние волн плоскостями кристалла.



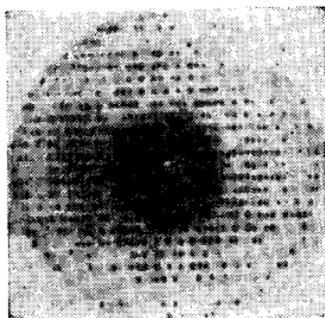
Ф и г. 38.5. Дифракция рентгеновских лучей на кристаллах каменной соли.

Интересно, что настоящие кристаллы обычно не столь просты, — это не одинаковые атомы, повторяющиеся по определенному закону. Они скорее похожи, если прибегнуть к двумерной аналогии, на обои, на которых повторяется один и тот же сложный узор. Для атомов «узор» — это некоторая их расстановка, куда может входить довольно большое число атомов; скажем, для углекислого кальция — атомов кальция, углерода и трех атомов кислорода. Важно не то, каков рисунок, а то, что он повторяется.

Этот основной рисунок называется *ячейкой*, а способ повторения определяет *тип решетки*; тип решетки можно сразу определить, взглянув на отражения и рассмотрев их симметрию. Другими словами, от типа решетки зависит, *где не будет* отражения (лучей от кристалла), но чтобы узнать, что стоит в каждой ячейке, надо учесть и *интенсивность* рассеяния по тем или иным направлениям. *Направления* рассеяния зависят от типа решетки, а *сила* рассеяния определяется тем, что находится внутри каждой ячейки; этим способом и было изучено строение кристаллов.

Две фотографии дифракции рентгеновских лучей даны на фиг. 38.5 и 38.6.

Занятная вещь получается с рассеянием, когда промежутки между ближайшими плоскостями меньше $\lambda/2$. В этом случае уравнение (38.9) вообще не имеет решений ни для одного n . Выходит, когда λ больше двойного промежутка между примыкающими плоскостями, то никаких боковых дифракционных



Ф и г. 38.6. Дифракция рентгеновских лучей на миоглобине.

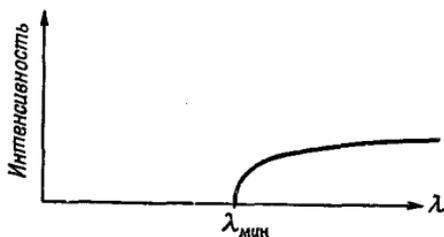
Ф и г. 38.7. Диффузия нейтронов из котла сквозь графитовый блок



пятнышек нет и свет (и не только свет, а все, что хотите) прямо проходит через вещество. Проходит, не отражаясь, не рассеиваясь, не теряясь. В частности, свет (у него λ много больше этих промежутков) проходит, не давая никакой картины отражений от кристаллических плоскостей.

Интересные следствия этого явления наблюдаются в урановых реакторах — источниках нейтронов (нейтроны — это, уж бесспорно, частицы, спросите у кого угодно!). Если пустить эти самые частицы-нейтроны через длинный блок графита, то они начнут рассеиваться и с трудом будут протискиваться в глубь блока (фиг. 38.7). Рассеиваются они из-за того, что отскакивают от атомов. Но строго говоря, согласно волновой теории, все обстоит как раз наоборот — они отскакивают от атомов из-за дифракции от кристаллических плоскостей. Оказывается, что если взять длинный стержень графита, то у всех нейтронов, выходящих из его дальнего конца, окажется большая длина волны! Если нанести на график интенсивность нейтронов как функцию длины волны, то на нем изобразятся только длины волн выше некоторого минимума (фиг. 38.8). Значит, таким путем можно получить очень медленные нейтроны. Проникают сквозь графит только самые медленные нейтроны, они не дифрагируют, не рассеиваются на кристаллических плоскостях графита, а спокойно проходят, как свет через стекло. И нет никакого рассеяния по сторонам. Существует и множество других доказательств реальности нейтронных волн и волн других частиц.

Ф и г. 38.8. Интенсивность нейтронов, выходящих из стержня графита, как функция длины волны.



§ 4. Размер атома

Рассмотрим еще одно применение принципа неопределенности (38.3), но только, пожалуйста, не воспринимайте этот расчет чересчур буквально; общая мысль правильна, но анализ проделан не очень аккуратно. Мысль эта касается определения размера атомов; ведь по классическим воззрениям электроны должны были бы излучать свет и, крутясь по спирали, упасть на поверхность ядра. Но, согласно квантовой механике, это невозможно, потому что в противном случае мы бы знали, где очутился электрон и насколько быстро он вертится.

Допустим, имеется атом водорода и мы измеряем положение электрона; мы не должны быть в состоянии предвидеть точно, где он окажется, иначе распыление импульса станет бесконечным. Всякий раз, как мы смотрим на электрон, он где-нибудь оказывается; у него есть амплитуда вероятности оказаться в различных местах, так что есть вероятность найти его где угодно. Однако не все эти места должны быть возле самого ядра; положим, что существует разброс в расстояниях порядка a , т. е. расстояние от ядра до электрона примерно в среднем равно a . Определим a , потребовав, чтобы полная энергия атома оказалась минимальной.

Разброс в импульсах, в согласии с соотношением неопределенностей, должен быть равен примерно h/a ; поэтому, стремясь измерить как-нибудь импульс электрона (например, рассеивая на нем фотоны и наблюдая эффект Доплера от движущегося рассеивателя), мы не будем получать все время нуль (электрон не стоит на месте), а будем получать импульсы порядка $p \approx h/a$. Кинетическая энергия электронов примерно будет равна $\frac{1}{2}mv^2 = p^2/2m = h^2/2ma^2$. (То, что мы сейчас делаем, в каком-то смысле есть анализ размерностей: мы прикидываем, как кинетическая энергия может зависеть от постоянной Планка h , массы m и размера атома a . Ответ получается с точностью до численных множителей типа 2, π и т. д. Мы даже не определили как следует a .) Далее, потенциальная энергия равна частному от деления минус e^2 на расстоянии от центра, скажем, $-e^2/a$ (как мы помним, e^2 — это квадрат заряда электрона, деленный на $4\pi\epsilon_0$). Теперь смотрите: когда a уменьшается, то потенциальная энергия тоже уменьшается, но чем меньше a , тем больше требуемый принципом неопределенности импульс и тем больше кинетическая энергия. Полная энергия равна

$$E = \frac{h^2}{2ma^2} - \frac{e^2}{a}. \quad (38.10)$$

Мы не знаем, чему равно a , но зато мы знаем, что атом, обеспечивая свое существование, вынужден идти на компро-

мисс, с тем чтобы полная энергия его была как можно меньше. Чтобы найти минимум E , продифференцируем его по a , потребуем равенства производной нулю и найдем a . Производная E равна

$$\frac{dE}{da} = -\frac{h^2}{ma^3} + \frac{e^2}{a^2}. \quad (38.11)$$

Уравнение $dE/da = 0$ дает для a величину

$$a_0 = \frac{h^2}{me^2} = 0,528 \text{ \AA} = 0,528 \cdot 10^{-10} \text{ м.} \quad (38.12)$$

Это расстояние называется *боровским радиусом*, и мы видим, что размеры атома — порядка ангстрема. Получилась правильная цифра. Это очень хорошо, это даже удивительно хорошо, ведь до сих пор никаких теоретических соображений о размере атома у нас не было. С классической точки зрения атомы попросту невозможны: электроны должны упасть на ядра.

Подставив формулу (38.12) для a_0 в (38.10), мы найдем энергию. Она оказывается равной

$$E_0 = -\frac{e^2}{2a_0} = -\frac{me^4}{2h^2} = -13,6 \text{ эв.} \quad (38.13)$$

Что означает отрицательная энергия? А то, что, когда электрон находится в атоме, у него энергии меньше, чем когда он свободен. Иначе говоря, в атоме он связан. И нужна энергия, чтобы вырвать его из атома; для ионизации атома водорода требуется энергия 13,6 эв. Не исключено, конечно, что потребуется вдвое или втрое больше энергии, или в π раз меньше, так как расчет наш был очень неряшлив. Однако мы схитрили и выбрали все константы так, чтобы итог получился абсолютно правильным! Эта величина $-13,6$ эв — называется *ридбергом* энергии; это энергия ионизации водорода.

Только теперь становится понятным, отчего мы не проваливаемся сквозь пол. При ходьбе вся масса атомов наших ботинок отталкивается от пола, от всей массы *его* атомов. Атомы сминаются, электроны вынуждены тесниться в меньшем объеме, и по принципу неопределенности их импульсы в среднем увеличиваются, а увеличение импульсов означает рост энергии. Соппротивление атомов сжатию — это не классический, а квантовомеханический эффект. По классическим понятиям следовало ожидать, что при сближении электронов с протонами энергия уменьшится; наиболее выгодное расположение положительных и отрицательных зарядов в классической физике — это когда они сидят верхом друг на друге. Классической физике это было хорошо известно и представляло загадку: атомы-то все же существовали! Конечно, ученые и тогда придумывали разные способы выхода из тупика, но *правильный* (будем надеяться!) способ стал известен только нам!

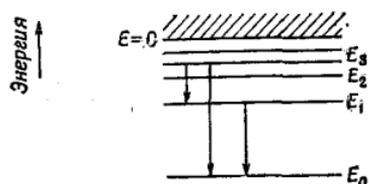
Кстати, когда вокруг ядра бывает много электронов, то они тоже стараются держаться подалеже друг от друга. Причина этого пока вам непонятна, но это факт, что если какой-то электрон занял какое-то место, то другой этого места уже не займет. Точнее, из-за существования двух направлений спина, эти электроны могут усесться друг на друга и вертеться: один — в одну сторону, другой — в другую. Но уже никакого третьего на это место вам не поместить. Вы должны их помещать на новые места, и в этом-то истинная причина того, что вещество обладает упругостью. Если бы можно было помещать все электроны в одно место, вещество было бы даже плотней, чем обычно. И именно благодаря тому, что электроны не могут сидеть друг на друге, существуют и столы, и другие твердые предметы.

Естественно поэтому, что, желая понять свойства вещества, нужно пользоваться квантовой механикой; классической для этого явно недостаточно.

§ 5. Уровни энергии

Мы говорили уже об атоме в наинизшем возможном энергетическом состоянии. Но оказывается, что электрон способен и на многое другое. Он может вращаться и колебаться гораздо энергичней, возможности его движений в атоме довольно многообразны. Согласно квантовой механике, при установившихся условиях движения атом может обладать только вполне определенными энергиями. На диаграмме фиг. 38.9 мы будем откладывать энергии по вертикали, а горизонтальными линиями отмечать разрешенные значения энергии. Когда электрон свободен, т. е. когда его энергия положительна, она может быть любой; скорость электрона тоже может быть какой угодно. Но энергии связанных состояний не произвольны. Атом может иметь только ту или иную энергию из дозволенной совокупности значений, скажем, таких, как на фиг. 38.9.

Обозначим эти разрешенные значения через E_0 , E_1 , E_2 , E_3 . Если первоначально атом находится в одном из этих «возбужденных» состояний E_1 , E_2 и т. д., он не останется в нем навсегда. Раньше или позже он упадет в низшее состояние и излучит при этом энергию в виде света. Частота испущенного света определяется требованием сохранения энергии плюс квантово-



Ф и г. 38.9. Схема энергий атома. Показано несколько возможных переходов.

механическим пониманием того, что частота света связана с энергией света условием (38.1). Поэтому, например, частота света, освобожденного в переходе от энергии E_3 к энергии E_1 , равна

$$\omega_{31} = \frac{E_3 - E_1}{\hbar}. \quad (38.14)$$

Эта частота характерна для данного сорта атомов и определяет линию в спектре испускания. Возможен и другой переход — от E_3 к E_0 . У него своя частота:

$$\omega_{30} = \frac{E_3 - E_0}{\hbar}. \quad (38.15)$$

Еще одна возможность заключается в том, что если атом возбужден до состояния E_1 , то он может упасть в основное состояние E_0 , излучая фотон с частотой

$$\omega_{10} = \frac{E_1 - E_0}{\hbar}. \quad (38.16)$$

Мы привели здесь эти три перехода для того, чтобы подчеркнуть интересную связь между ними. Из трех формул (38.14), (38.15), (38.16) легко получить

$$\omega_{30} = \omega_{31} + \omega_{10}. \quad (38.17)$$

Вообще, обнаружив две линии в спектре, можно ожидать, что найдется и линия с частотой, равной сумме (или разности) частот. Все линии можно объяснить, отыскав серию уровней, таких, что каждая линия соответствует разности энергий между какими-то двумя уровнями. Это замечательное совпадение между частотами линий в спектре было замечено еще до открытия квантовой механики. Его называют *комбинационным принципом Ритца*. С точки зрения классической механики он опять выглядит таинственно. Впрочем, не будем больше напоминать о том, что классическая механика обанкротилась в мире атомов; мне кажется, мы это уже хорошо показали.

Мы говорили уже о том, что в квантовой механике все события представляются в виде амплитуд, которые ведут себя как волны, имеют определенную частоту и волновое число. Посмотрим теперь, как при помощи амплитуд объяснить, что у атома бывают только определенные энергетические состояния. Из всего, что было сказано до сих пор, это вывести и понять невозможно. Но зато мы все знаем, что волны в ограниченном объеме обладают определенными частотами. Скажем, если звуковая волна ограничена пределами органной трубы или как-либо иначе, то звуковые колебания могут быть разными, но их частоты не могут быть любыми. И так всегда: у тела, внутри

которого держатся волны, всегда бывают определенные резонансные частоты. Волны, заключенные в ограниченный объем, всегда обладают лишь определенным набором частот. (В дальнейшем мы еще будем изучать это явление и выпишем все нужные формулы.) Ну, а поскольку существует общее соотношение между частотой колебаний амплитуды и энергией, то нет ничего удивительного в том, что электроны, связанные в атомах, обладают только вполне определенными энергиями.

§ 6. Немного философии

Поговорим еще немного о философии квантовой механики. Как и всегда, здесь есть две стороны: философское содержание физики и его экстраполяция на другие области знаний. Когда философские идеи, связанные с наукой, переносятся на другие области, они обычно при этом искажаются до неузнаваемости. Поэтому мы ограничим свои замечания, насколько это возможно, только физикой.

Прежде всего начнем с самого интересного предмета — с идеи принципа неопределенности: наблюдение воздействует на явление. Хотя и всегда было известно, что, наблюдая явление, мы воздействуем на него, но здесь суть-то в том, что этим воздействием нельзя пренебречь, нельзя его свести до нуля, нельзя переделкой прибора произвольно уменьшить это влияние. Наблюдая явление, нельзя хотя бы слегка не нарушить его ход, и *без учета этого нарушения теория не может стать последовательной*. И в доквантовой физике наблюдатель иногда был важен, но лишь в довольно тривиальном смысле. Рассматривался, скажем, такой вопрос: дерево падает в лесу, в котором нет никого, кто мог бы услышать это; вызовет ли падение шум? И следовал ответ: *настоящее* дерево, падая в *настоящем* лесу, бесспорно, шум вызовет, даже если никого поблизости нет. Пусть никто падения слышать не мог, все равно останутся другие следы — кое-где осыплются листья, а на некоторых листочках останутся едва заметные царапинки от колючек, которые можно будет объяснить лишь тем, что листва дрожала. Так что следует допустить, что в некотором смысле звук и впрямь существовал. «Но было ли *ощущение* звука?» — можем мы спросить. Нет, для ощущения, видимо, нужно и сознание. А есть ли сознание у муравьев, да и водятся ли они в этом лесу и сознают ли что-либо деревья — вопрос темный. Поэтому бросим эту задачу.

С тех пор как родилась квантовая механика, стали подчеркивать и другое положение: не надо говорить о вещах, которые невозможно измерить. (Кстати, и теория относительности говорила об этом же.) Пока не определено, как измерять величину, ей нет места в теории. А поскольку точное значение импуль-

са локализованной (находящейся в каком-то месте) частицы не может быть определено при помощи измерения, значит, импульсу нечего делать в теории.

Так вот, если вы думаете, что классическая теория потому и погибла, вы *ошибаетесь*. Было бы легкомысленно сделать такой вывод. Невозможность точного измерения координаты и одновременно импульса не означает априори, что *нельзя* о них говорить, а означает только, что говорить о них *нет необходимости*. На самом деле в науках бывает иначе: идея или понятие, которые невозможно прямо связать с опытом или замерить, могут быть полезными, а могут быть бесполезными. О них можно только сказать что они *не обязаны* присутствовать в теории. Пусть, например, мы сравниваем классическую теорию мира с квантовой теорией, а из эксперимента следует, что координата и импульс могут измеряться лишь неточно. Мы спрашиваем себя, имеет ли смысл *понятие* точного положения частицы или точного ее импульса. Классическая теория отвечает «да», а квантовая — «нет». Но это само по себе не означает, что классическая физика ошибается.

Когда была открыта новая, квантовая, механика, приверженцы классической теории, т. е. все физики, кроме Гейзенберга, Шредингера и Борна, говорили: «Что же хорошего в ней, в вашей теории, раз она не может ответить на простейшие вопросы: каково точное положение частицы? Через какую щель она проскочит? и другие». Ответ Гейзенберга гласил: «Я не обязан отвечать на такие вопросы, ибо вы не можете их задать экспериментально». Иначе говоря, отвечать — означало бы делать то, что делать *необязательно*. Рассмотрим две теории, (А) и (В). Теория (А) содержит в себе идею, которую нельзя проверить непосредственно, но которая используется в анализе; теория (В) этой идеи не содержит. Если их предсказания расходятся, то нельзя утверждать, что теория (В) ошибочна на том основании, что она не может объяснить идею из теории (А); ведь эта идея как раз из тех вещей, которые нельзя непосредственно проверить.

Ну что ж! Хорошо, конечно, знать, какие из идей экспериментальной проверки не поддаются, но нет необходимости отбрасывать их все. Неверно же, что науку можно создавать только из тех понятий, которые прямо связаны с опытом. Ведь в самой квантовой механике есть и амплитуда волновой функции, и потенциал, и многие другие умственные построения, не поддающиеся прямому измерению. Основа науки — в ее способности *предвидеть*. Предвидеть — это значит сообщать, что случится в опыте, который никогда прежде не ставился. Как этого можно добиться? Предполагая, что мы независимо от эксперимента знаем, что произойдет, мы экстраполируем опыт, выводим его в область, в которой он не ставился. Мы расширяем

свои представления до пределов, в которых они никогда не проверялись. Если этого не сделано — никакого предсказания нет. Поэтому вполне разумно было когда-то физику-классику в счастливом неведении предполагать, что понятие положения, бесспорно имеющее смысл в футболе, имеет какой-то смысл и для электрона. Это была не глупость. Это была разумная процедура. А теперь мы, например, говорим, что закон относительности верен при любых энергиях, а ведь в один прекрасный день явится кто-нибудь и объяснит, насколько мы глупы. Мы не догадаемся, в каком месте мы совершаем «глупость», покуда не «вырастем над собой»; вся проблема сводится к тому, как и когда нам это удастся. Единственный же способ обнаружить, в чем мы ошибаемся, это понять, *в чем состоят* наши предсказания. Так что без умственных построений не обойтись.

Мы уже делали ряд замечаний о недетерминированности квантовой механики, т. е. о том, что она не способна предсказывать, что произойдет в данных физических условиях, как бы аккуратно они ни были на опыте осуществлены. Если атом находится в возбужденном состоянии, собираясь излучить фотон, мы не можем сказать, *когда* это случится; существует конечная амплитуда вероятности испустить фотон в любой момент, и только эту вероятность мы и можем предвидеть. Мы не можем точно предсказывать будущее. На этой основе и высказываются разного рода глупости о неопределенности всех явлений в мире, возникают вопросы о свободе воли частиц и т. д.

Следует, конечно, подчеркнуть, что и классическая физика была в каком-то смысле недетерминированной. Обычно думают, что недетерминированность, невозможность предсказать будущее — это особенность квантовой механики, и именно с ней связывают возникновение представлений о свободе воли и т. д. Но если бы даже наш мир *был классическим*, т. е. если бы законы механики были классическими, все равно из этого не следует, что те же или какие-то аналогичные представления не возникли бы. Да, конечно, с точки зрения классики, узнав местоположение и скорость всех частиц в мире (или в сосуде с газом), можно точно предсказать, что будет дальше. В этом смысле классический мир детерминирован. Но представьте теперь, что наша точность ограничена и что мы не знаем точно положение только одного из атомов; знаем, скажем, его с ошибкой в одну миллиардную. Тогда если он столкнется с другим атомом, неопределенность в знании его координат после столкновения возрастет. А следующее столкновение еще сильнее увеличит ошибку. Так что если сначала ошибка и была еле заметной, то все равно вскоре она вырастет до огромнейшей неопределенности. Вот вам пример: вода, падая с плотины, брызжет во все стороны. Подойдите поближе, и на ваш нос тоже упадет несколько брызг. Это кажется совершеннейшей случайностью,

хотя поведение воды может быть предсказано на основе чисто классических законов. Точное положение всех капель зависит от мельчайших колебаний потока воды перед плотиной. Но как оно зависит? Еле заметные нерегулярности в падении воды усиливаются и приводят к полной случайности движений. Ясно, что мы не можем по-настоящему предвидеть положение капель, если не знаем движения воды *абсолютно точно*.

Правильнее будет сказать, что для данной точности (сколь угодно большой, но конечной) можно всегда указать такой большой промежуток времени, что для него становится невозможным сделать предсказания. И этот промежуток (в этом вся соль) не так уж велик. Он не равен миллиону лет при точности в одну миллиардную! Время с уменьшением ошибки растет только логарифмически, и оказывается, что за очень и очень малое время вся наша информация теряется. Если точность равна даже одной миллиард-миллиард-миллиардной (ставьте сколько угодно миллиардов, но только когда-нибудь остановитесь!), все равно можно указать промежуток времени, меньший чем время, нужное для того, чтобы произвести измерения с такой огромной точностью, после которого уже невозможно будет предугадывать, что случится! Поэтому нечестно говорить, что уже в видимой свободе и недетерминированности человеческого мышления мы видим доказательства невозможности его изучения в рамках классической «детерминистской» физики и приветствовать квантовую механику как избавительницу нашего духа от «абсолютно механистической» Вселенной. С практической точки зрения «детерминизм» отсутствовал и в классической механике.